QUINZAINE DU 23/11 AU 06/12

1 Contenu du cours

Chapitre 7 - Réduction (cours et TD)

Remarque : pas de caractérisation de la diagonalisabilité par les polynômes annulateurs pour l'instant

Chapitre 8 - Intégrales généralisées (cours et début du TD)

1. Fonctions continues par morceaux

Définition sur un segment, propriétés élémentaires, incompatibilité avec la composition et l'inverse, sommes de Riemann, fonctions continues par morceaux sur un intervalle quelconque.

2. Intégrales généralisées sur un intervalle semi-ouvert

Définition, relation de Chasles et nature, exemples de référence, critère de majoration pour les fonctions positives.

3. Intégrales généralisées sur un intervalle quelconque

Définition, linéarité, relation de Chasles, croissance, discussion sur la convergence, cas complexe, intégration par parties, changement de variable, intégrales de fonctions paires et impaires.

4. Intégrabilité

Convergence absolue, lien avec la convergence, intégrabilité, espace L^1, théorème aux quatre hypothèses, fonctions de référence, théorème de comparaison, méthode de rédaction, exemples.

Chapitre 9 - Endomorphismes des espaces euclidients (cours uniquement)

1. Isométrie d'un espace euclidien

Définition, caractérisation par le produit scalaire et par les bases, symétries orthogonales, réflexions, groupe orthogonal, propriétés élémentaires, stabilité de $F^\perp$.

2. Matrices orthogonales

Définition, caractérisation par l'inverse et par les familles des colonnes ou des lignes, liens avec les matrices de passage, liens avec les isométries vectorielles, groupe orthogonal, déterminant d'une matrice orthogonal, groupe spécial orthogonal, orientation.

2 Questions de cours

Question de cours des chapitres 3 à 7 sur https://cahier-de-prepa.fr/pc-fauriel/docs?rep=239 ou bien :

1. **Exemple :** Déterminer les valeurs propres avec leurs multiplicités de $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
2. **Exemple :** Déterminer une base des sous-espaces propres de $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ sachant que $\mathrm{Sp}(B) = \{1, 2\}$.
3. **Démonstration :** Montrer que $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{t^\alpha}\mathrm{d}t$ converge si et seulement si $\alpha < 1$.
4. **Exemple :** étudier et calculer $\displaystyle\int_0^{+\infty} t\mathrm{e}^{-t}\mathrm{d}t$ en utilisant une IPP.
5. **Exemple :** étudier et calculer $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathrm{e}^t}{\mathrm{e}^{2t}+1}\mathrm{d}t$ en posant $u = \mathrm{e}^t$.
6. **Méthode :** étudier $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln(\sin(t))\mathrm{d}t$.