

I. compléments sur les séries

1°Théorème de comparaison série intégrale

Si $f \searrow, \geq 0$ sur $[n_0, +\infty[$, CM,
alors :

$$\sum f(n)cv \iff \int_0^{+\infty} f(t)dtcv$$

I. compléments sur les séries

1° Théorème de comparaison série intégrale

Si $f \searrow, \geq 0$ sur $[n_0, +\infty[$, CM,
alors :

$$\sum f(n)_{cv} \iff \int_0^{+\infty} f(t) dt_{cv}$$

2° Formule de Stirling

$$n! \sim_{+\infty} \left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{2\pi n}$$

I. compléments sur les séries

1° Théorème de comparaison série intégrale

Si $f \searrow, \geq 0$ sur $[n_0, +\infty[$, CM,
alors :

$$\sum f(n)_{cv} \iff \int_0^{+\infty} f(t) dt_{cv}$$

2° Formule de Stirling

$$n! \sim_{+\infty} \left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{2\pi n}$$

3° Règle de d'Alembert

I. compléments sur les séries

1° Théorème de comparaison série intégrale

Si $f \searrow, \geq 0$ sur $[n_0, +\infty[$, CM,
alors :

$$\sum f(n) \text{ cv} \iff \int_0^{+\infty} f(t) dt \text{ cv}$$

2° Formule de Stirling

$$n! \sim_{+\infty} \left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{2\pi n}$$

3° Règle de d'Alembert

a) Comparaison logarithmique

$$u_n, v_n > 0, \geq n_0 \frac{u_{n+1}}{u_n} \geq \frac{v_{n+1}}{v_n} \Rightarrow \\ u_n = O(v_n)$$

I. compléments sur les séries

1° Théorème de comparaison série intégrale

Si $f \searrow, \geq 0$ sur $[n_0, +\infty[$, CM,
alors :

$$\sum f(n) \text{cv} \iff \int_0^{+\infty} f(t) dt \text{cv}$$

2° Formule de Stirling

$$n! \sim_{+\infty} \left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{2\pi n}$$

3° Règle de d'Alembert

a) Comparaison logarithmique

$$u_n, v_n > 0, \geq n_0 \frac{u_{n+1}}{u_n} \geq \frac{v_{n+1}}{v_n} \Rightarrow \\ u_n = O(v_n)$$

b) Règle de d'Alembert On suppose

APCR $u_n > 0$, et

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} \rightarrow \ell (\ell \in \mathbb{R}_+ \cup \{+\infty\})$$

Si $\ell < 1$, alors $\sum u_n$ CV

Si $\ell > 1$, alors $\sum u_n$ DV₋

Cas éternel $\ell = 1$

I. compléments sur les séries

1° Théorème de comparaison série intégrale

Si $f \searrow, \geq 0$ sur $[n_0, +\infty[$, CM,
alors :

$$\sum f(n) \text{cv} \iff \int_0^{+\infty} f(t) dt \text{cv}$$

2° Formule de Stirling

$$n! \sim_{+\infty} \left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{2\pi n}$$

3° Règle de d'Alembert

a) Comparaison logarithmique

$$u_n, v_n > 0, \geq n_0 \frac{u_{n+1}}{u_n} \geq \frac{v_{n+1}}{v_n} \Rightarrow \\ u_n = O(v_n)$$

b) Règle de d'Alembert On suppose

APCR $u_n > 0$, et

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} \rightarrow \ell (\ell \in \mathbb{R}_+ \cup \{+\infty\})$$

Si $\ell < 1$, alors $\sum u_n$ CV

Si $\ell > 1$, alors $\sum u_n$ DV₋

Cas éternité $\ell = 1$

4° théorème des séries alternées

II Produit de Cauchy de deux séries

1° Produit de Cauchy Def : Le produit de Cauchy de deux séries $\sum u_n$ et $\sum v_n$ est la série $\sum w_n$, avec :

$$w_n = \sum_{p+q=n} u_p v_q$$

II Produit de Cauchy de deux séries

2° Exemples Série exponentielle, série géométrique

II Produit de Cauchy de deux séries

3° Convergence Th : Si les séries $\sum u_n$ et $\sum v_n$ sont absolument convergentes de sommes respectives S et S' , alors $\sum w_n$ est absolument convergente de somme

$$S'' = SS'$$