

**Calcul différentiel**

Les applications considérées sont définies sur un domaine de  $\mathbb{R}^p$ , à valeurs réelles.

**I Applications de classe  $C^1$  à valeurs réelles****1. Limites, continuité**

Limites ; Propriétés des limites. Continuité : définition, caractérisation séquentielle, continuité et opérations. Applications partielles.

**2. Dérivées directionnelles, dérivées partielles**

Dérivée directionnelle suivant un vecteur unitaire.

Dérivées partielles d'ordre 1 ; applications de classe  $C^1$ . Développement limité à l'ordre 1 d'une application de classe  $C^1$ .

Corollaire :  $C^1 \Rightarrow$  continue. Différentielle d'une fonction en un point, puis différentielle d'une fonction  $C^1$ .

Gradient ; expression dans la base canonique de la différentielle en termes de gradient. Opérations.

Les applications  $C^1$  sur un ouvert convexe dont le gradient est nul sont les applications constantes.

**3. Composition : règle de la chaîne**

Exemple : passage en coordonnées polaires.

Nombreuses applications à des équations aux dérivées partielles.

**II Dérivées partielles d'ordre 2**

Définition. Applications de classe  $C^2$ . Théorème d'interversion de Schwarz.

Hessienne. Développement limité à l'ordre 2 d'une application de classe  $C^2$ .

**III Extrema d'une fonction de plusieurs variables**

Définitions ; théorèmes d'existence pour une application continue sur un fermé borné. Sur un ouvert, condition nécessaire d'extrémalité à l'ordre 1 des applications de classe  $C^1$ .

Condition nécessaire d'extrémalité à l'ordre 2 d'une application de classe  $C^2$  : si la Hessienne en un point critique est définie positive (resp. définie négative), l'application présente en ce point un minimum (resp. maximum) local. Si elle n'est ni positive ni négative, c'est un point col. Aucune notion de réduction n'est connue, sur des exemples, le signe de  $h^T H_f(a) h$  a été étudié grâce à des mises sous formes canoniques successives.

**Prévisions pour la semaine suivante**

Calcul différentiel ; séries numériques