

**Espaces préhilbertiens (révisions de première année)**

Produit scalaire sur un \mathbb{R} – espace vectoriel ; norme et distance euclidiennes

Inégalités de Cauchy-Schwarz et de Minkowski

Vecteurs orthogonaux ; orthogonal d'une partie

Familles orthogonales, orthonormées. Théorème de Pythagore. Procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt

Supplémentaires orthogonaux.

Projecteurs orthogonaux ; distance à un sous – espace vectoriel de dimension finie

Espaces euclidiens**I BASES ORTHONORMÉES****1. Travail en base orthonormale**

Expression du produit scalaire en base orthonormée.

2. Supplémentaire orthogonal

Existence du supplémentaire orthogonal de tout sev dans un espace euclidien.

3. Sommes directes orthogonales**II ISOMÉTRIES, MATRICES ORTHOGONALES****1. Automorphismes orthogonaux ou isométries**

Ce sont les endomorphismes qui conservent le produit scalaire ; l'endomorphisme f est une isométrie ssi l'image par f d'une b.o.n. est une b.o.n. ; c'est une isométrie ssi f conserve la norme.

Composition d'isométries, passage à l'inverse ; groupe orthogonal d'un espace euclidien.

2. Matrices orthogonales ; groupe orthogonal de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$

Définitions, propriétés et caractérisations des matrices orthogonales

3. Automorphismes orthogonaux, matrices orthogonales, et bases orthonormées

Et formules de changement de base orthonormée.

4. Éléments caractéristiques d'une isométrie, d'une matrice orthogonale

Déterminant d'une isométrie f . Si F est f -stable, alors F^\perp l'est aussi. $\text{Spec}(f) \subset \{-1, 1\}$.

5. Symétries orthogonales ; réflexion**6. Cas de la dimension 2****III ENDOMORPHISMES AUTOAJOINTS ET MATRICES SYMÉTRIQUES RÉELS**

Seulement la définition pour l'instant.

Après les vacances : endomorphismes des espaces euclidiens, chapitre complet