DM 1
Thermodynamique et électricité

À rendre le jeudi 10 septembre

Problème I : Transformations réversibles et irréversibles (CCP)

Questions de cours

1. Donner la définition d'un système fermé.
2. Pour un système thermodynamique fermé, énoncer le second principe de la thermodynamique.
3. (a) Donner la définition d'un système isolé
   (b) Que devient le bilan entropique du 2. dans le cas d'un système isolé ?
4. Citer la loi de Laplace et donner ses conditions d'application.
5. Donner deux exemples de causes d'irréversibilité.
6. Dans les questions suivantes, on notera n la quantité de matière de gaz parfait, R la constante des gaz parfaits, C_p la capacité thermique à pression constante des n moles de gaz, C_v la capacité thermique à volume constant des n moles de gaz, et γ le rapport des capacités thermiques à pression et volume constants. On supposera que C_v et C_p sont indépendants de la température T. On s'attachera à soigner les explications.
   (a) Exprimer la variation d'énergie interne d'un gaz parfait en fonction de la variation de température.
   (b) Justifier que la détente de Joule - Gay-Lussac est isotherme.
   (c) Exprimer la variation d'entropie d'un gaz parfait en fonction des variations de température et de volume. (On pourra se reporter au complement de cours 1).
   (d) Dans le cas d'un gaz parfait, donner la relation entre C_p, C_v, R et n. Quel est le nom donnée à cette relation ?
   (e) Exprimer C_p et C_v en fonction de n,R et γ

Compression d'un gaz parfait

Un cylindre circulaire d'axe vertical et de section S est fermé par un piston de masse M. Pour traiter l'aspect thermodynamique de ce problème, on négligera les frottements du piston sur le cylindre. (NB : ces frottements existent néanmoins et permettent d'atteindre l'état d'équilibre mécanique). On introduit dans le cylindre à température ambiante T une quantité d'azote n telle que le plan inférieur du piston soit, à l'équilibre, à une distance a_1 du fond (fig 1) On notera P_0 la pression atmosphérique et on assimilera l'azote à un gaz parfait diatomique.

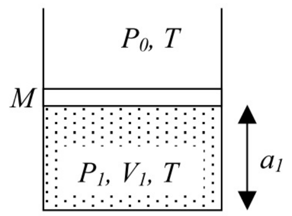


Fig.1 : cylindre et piston dans la configuration initiale

7. En étudiant l'équilibre du piston, donner l'expression de la pression P_1 à l'intérieur du cylindre en fonction de P_0, M, S, et l'accélération de la pesanteur g.

On ajoute dorénavant une surcharge de masse m sur le piston (fig 2)

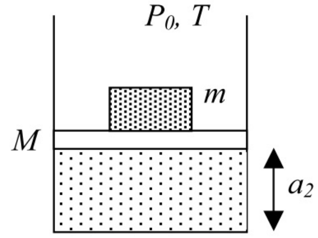


Fig.2 : Ajout de la masse m

8. On suppose dans cette question que le nouvel équilibre mécanique est atteint avant que tout échange de chaleur n'ait eu lieu avec lextérieur.
   (a) Exprimer la pression P_2 dans le cylindre en fonction de P_0, M, m, S et g.
   (b) Déterminer le travail des forces de pression atmosphérique exercées sur le piston et transmises intégralement au gaz en fonction de P_0 et de la variation de volume du gaz dans le cylindre.
   (c) Déterminer le travail de pesanteur de l'ensemble piston + surcharge en fonction de M, m, S, g et de la variation de volume du gaz dans le cylindre.
   (d) En appelant T_2 la température juste après l'équilibre mécanique et avant tout échange thermique, appliquer le premier principe de la thermodynamique au système fermé du gaz parfait et exprimer la nouvelle hauteur du piston a_2 en fonction de a_1, C_v, T_2, T,P_2 et S.
   (e) En déduire alors a_2 en fonction de a_1, γ, P_1 et P_2.
9. On suppose maintenant que l'équilibre thermique s'est établi avec l'extérieur.
   Exprimer la pression P_3 à l'intérieur du cylindre en fonction de P_0, M, m, S et g.
   Exprimer ensuite la nouvelle position d'équilibre du piston a_3 en fonction de a_1, P_1 et P_3, puis en fonction de a_1, P_0, M, m, S et g.
10. Quelle est la relation entre la quantité de chaleur Q et le travail W mis en jeu lors de l'ensemble de la transformation subie par le gaz ?
    Donner l'expression du travail W. En déduire l'expression de la quantité de chaleur Q en fonction de P_3, a_3, a_1 et S, puis en fonction de n, R, T, P_0, M, m, S et g, toujours sur l'ensemble de la transformation.
11. On souhaite ici calculer les variations d'entropie sur l'ensemble de la transformation.

(a) L'atmosphère extérieure ayant en permanence une température égale à T, quel nom peut-on lui donner ? En déduire l'expression de l'entropie reçue par l'extérieur. Exprimer la variation d'entropie de l'extérieur ΔS_{ext} en fonction de n, R, M, m, g, P_0 et S, sachant que pour un thermostat l'entropie créée est nulle.

(b) Quelle est l'entropie reçue par le gaz parfait dans le cylindre ? En utilisant la question 6c, exprimer la variation d'entropie totale du gaz parfait dans le cylindre ΔS_{gaz} en fonction de R, M, m, g, P_0 et S.

(c) En déduire a variation d'entropie de l'univers $\Delta S = \Delta S_{gaz} + \Delta S_{ext}$
En posant $x(m) = \frac{mg}{Mg+P_0S}$, montrer que $\Delta S = nR(x - ln(1+x))$.

(d) La transformation est-elle réversible ? Justifier la réponse

12. On veut rendre cette fois-ci la transformation quasi-statique, en rajoutant la surcharge de masse m progressivement : on dépose successivement p masses identiques μ très petites, en attendant à chaque fois que les équilibres thermique et mécanique s'établissent avant d'ajouter la petite masse suivante. On passe ainsi par une suite d'états d'équilibre thermodynamique.

    Lorsqu'on dépose la j^{eme} masse μ, j-1 masses μ sont déja sur le piston. On posera $x_j(\mu) = \frac{\mu g}{(M+(j-1)\mu)g+P_0S}$, et on notera que si p est grand $x_j(\mu) << 1$

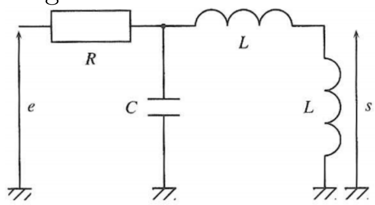
    (a) Exprimer la variation d'entropie de l'univers ΔS_j correspondant à l'ajout de la j^{eme} petite masse μ, alors que j-1 sont déja posées. Faire un développement limité au second ordre de ΔS_j sur la variable $x_j(\mu)$.

    (b) Exprimer sous la forme d'une somme la variation d'entropie de l'univers correspondant à l'ajout de toutes les petites masses.
    En remarquant que $x_j(\mu) \leq x(\mu)$, montrer que l'on peut majorer la variation totale d'entropie de l'univers par $\frac{nR}{2}x(m)x(\mu)$.

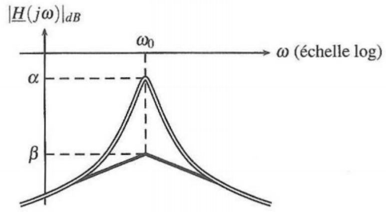
    (c) Que devient la variation d'entropie lorsque p tend vers l'infini ? A-t-on rendu la transformation réversible en travaillant de façon quasi statique ?

Problème II : Filtre de Hartley

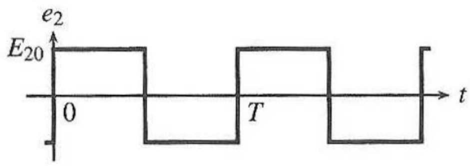
On réalise le montage décrit sur la figure suivante :



1. Établir sa fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$ sous la forme $\underline{H}(j\omega) = H_0 \dfrac{\dfrac{j\omega}{\omega_0}}{1 + 2j\dfrac{\omega}{Q\omega_0} - \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}}$. On exprimera H_0, ω_0 et Q en fonction de R, L, et C.
2. Dans le cas où $R = 10,0\ k\Omega$, $L = 1,0\ mH$ et $C = 100,0\ nF$, le diagramme de Bode en amplitude a l'allure présentée sur la figure suivante :



   Identifier les pentes des asymptotes, les valeurs de α et β. En déduire l'allure du diagramme de Bode en phase.
3. Le montage peut-il servir d'intégrateur, ou de dérivateur ? Si oui, dans quelle bande de fréquence ?
4. On étudie la sortie $s_1(t)$ associée à l'entrée $e_1(t) = E_0 + E_1 \cos(\omega_1 t)$, où $\omega_1 = \dfrac{1}{\sqrt{2LC}}$.
   Comment réaliser expérimentalement ce signal en TP ?
5. Calculer l'expression littérale de la sortie $s_1(t)$, observée sur l'oscilloscope en régime permanent.
6. On étudie maintenant la sortie $s_2(t)$ associée au signal créneau $e_2(t)$, de période $T_2 = 6\pi\sqrt{2LC}$, d'amplitude $E_{2,0} = 1\ V$, représenté sur la figure suivante :



   On donne sa décomposition en série de Fourier :

$$e_2(t) = \frac{4E_{2,0}}{\pi}\left[\sin(\omega_2 t) + \frac{\sin(3\omega_2 t)}{3} + \frac{\sin(5\omega_2 t)}{5} + \cdots + \frac{\sin[(2n+1)\omega_2 t]}{2n+1} + \dots\right]$$

   Calculer la valeur efficace $E_{2,eff}$ de $e_2(t)$.
7. Tracer l'allure du spectre de $e_2(t)$. Préciser numériquement les pulsations des 3 premières harmoniques.
8. Calculer numériquement les amplitudes des 3 premières harmoniques du signal de sortie s_2.
   Justifier alors le nom de "tripleur de fréquence" donné au montage.