TD1

Systèmes en écoulement stationnaire

Questions de cours

- ➢ Citer le premier principe
- ➢ Citer le deuxième principe
- ➢ Qu'est ce qu'un système ouvert ?
- ➢ Donner l'expression du débit massique
- ➢ Comment s'écrit le travail des forces de pression sur le fluide en aval du fluide et en amont du fluide ?
- ➢ Donner l'expression volumique de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle
- ➢ Donner le premier principe en système ouvert
- ➢ Donner le théorème des moments

Rappels PCSI

Exercice 1 - Trois travaux différents - ♥♥ / ★

On considère $n = 2,00$ mol de gaz parfait, que l'on fait passer de façon quasistatique de l'état initial $A(P_A, V_A, T_A)$ à l'état final $B(P_B = 3P_A, V_B, T_B = T_A = 300$ K$)$ par trois chemins distincts.

1. Calculer dans chaque cas les travaux mis en jeu en fonction de n, R et T_A et faire l'application numérique.
   (a) Chemin 1 : transformation isotherme ;
   (b) Chemin 2 : transformation composée d'une isochore puis d'une isobare ;
   (c) chemin 3 : transformation représentée par une droite en diagramme de Watt (P, V).
2. Pour les chemins 1 et 2, calculer le transfert thermique entre le fluide et Lextérieur pour chaque transformation.
3. Représenter les trois chemins en diagramme de Watt.

Exercice 2 - Entropie de mélange - ♥♥ / ★★

Deux récipients (A) et (B) calorifugés et indéformables communiquent par un robinet. Initialement, les deux récipients sont à la même température T_i et à la même pression P_i, et :

— (A) contient $n_{N_2} = 4,0 mol$ de diazote

— (B) contient $n_{O_2} = 1,0 mol$ de dioxygène.

On considérera les gaz comme parfaits et on pose $V_{tot} = V_A + V_B$, où V_A et V_B sont respectivement les volumes de (A) et de (B).

1. Quelles sont :
   (a) La température finale T_f ?
   (b) Les volume V_A et V_B en fonction de V_{tot} ?

On rappelle que l'entropie d'un gaz parfait à la pression P qui occupe un volume V est

$$S = S_0 + \frac{nR}{\gamma - 1} \ln(P.V^\gamma)$$

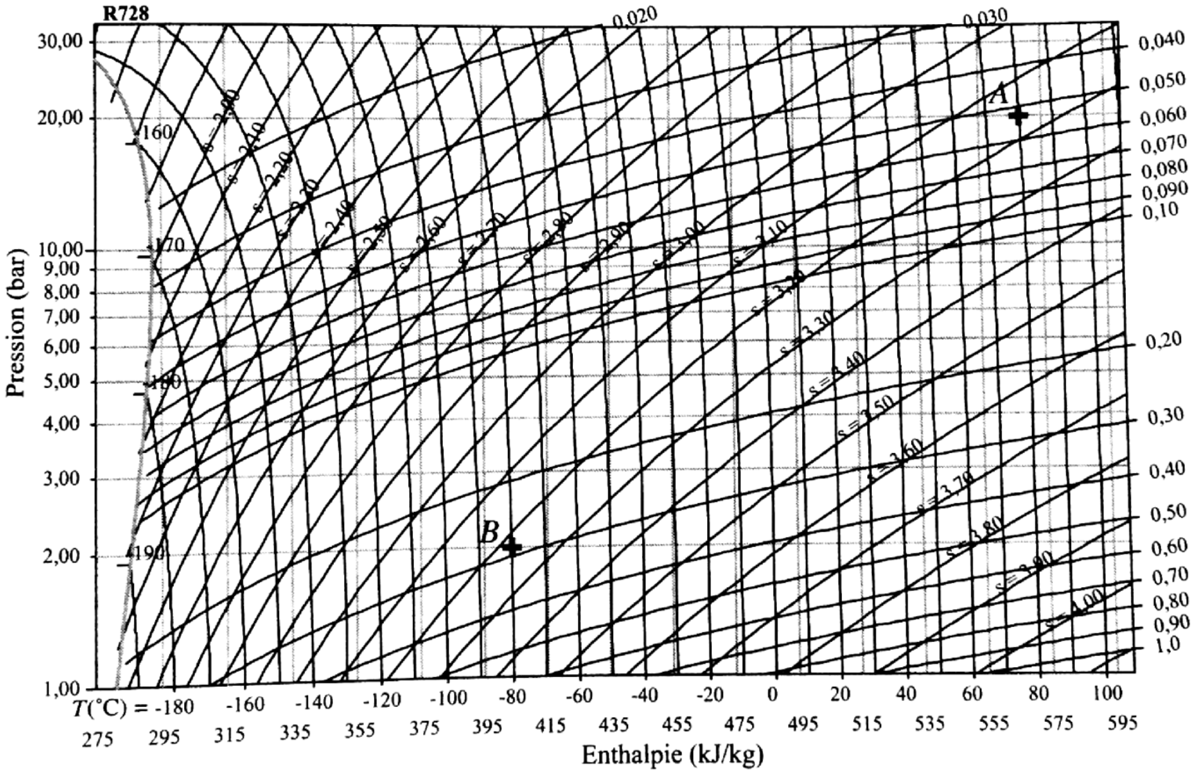
.

2. Déterminer :
   (a) La variation d'entropie $\Delta S(O_2)$ pour le dioxygène ;
   (b) La variation d'entropie $\Delta S(N_2)$ pour le diazote ;
   (c) L'entropie créée S_{creee}.
3. Quelle remarque faire lorsque les deux gaz sont identiques ?

Applications du cours

Exercice 3 - Diagramme (lnP, h) pour le fluide R728 - ♥♥♥ / ★★

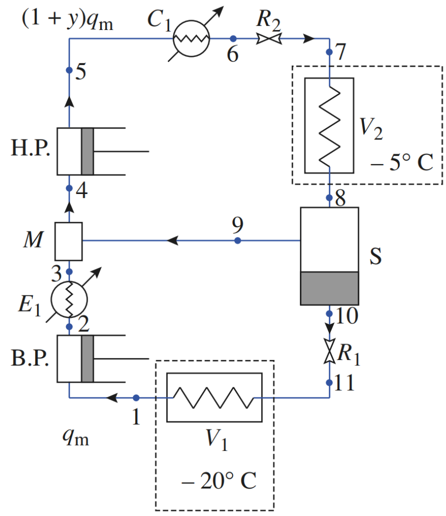
La figure suivante présente le diagramme $(\ln P, h)$ pour le fluide qui répond au nom poétique de R728, dans le domaine où celui-ci est gazeux.



1. Le gaz se comporte-t-il comme un gaz parfait (justifier) ? Dans quelle partie du diagramme s'en rapproche-t-il le plus ?
2. En s'écoulant à travers l'organe d'une machine, le fluide passe de l'état A à l'état B.
   (a) Quelles sont, parmi les grandeurs suivantes, celles que l'on peut calculer à partir de valeurs lues sur le diagramme : Δh, Δu, q, w_u, $w_{pression}$, Δs, $s_{\text{éch}}$, $s_{\text{créée}}$.
   (b) Cette transformation se fait dans une tuyère horizontale, adiabatique et ne comportant aucune pièce mobile. Évaluer :
      — la vitesse du gaz à la sortie de la tuyère sachant que la vitesse à l'entrée est quasiment nulle,
      — l'entropie créée par unité de masse de gaz dans la tuyère.
3. Un compresseur parfaitement isolé thermiquement fait passer un fluide en écoulement stationnaire de la pression P_1 à la pression $P_2 > P_1$.
   (a) Quel est le signe de la variation d'enthalpie massique Δh à la traversée du compresseur ?
   (b) Quel est le signe de la variation d'entropie massique Δs à la traversée du compresseur ?
   (c) Sur un diagramme $(\ln P, h)$ schématique, placer le point 1, tracer les isobares $P = P_1$ et $P = P_2$ ainsi que l'isentrope $s = s_1$. Où peut être situé le point 2 ?
   (d) Sur le schéma précédent, comment apparaît le travail massique reçu par le fluide ? Pour quelle position du point 2 ce travail massique est-il minimal ? Quelle condition est alors réalisée ?
4. Reprendre les questions précédentes si la transformation subie par le gaz est une détente adiabatique dans une turbine.

Exercice 4 - Machine frigorifique à ammoniac - ♥ / ★★

On étudie une machine frigorifique à ammoniac qui permet de refroidir simultanément deux sources dont les températures sont différentes. La machine comporte deux étages, chacun d'eux comprenant un compresseur, un refroidisseur intermédiaire (noté E ou C), un détendeur R, et un évaporateur V. Les détendeurs et les compresseurs sont supposés parfaitement calorifugés. Les refroidisseurs et les évaporateurs sont isobares. Les deux étages communiquent par un séparateur S et un mélangeur M, qui sont isobares et parfaitement calorifugés. La figure ci-contre montre le schéma du dispositif. Les flèches bleues y indiquent le sens de parcours du fluide dans les divers organes de la machine.



Les températures des deux sources froides sont respectivement égales à $-5°C$ et $-20°C$

Le débit massique est égal à q dans l'étage de basse pression, il est égal à $(1+y)q$ dans l'étage haute pression. Le premier effet frigorifique s'effectue à $-20°C$ dans l'évaporateur V_1, où la vaporisation est totale, le second à $-5°C$ dans l'évaporateur V_2, où la vaporisation est partielle. Le cahier des charges du dispositif prévoit l'absorption d'une puissance thermique $P_{qh} = 58,0kW$ à $-5°C$ et d'une puissance thermique $P_{qb} = 23,4kW$ à $-20°C$.

On pose $a = \frac{P_{qh}}{P_{qb}}$

1. Sachant que le refroidisseur E_1, le mélangeur M, le séparateur S, et l'évaporateur V_2 sont isobares, quelle est la pression aux états 2, 3, 4, 9 et 8 ?
2. Calculer les variations d'enthalpie massique de vaporisation à $-5°C$ et $-20°C$, respectivement $l_{vap}(-5°C)$ et $l_{vap}(-20°C)$
3. Calculer les titres massiques en vapeur x_7 et x_{11} dans les états 7 et 11
4. On extrait du séparateur S la vapeur saturante sèche (état 9) et le liquide (état 10) du mélange liquide-vapeur de l'état 8.
   Exprimer la relation entre y et x_8, titre massique en vapeur dans l'état 8
5. Exprimer a en fonction de $l_{vap}(-5°C)$, $l_{vap}(-20°C)$, x_8, x_7 et x_{11}
6. En déduire les valeurs numériques de x_8 et y ainsi que l'enthalpie massique h_8
7. Calculer l'enthalpie massique h_4 dans l'état 4
8. Exprimer le débit massique q en fonction de P_{qb}, h_1 et h_{11}. Calculer numériquement q.
9. Calculer la puissance mécanique totale P_m mise en jeu dans les compresseurs ainsi que le coefficient d'efficacité global de l'installation, $\eta = \frac{P_{qb}+P_{qh}}{P_m}$
10. Tracer les cycles H.P. et B.P. dans le diagramme (P, h)

Extrait de la table de vapeur

t(°C)	P_S(Pa)	h_l (kJ.kg^{-1})	h_g (kJ.kg^{-1})
– 20	1,902 10^5	326,7	1653,0
– 5	3,459 10^5	395,0	1672,6
20	8,572 10^5	511,5	1705,4

Données :

- état 1 : vapeur saturant sèche à $-20°C$
- état 2 : vapeur surchauffée à P_2, $h_2 = 1740 kJ.kg^{-1}$
- état 3 : $t_3 = -20°C$; $h_3 = 1730 kJ.kg^{-1}$
- état 4 :
- état 5 : $h_5 = 1820 kJ.kg^{-1}$
- état 6 : liquide saturant à $t_6 = -20°C$
- état 7 : $t_7 = -5°C$
- état 8 : mélange liquide-vapeur (vapeur humide) à $-5°C$, titre massique en vapeur x_8
- état 9 : vapeur saturante sèche à $-5°C$
- état 10 : liquide saturant à $-5°C$
- état 11 : $t_{11} = -20°C$

Approfondissement

Exercice 5 - Transformation polytropique d'un gaz parfait - ♥ / ★★

Un échantillon de gaz parfait, de masse molaire M et rapport des capacités thermiques γ, subit une transformation au cours de laquelle sa pression P et son volume massique v suivent la loi dite polytropique : $Pv^k = \text{cte}$, où k est une constante. La transformation est de plus mécaniquement réversible : à chaque instant, la pression extérieure P_{ext} et la pression du gaz P sont égales.

1. Trouver une loi de la forme $f(v,T) = \text{cte}$ vérifiée au cours de cette transformation. En déduire une relation entre $\frac{\mathrm{d}v}{v}$ et $\frac{\mathrm{d}T}{T}$.
2. Exprimer le transfert thermique massique élémentaire δq entre deux états très proches en fonction de la différence de température dT et des caractéristiques du gaz. Commenter le résultat dans les cas suivants : $k = 0$, $k = 1$, $k = \gamma$, $k \to \infty$.
3. On indique que l'entropie massique du gaz parfait est de la forme :

$$s = \frac{R}{M}\left(\frac{1}{\gamma - 1}\ln T + \ln v\right) + \text{constante.}$$

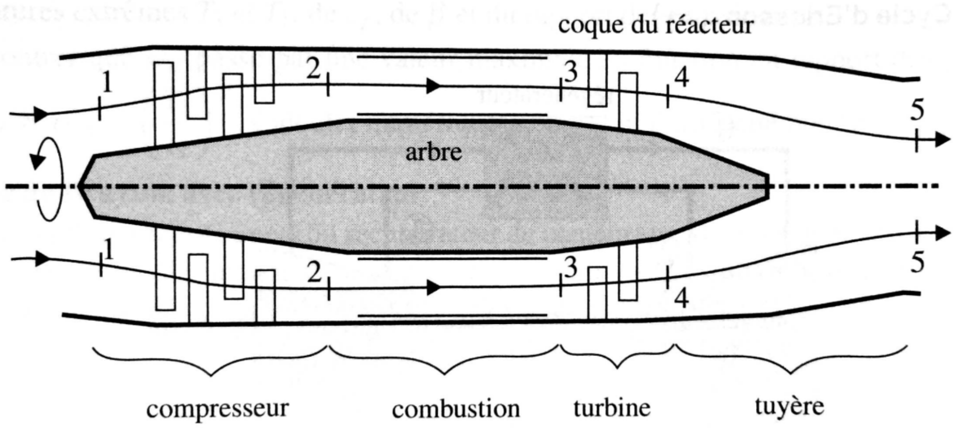
   Le système est en contact thermique avec un thermostat de température T_0.

   (a) Exprimer l'entropie massique élémentaire créée en fonction de dT, T_0 et des caractéristiques du gaz.

   (b) La température initiale du gaz est T_0. Quelle condition doit vérifier k pour qu'une évolution polytropique soit possible ?

Exercice 6 - Turboréacteur - ♥♥ / ★★

Le turboréacteur est un système de propulsion essentiellement utilisé pour les avions. La poussée résulte de l'accélération de l'air entre l'entrée (manche à air) et la sortie (tuyère), par la combustion d'un carburant, généralement du kérosène, dans l'oxygène de l'air. Une partie de l'énergie produite est récupérée par une turbine qui sert à faire tourner le compresseur au niveau de l'entrée d'air.



On fait les hypothèses de travail suivantes :

— L'air est considéré comme un gaz parfait de constante énergétique $\gamma = \dfrac{c_P}{c_V} = 1,4$, sa capacité thermique à pression constante est $c_P = 1,00$ kJ.kg^{-1}.K^{-1}.

— L'écoulement d'air est supposé unidimensionnel et le régime est permanent.

— Les variations d'énergie potentielle sont négligées.

— L'énergie cinétique de l'air est négligée sauf, ben sûr, à la sortie de la tuyère.

— Les évolutions dans le compresseur, la turbine et la tuyère sont isentropiques.

— L'évolution dans la chambre de combustion est isobare.

— Les particularités de l'air, notamment sa composition, son débit massique D_m et ses caractéristiques énergétiques c_P et γ, ne sont pas perturbées par la combustion : le mélange gazeux au cours de l'écoulement (avant et après la combustion) est assimilé à l'air.

— Le pouvoir thermique massique du carburant utilisé (kérosène) dans la chambre de combustion est : $\rho_k = 50.10^6$ J.kg^{-1}.

Les caractéristiques de l'écoulement de l'air dans le turboréacteur sont :

❑ Étape $1 \to 2$: l'air ambiant ($T_1 = 300$ K, $P_1 = 1,00$ bar) est aspiré et comprimé par le compresseur, de taux de compression $\tau = \dfrac{P_2}{P_1} = 10,0$; puis cet air pénètre à la température T_2 et sous la pression P_2 dans la chambre de combustion où le carburant est injecté.

❑ Étape $2 \to 3$: grâce à la combustion du kérosène, l'air subit un réchauffement isobare ($P_3 = P_2$) jusqu'à la température $T_3 = 1200$ K.

❑ Étape $3 \to 4$: le mélange gazeux se détend partiellement dans la turbine

❑ Étape $4 \to 5$: les gaz sont admis dans la tuyère, conduite de section variable, où leur détente se poursuit jusqu'à la pression ambiante $P_5 = P_1 = 1,00$ bar.

Le débit massique de l'air aspiré (et aussi de l'air refoulé) par le turboréacteur vaut $D_m = 50,0$ kg.s^{-1}.

1. Établir les expressions littérales :
   (a) de la température T_2 à la sortie du compresseur (donc à l'entrée de la chambre de combustion) ;
   (b) du travail massique utile $w_{u,1\to 2}$ mis en jeu dans le compresseur.
2. Le travail utile massique au niveau du compresseur vaut $w_{u,1\to 2} = 279$ kJ.kg^{-1}. En exploitant cette dernière donnée :
   (a) déterminer la valeur numérique de la température T_2 ;

   (b) même question pour la température T_4 à la sortie de la turbine.

3. Exprimer littéralement, puis numériquement :
   (a) la pression P_4 à la sortie de la turbine ;
   (b) la température T_5 à la sortie de la tuyère.

4. Par définition, la puissance cinétique du turboréacteur est : $\mathcal{P}_{\text{cin}} = D_m e_{c,5}$, où $e_{c,5}$ est l'énergie cinétique massique à la sortie du turbocompresseur.
   (a) Exprimer $\mathcal{P}_{\text{cin}}$ en fonction de T_4 et T_5.
   (b) La calculer numériquement.

5. Le rendement thermique du turboréacteur est par définition : $\eta_{\text{th}} = \dfrac{\mathcal{P}_{\text{cin}}}{\mathcal{P}_{\text{th}}}$, où $\mathcal{P}_{\text{th}}$ est la puissance thermique reçue par l'air dans la chambre de combustion.
   (a) Exprimer η_{th} sous la forme d'un rapport de différences de températures.
   (b) Calculer numériquement η_{th}.

6. Calculer le débit massique D_k du kérosène consommé dans le turboréacteur.

Élements de réponse

1. $W_1 = n.R.T_A.ln3 = 5,48kJ$; $W_2 = 2.n.R.T_A = 9,98kJ$; $W_3 = 43n.R.T_A = 6,65kJ$.
2. 1. $T_f = T_i$; $V_A = \frac{4}{5}V_{tot}$ et $V_B = \frac{1}{5}V_{tot}$
   2. $\Delta S(O_2) = n(O_2)Rln(5) = 13J.K^{-1}$; $\Delta S(N_2) = n(N_2)Rln(5/4) = 33J.K^{-1}$; $S_{creee} = 47J.K^{-1}$
3. 2. On peut calculer Δh, Δu, Δs, mais pas les grandeurs échangées, qui dépendent du chemin suivi. Toutefois, $w_{\text{pression}} = \Delta u - \Delta h$.
      $c_B = \sqrt{c_A^2 - 2\Delta h} = 18$ m.s^{-1} ; $s_{\text{créée}} = \Delta s = 0,07$ kJ.kg^{-1}.K^{-1}.
   3. $\Delta h \geq 0$; $\Delta s \geq 0$; le point 2 est sur l'isobare P_2, à droite de l'isentrope s_1.
   4. $\Delta h < 0$; $\Delta s \geq 0$; le point 2 est sur l'isobare P_2, à droite de l'isentrope s_1 et à gauche de l'isenthalpe h_1.
4. 1. $p_2 = p_3 = p_4 = p_8 = p_9$
   2. $l_{vap}(-5°C) = h_9 - h_{10} = 1277kJ.kg^{-1}$
      $l_{vap}(-20°C) = h_1 - h_6 = 1326kJ.kg^{-1}$
   3. Théorème des moments : $x_7 = 9,12\%$ et $x_{11} = 5,15\%$
   4. Conservation du débit massique : $y = \frac{1-x_8}{x_8}$
   5.
   6. $x_8 = 73,7\%$, $y = 2,81$ et $h_8 = 1337,2kJ.kg^{-1}$
5. 1. $\dfrac{\mathrm{d}T}{T} + (k-1)\dfrac{\mathrm{d}v}{v} = 0$
   2. $\delta q = \dfrac{R}{M}\left(\dfrac{1}{\gamma - 1} - \dfrac{1}{k-1}\right)\mathrm{d}T$
   3. $\delta s_{\text{créée}} = \dfrac{R}{M}\left(\dfrac{1}{\gamma - 1} - \dfrac{1}{k-1}\right)\left(\dfrac{1}{T} - \dfrac{1}{T_0}\right)\mathrm{d}T$, il faut alors $k \leq \gamma$.
6. 1. $T_2 = T_1\tau^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$; $w_{u,1\to2} = c_P(T_2 - T_1)$.
   2. $T_2 = 579$ K ; $T_4 = 921$ K.
   3. $P_4 = P_3\left(\dfrac{T_4}{T_3}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 3,96$ bar ; $T_5 = T_3\tau^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 621$ K.
   4. $\mathcal{P}_{\text{cin}} = D_m c_P(T_4 - T_5) = 15,0$ kW.
   5. $\eta_{\text{th}} = \dfrac{T_4 - T_5}{T_3 - T_2} = 48,3\%$.
   6. $D_k = \dfrac{c_P(T_3 - T_2)}{\rho_k} = 12,4.10^{-3}$ kg.s^{-1}.