

---

# DS 1

## Thermodynamique et électricité

Vendredi 18 septembre 2020

---

### Problème I : Climatisation d'un habitacle automobile (E3A MP)

On s'intéresse ici au dispositif de climatisation, principalement composé d'un compresseur  $A$ , de deux échangeurs (un condenseur  $B$  et un évaporateur  $D$ ) et d'un robinet de laminage  $C$  (figure 4)

Entraîné par le moteur de la voiture, le compresseur aspire le fluide réfrigérant à basse pression et à l'état de vapeur (état 1), et le refoule à haute pression, toujours à l'état de vapeur (état 2). Le fluide traverse ensuite le condenseur où, au contact thermique de l'air extérieur, il se condense entièrement (état 3). La pression du fluide est ensuite abaissée jusqu'à l'état 4 par son passage par le robinet de laminage. Dans l'évaporateur, au contact de l'air contenu dans l'habitacle, le fluide s'évapore entièrement pour retourner à l'état 1. Le cycle est représenté schématiquement sur la figure 5.

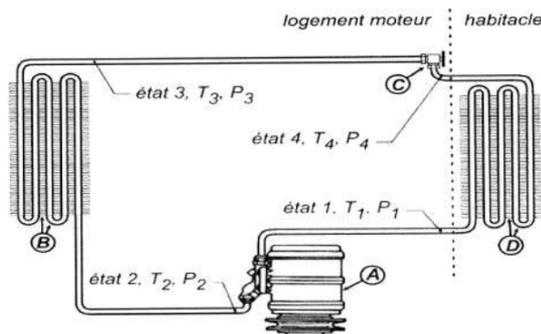


Figure 4

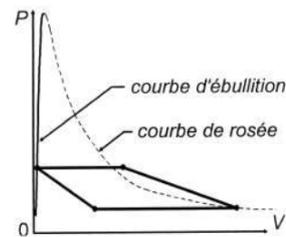


Figure 5

Le dispositif permet de maintenir la température de l'air de l'habitacle à  $T_F = 20\text{ °C}$ . La température de l'air extérieur sera prise égale à  $T_C = 35\text{ °C}$  (l'été).

Le fluide frigorigène subissant le cycle est du tétrafluoroéthane. Il s'agit d'un corps pur et non d'un mélange. Sa pression de vapeur saturante, pour la gamme de températures allant de  $-10\text{ °C}$  à  $80\text{ °C}$ , est donnée par  $P_{\text{sat}} = \exp\left(10,77 - \frac{2644}{T}\right)$ , avec  $P_{\text{sat}}$  en bar et  $T$  en K.

À l'état de vapeur, le fluide est assimilé à un gaz parfait idéal, de masse molaire  $M = 102\text{ g mol}^{-1}$ , de capacité thermique massique à pression constante  $c_P = 0,76\text{ kJ kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$ , d'exposant adiabatique  $\gamma = \frac{c_P}{c_V} = 1,12$ . La constante des gaz parfaits vaut  $R = 8,31\text{ J K}^{-1}\text{ mol}^{-1}$ .

Données : on donne les expressions de l'entropie pour  $n$  moles de gaz parfait :

$$S_{GP}(T, P) = \frac{n\gamma R}{\gamma - 1} \ln \frac{T}{T_0} - nR \ln \frac{P}{P_0} + nS_m(T_0, P_0)$$

$$S_{GP}(T, V) = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln \frac{T}{T_0} + nR \ln \frac{V}{V_0} + nS_m(T_0, V_0)$$

$$S_{GP}(P, V) = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln \frac{P}{P_0} + \frac{n\gamma R}{\gamma - 1} \ln \frac{V}{V_0} + nS_m(P_0, V_0)$$

### A - Analyse du cycle

1. Reproduire sommairement la figure 5 sur la copie. Numéroter les points correspondant aux états 1 à 4, et indiquer le sens de parcours du cycle.

Pour assurer un échange thermique efficace dans le condenseur et l'évaporateur, un écart  $\delta T$  de 10 °C est nécessaire, en valeur absolue, entre la température de l'air et celle du fluide frigorigène.

2. Expliquer brièvement pourquoi il est nécessaire que  $T_1 < T_F$  et  $T_3 > T_C$ , où  $T_1$  est la température du fluide dans l'état 1, en sortie de l'évaporateur, et  $T_3$ , la température du fluide dans l'état 3, en sortie du condenseur. Calculer numériquement  $T_1$  et  $T_3$ .

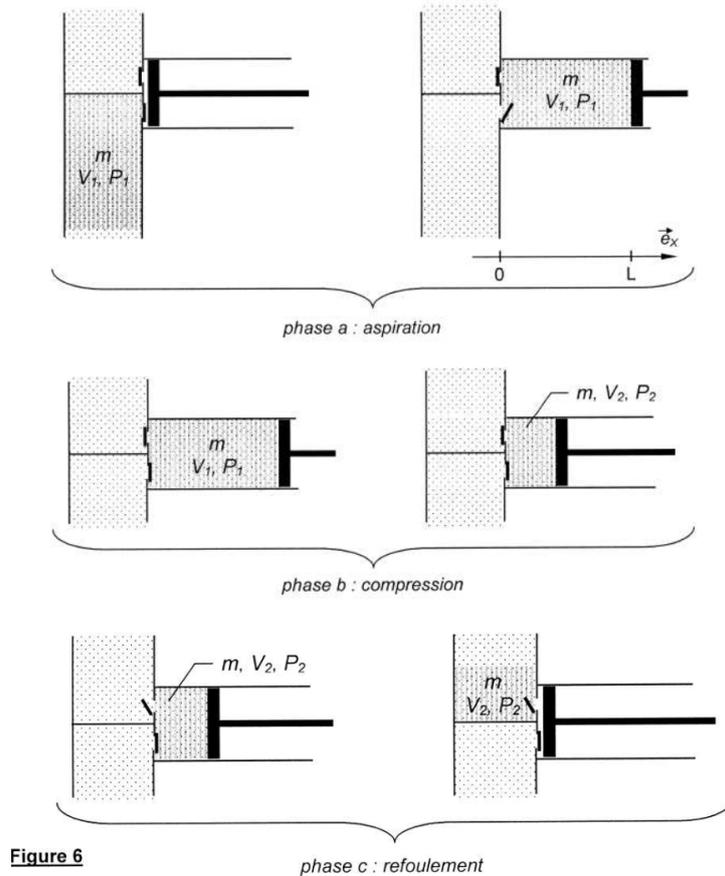
Exprimer  $T_4$ , la température en entrée de l'évaporateur, en fonction de  $T_1$ .

3. Calculer numériquement la pression  $P_3$  du fluide dans l'état 3 et  $P_4$  dans l'état 4, puis le rapport de compression  $\frac{P_2}{P_1}$ .

### B - Compression

Le compresseur fonctionne de manière cyclique. Chaque cycle comprend 3 phases, comme le montre la figure ci-dessous :

- phase a : aspiration d'une masse  $m$  de fluide, à la pression  $P_1$  et à la température  $T_1$  ;
- phase b : compression de cette même masse de fluide jusqu'à la pression  $P_2$  ;
- phase c : refoulement.



**Figure 6**

Le volume de la masse  $m$  de fluide est noté  $V_1$  en entrée du compresseur et  $V_2$  en sortie. Son énergie interne est notée  $U_1$  en entrée et  $U_2$  en sortie. Toutes les transformations sont adiabatiques. La section du piston est notée  $S$ .

La compression est supposée réversible dans un premier temps.

4. Tracer l'allure de la pression  $P(x)$  exercée par le fluide sur le piston, en fonction de sa position  $x$  au cours du cycle (aucun calcul n'est demandé).
5. Déterminer l'expression :
  - du travail  $W_c$  fourni par le piston pendant la phase de refoulement  $c$  ;
  - du travail  $W_a$  fourni (algébriquement) par le piston pendant la phase  $a$  ;
  - du travail  $W_b$  fourni par le piston pendant la phase  $b$ , en fonction de  $U_1$  et  $U_2$ .

Exprimer finalement le travail total  $W_{\text{tot}}$  fourni par le compresseur au cours d'un cycle, en fonction de  $H_1$  et  $H_2$ .

Ce travail est noté  $W_{\text{ideal}}$  lorsque la compression est réversible.

6. Exprimer  $W_{\text{ideal}}$  en fonction de  $m$ ,  $c_P$ ,  $\gamma$ ,  $T_1$  et du rapport  $\frac{P_2}{P_1}$ .

En réalité, la compression est adiabatique, mais **brutale** : le piston exerce sur le fluide une pression  $P_2$  pendant toute la phase de compression.

7. Tracer l'allure de la pression  $P(x)$  exercée par le piston, pour l'ensemble du cycle. Le travail total fourni au cours d'un cycle par le compresseur est noté  $W_{\text{reel}}$ . Comparer graphiquement  $W_{\text{reel}}$  et  $W_{\text{ideal}}$ .
8. Montrer que  $W_{\text{reel}}$  s'exprime comme  $W_{\text{reel}} = \frac{m}{M} RT_1 f\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$ , où  $f\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$  est une fonction à préciser, dépendant uniquement du rapport de pression.

9. Comparer, par un raisonnement sans calcul, la température à la fin de la compression brutale avec la température à la fin de la compression supposée réversible.

La durée d'un aller-retour du piston est notée  $\tau$ , si bien que  $W_{\text{reel}}$  s'exprime comme  $W_{\text{reel}} = \mathcal{P}_{\text{reel}}\tau$ , où  $\mathcal{P}_{\text{reel}}$  est la puissance mécanique fournie par le compresseur. Par ailleurs,  $m = D\tau$ , où  $D$  est le débit massique du fluide circulant dans la climatisation. L'étude de l'évaporateur permet de montrer qu'un débit massique  $D = 0,015 \text{ kg s}^{-1}$  est nécessaire pour prélever une puissance  $\mathcal{P}_U = 2,0 \text{ kW}$  à l'air de l'habitacle. Enfin, l'analyse du cycle a permis de montrer que  $\frac{P_2}{P_1} = 2,8$ .

10. Déterminer l'expression, puis la valeur de  $\mathcal{P}_{\text{ideal}}$  et de  $\mathcal{P}_{\text{reel}}$ .

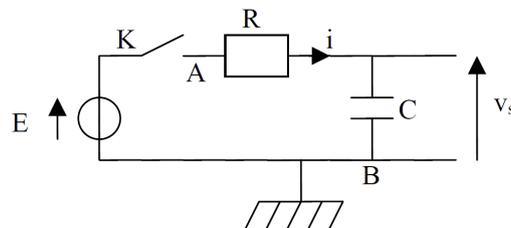
### C - Efficacité de la climatisation

11. Définir l'efficacité  $e_{\text{reel}}$  de cette climatisation et justifier, en quelques mots, le bien fondé de cette définition.
12. Montrer que l'efficacité  $e$  d'une climatisation fonctionnant entre deux thermostats de températures respectives  $T_F$  (source froide) et  $T_C$  (source chaude) est nécessairement inférieur à l'efficacité de Carnot définie par  $e_{\text{carnot}} = \frac{T_F}{T_C - T_F}$ .
13. Calculer les valeurs  $e_{\text{reel}}$  (compression adiabatique brutale),  $e_{\text{ideal}}$  (compression adiabatique réversible) et  $e_{\text{carnot}}$  pour cette climatisation. Commenter.  
Quelles sont les sources d'irréversibilité pour le cycle réalisé dans ce climatiseur ?

## Problème II : Charge d'un RC (CCP TSI)

### A - Charge d'un condensateur à travers une résistance

On s'intéresse au circuit suivant :



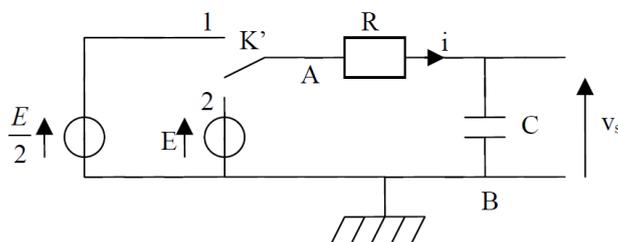
Le condensateur est initialement déchargé et le circuit ouvert. À l'instant  $t = 0$  on ferme l'interrupteur  $K$ .

1. Quel est le comportement du condensateur au bout d'un temps très long (infini) après la fermeture de l'interrupteur ? En déduire les valeurs correspondantes de  $v_s$  (tension aux bornes du condensateur) et de l'intensité  $i$  dans le circuit au bout d'un temps très long.
2. Établir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par  $v_s(t)$  après la fermeture de l'interrupteur. On posera  $\tau = RC$ .  
Tracer la courbe représentant  $v_s(t)$  en représentant son asymptote aux temps longs ainsi que la tangente initiale. Commenter l'abscisse de leur intersection.
3. Déterminer, en fonction de  $\tau$ , l'expression du temps  $t_1$  à partir duquel la charge du condensateur diffère de moins de 1 % de sa charge finale.

## B - Étude énergétique

4. Exprimer l'énergie  $E_c$  emmagasinée dans le condensateur lorsque sa charge est terminée en fonction de  $C$  et  $E$ .
5. Exprimer, en fonction de  $C$  et  $E$ , l'énergie  $E_J$  dissipée par effet Joule dans la résistance au cours de la charge.
6. Vérifier la conservation de l'énergie au cours de la charge en exprimant l'énergie fournie par le générateur.
7. Définir et calculer le rendement énergétique  $\rho$  de la charge du condensateur par le générateur à travers une résistance simple.

Afin d'améliorer le rendement de la charge, on effectue celle-ci en deux étapes. On considère pour cela le montage suivant :



À la date  $t = 0$ , le condensateur étant initialement déchargé, on ferme l'interrupteur  $K'$  dans la position 1 (phase 1). Lorsque la charge sous tension  $\frac{E}{2}$  est terminée, on bascule  $K'$  dans la position 2 (phase 2) et on procède à la charge du condensateur sous la tension  $E$ .

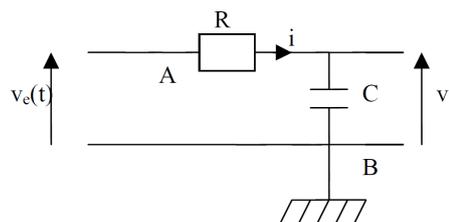
8. Quelle est l'énergie  $E_{g1}$  fournie par le générateur dans la phase 1 ? Quelle est l'énergie  $E_{c1}$  emmagasinée dans le condensateur au cours de cette première phase ?
9. Quelle est l'équation différentielle vérifiée par la tension  $v_s(t)$  au cours de la deuxième phase ?  
En prenant pour origine des temps ( $t = 0$ ) la date à laquelle on bascule l'interrupteur  $K'$  de la position 1 à la position 2, déterminer l'expression de  $v_s(t)$  au cours de cette deuxième phase.
10. En déduire l'expression de l'intensité  $i(t)$  qui traverse le condensateur au cours de la deuxième phase, en fonction de  $C$  et  $E$ .
11. Calculer le rendement  $\rho'$  de la charge du condensateur en deux étapes.
12. Compte tenu de la comparaison entre les deux rendements  $\rho$  et  $\rho'$ , indiquer (sommairement) comment il faudrait procéder pour faire tendre le rendement de la charge du condensateur vers 1.

## C - Circuit en régime sinusoïdal

On applique aux bornes du dipôle  $AB$  des parties précédentes une tension sinusoïdale de pulsation  $\omega$  :

$$v_e(t) = V_e \cos(\omega t)$$

On s'intéresse à la tension  $v_s$  aux bornes du condensateur :

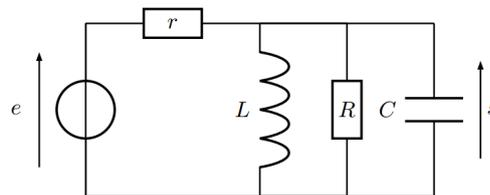


13. Rappeler le comportement du condensateur aux très hautes et très basses fréquences. En déduire (sans calcul) la nature du filtre constitué par le circuit précédent.
14. Déterminer la fonction de transfert de ce filtre définie, en grandeurs complexes par  $\underline{H}(j\omega) = \frac{v_s}{v_e}$ . On posera  $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ .
15. Exprimer le gain  $G(\omega)$  et la phase  $\varphi(\omega)$  du filtre, d'abord en fonction de  $\omega$ ,  $R$  et  $C$  puis en fonction de  $\omega$  et  $\omega_0$  uniquement.
16. Tracer le diagramme de Bode asymptotique de ce filtre en gain (en décibels) et en phase. Tracer également l'allure du diagramme de Bode réel sur les mêmes graphes.
17. Rappeler la définition de la pulsation de coupure, et exprimer  $\omega_c$  en fonction de  $\omega_0$ .

### Problème III : Résonance d'un circuit RLC parallèle

On considère le circuit ci-contre, où  $e$  est une tension sinusoïdale de pulsation  $\omega$  :

$$e(t) = E_m \cos(\omega t)$$



1. Donner l'expression complexe de la tension  $s$  aux bornes de l'association parallèle des trois dipôles.
2. En déduire que la fonction de transfert peut s'écrire sous la forme canonique :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

On précisera les expressions de  $H_0$ ,  $Q$  et  $\omega_0$ . De quel type de filtre s'agit-il ?

3. Établir qu'on peut observer un phénomène de résonance pour la tension  $s$ . On précisera la pulsation à laquelle ce phénomène se produit.
4. Que peut-on dire du déphasage de la tension  $s$  par rapport à la tension  $e$  lorsqu'on est à la résonance ?
5. Déterminer la bande passante de ce filtre.

