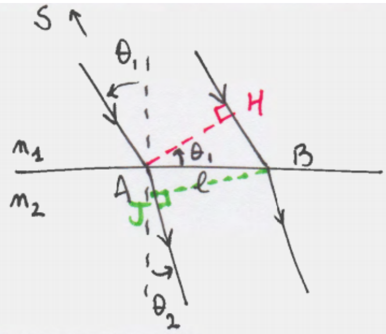
# TD6

## Optique ondulatoire

Correction

## Applications directes du cours

### Exercice 1 - Démonstration de la loi de la réfraction




① D'après le théorème de Malus, les rayons sont perpendiculaires aux surfaces d'onde (c'est à dire aux surfaces equiphase)

$(SA) = (SH)$ si H est le projeté orthogonal de A sur le rayon passant par B.

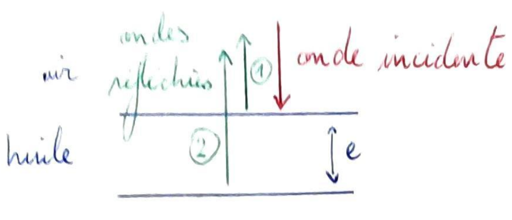
$$(SB) - (SA) = (SH) + (HB) - (SA) = (HB) = n_1 HB = n_1 \ell \sin\theta_1$$

De la même façon, avec J le projeté orthogonal de B sur le rayon passant par A (dans le milieu 2)

$$(SB) - (SA) = (SB) - [(SJ) + (JA)] = -(JA) = (AJ) = n_2 AJ = n_2 \ell \sin\theta_2$$

En égalant ces deux expressions, on trouve $\boxed{n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2}$

### Exercice 2 - Tache d'huile




1) Déterminons le déphasage entre les 2 ondes réfléchies :

- la différence de marche entre les deux rayons est $\delta = 2 n_{huile} e$ car l'onde ② fait un aller retour dans l'huile.

• A l'interface huile / air ajoute un déphasage de π pour l'onde ① car $n_{huile} > n_{air}$.

Ainsi $\boxed{\Delta\varphi = \dfrac{2\pi \times 2 n_h e}{\lambda} - \pi}$

Pour avoir des interférences destructives, il faut :

$\boxed{\Delta\varphi = (2k+1)\pi}$ avec $k \in \mathbb{N}$

On a donc $\dfrac{4\pi n_h e}{\lambda} - \pi = (2k+1)\pi$

soit $\boxed{2 n_h e = (k+1)\pi}$

2) La condition d'interférence destructive dépende de λ certaine longueur d'onde seulement sont annulées, les autres donnent lieu, au moins partiellement à des interférences constructives

3) Si la tache apparaît magenta, il y a des interférences destructives sur sa couleur complementaire à savoir le vert.

On a $e_{min}$ pour $k = 0$ donc $\boxed{e_{min} = \dfrac{\lambda_{vert}}{2 n_h}}$

AN Avec $\lambda_{vert} \simeq 550$ nm, $\boxed{e_{min} \sim 180 \text{ nm}}$

Il est impossible d'être sûr que ce soit l'épaisseur de la tache, tout multiple de $e_{min}$ conviendrait à résoudre le problème !

**Exercice 3 - Mesure de l'indice optique du méthane**

1) La lumière passe soit par le bras 1, soit par le bras 2 donc $\delta_{air} = n_{air} L_2 - n_{air} L_1$

Ainsi $\boxed{p_{air} = \dfrac{\delta_{air}}{\lambda} = \dfrac{n_{air}(L_2 - L_1)}{\lambda}}$

2) Sur le bras 2, la lumière parcourt la distance $\ell$ dans le méthane au lieu de l'air

$$\delta_{CH_4} = n_{air}(L_2 - \ell) + n_{CH_4}\ell - n_{air} L_1$$

l'ordre d'interférence s'écrit alors

$$\boxed{p_{CH_4} = \frac{\delta_{CH_4}}{\lambda} = \frac{n_{air}(L_2 - L_1)}{\lambda} + \frac{(n_{CH_4} - n_{air})\ell}{\lambda}}$$

3) La différence d'ordre entre les deux situations est

$$\Delta p = p_{CH_4} - p_{air} = \frac{n_{CH_4} - n_{air}}{\lambda}\ell$$

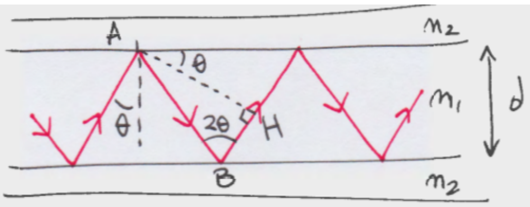
Ici l'énoncé nous dit que le changement dans la cuve a fait défiler 32 franges donc $\Delta p = 32$

On en déduit : $\boxed{n_{CH_4} = n_{air} + \dfrac{32\lambda}{\ell}}$

AN : $n_{CH_4} = 1 + 4{,}48.10^{-4}$

## Approfondissements

### Exercice 4 - Fibre à saut d'indice




① le rayon est confiné à l'intérieur de la lame s'il arrive sur le dioptre $n_1/n_2$ avec une incidence supercritique

$$\boxed{\sin\theta > \frac{n_2}{n_1}}$$

② on veut que A et H vibrent en phase $\varphi(H) - \varphi(A) = m.2\pi$, $m \in \mathbb{Z}$

or $\varphi(H) = \varphi(A) + \frac{2\pi}{\lambda_0}(AH)$ soit $(AH) = m\lambda_0$, $m \in \mathbb{Z}$

Calculons $(AH) = n_1(AB + BH)$

or $\cos\theta = \frac{d}{AB}$ donc $AB = \frac{d}{\cos\theta}$

D'autre part $\cos 2\theta = \frac{BH}{AB}$ d'où $BH = AB.\cos 2\theta = d.\frac{\cos 2\theta}{\cos\theta}$

Il vient donc $(AH) = n_1\left[\frac{d}{\cos\theta} + d\left(\frac{2\cos^2\theta - 1}{\cos\theta}\right)\right]$.

$$(AH) = n_1 d\left[\frac{1}{\cos\theta} + 2\cos\theta - \frac{1}{\cos\theta}\right]$$

Finalement $(AH) = 2n_1 d\cos\theta = m\lambda_0$

$$\boxed{\cos\theta = \frac{m\lambda_0}{2n_1 d} \quad \text{avec } m \in \mathbb{Z}}$$

③. la première condition $\sin\theta > \frac{n_2}{n_1}$ donne $\sqrt{1-\cos^2\theta} > \frac{n_2}{n_1}$

soit $-\cos^2\theta > \frac{n_2^2}{n_1^2} - 1$ d'où $\cos\theta < \sqrt{1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}}$

Cela donne une condition sur m :

$$m < \frac{2n_1 d}{\lambda_0}\sqrt{1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}} \qquad \boxed{m < \frac{2d}{\lambda_0}\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}$$

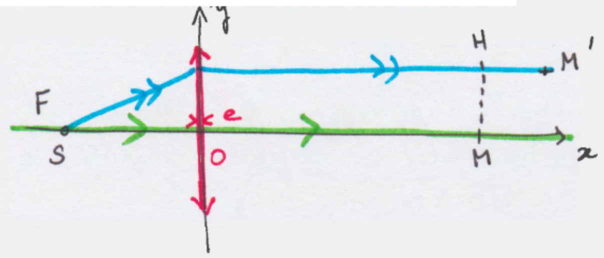
AN: $m < \frac{2 \times 50.10^{-6}}{0{,}5.10^{-6}}\sqrt{(1{,}5)^2 - (1{,}4)^2}$ $\quad m < 107{,}7$

Il y a donc 108 modes possibles, pour $\boxed{m \in [\![0;107]\!]}$

## Exercice 5 - Chemin optique

$M\begin{pmatrix}x\\0\end{pmatrix}$ $M'\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ $S\begin{pmatrix}-f'\\0\end{pmatrix}$

(1)




Si $OS = f'$ alors S est au foyer principal objet de la lentille.
Les rayons issus de S qui émergent de la lentille sont donc parallèles à l'axe optique.

D'après le théorème de Malus, l'onde est plane en sortie de lentille donc M et H vibrent en phase, avec H le projeté orthogonal de M sur le rayon passant par M' $(SM) = (SH)$

Il vient $(SM') - (SM) = (HM') = n_{air}(x' - x)$

Exprimons $(SM)$. Le rayon traverse la lentille au niveau de son centre optique, c'est-à-dire là où l'épaisseur de verre est e.

Il vient $(SM) = n_{air} . SO + ne + n_{air}.(OM - e)$

$$\boxed{(SM) = n_{air}(f' + x) + (n - n_{air})e}$$

Pour l'autre rayon $(SM') = (SM) + n_{air}(x' - x)$

$$(SM') = n_{air}(f' + x + x' - x) + (n - n_{air})e$$

$$\boxed{(SM') = n_{air}(f' + x') + (n - n_{air})e}$$

(2) $S \xrightarrow{\mathcal{L}} S'$ D'après la relation de conjugaison de Descartes

$$\frac{1}{\overline{OS'}} - \frac{1}{\overline{OS}} = \frac{1}{f'} \quad \text{avec ici} \quad \overline{OS} = -\frac{3f'}{2}$$

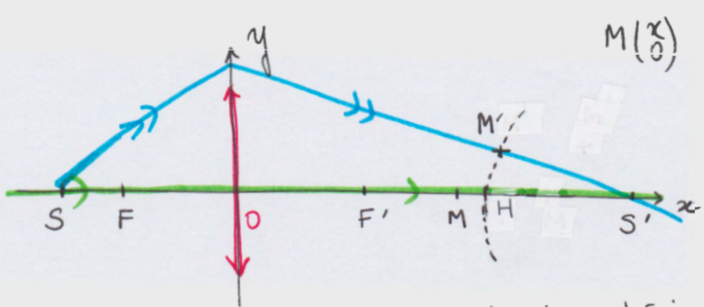
$$\frac{1}{\overline{OS'}} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{\overline{OS}} = \frac{1}{f'} - \frac{2}{3f'} = \frac{1}{3f'} \quad \text{soit} \quad \overline{OS'} = 3f'$$

Pour le rayon passant par M (axe optique) on a encore

$(SM) = n_{air}\, SO + ne + n_{air}(OM - e)$

$$\boxed{(SM) = n_{air}\left(\frac{3f'}{2} + x\right) + (n - n_{air})e}$$

$M\begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$ $M'\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ $S'\begin{pmatrix} 3f' \\ 0 \end{pmatrix}$




D'après le théorème de Malus, l'onde sphérique divergente issue de S est transformée par la lentille en onde sphérique convergente vers S'. Les surfaces de phase de l'onde arrivant en S' sont des cercles de centre S'. $(M'S) = (HS)$

On a donc $(SH) = (SM') = (SM) + (MH)$

Reste à trouver l'abscisse de H. $S'H = S'M' = \sqrt{(3f'-x')^2 + y'^2}$

$MH = MS' - HS'$

$MH = (3f'-x) - \sqrt{(3f'-x')^2 + y'^2}$

Finalement $(SM') = n_{air}\left(\frac{3f'}{2} + x\right) + (n - n_{air})e + n_{air}(3f'-x)$
$- n_{air}\sqrt{(3f'-x')^2 + y'^2}$

$$\boxed{(SM') = n_{air}\left[\frac{9f'}{2} - \sqrt{(3f'-x')^2 + y'^2}\right] + (n - n_{air})e}$$