
DS 3

Optique

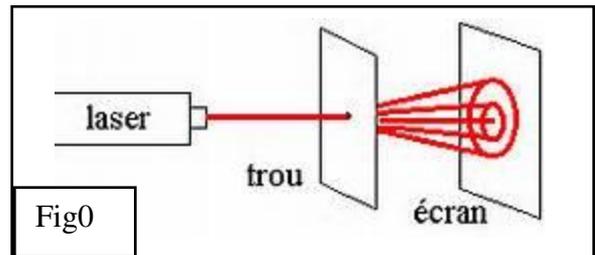
Vendredi 13 novembre 2020



A . Mesures interférométriques

A-I) Trou d'Young.

Un Laser envoie, sur un trou circulaire de faible diamètre d percé dans un plan π_0 , un faisceau de lumière parallèle monochromatique, de longueur d'onde dans le vide λ_0 (Fig 0). On observe la figure 1 sur écran π_E placé à la distance D de π_0 (π_E et π_0 sont parallèles).



Le faisceau incident se propage dans l'air (indice absolu N_a) dans la direction $X'X$ perpendiculaire aux plans.

On associe au plan π_E un repère ($Y'Y, Z'Z$).

La figure 2 donne, en fonction de z , l'intensité lumineuse I observée sur π_E .

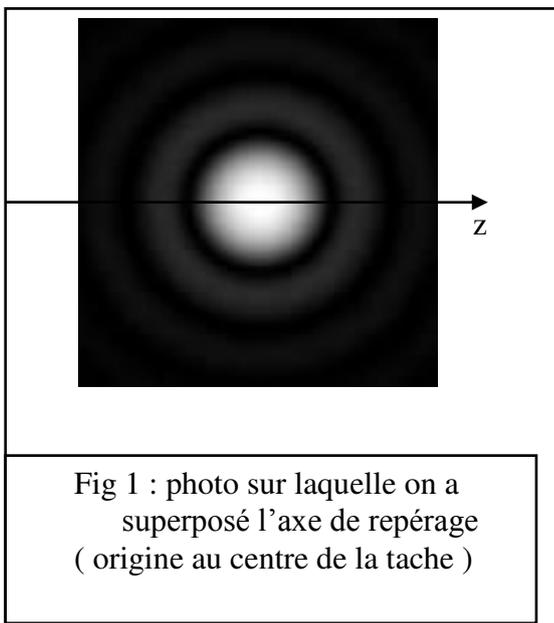
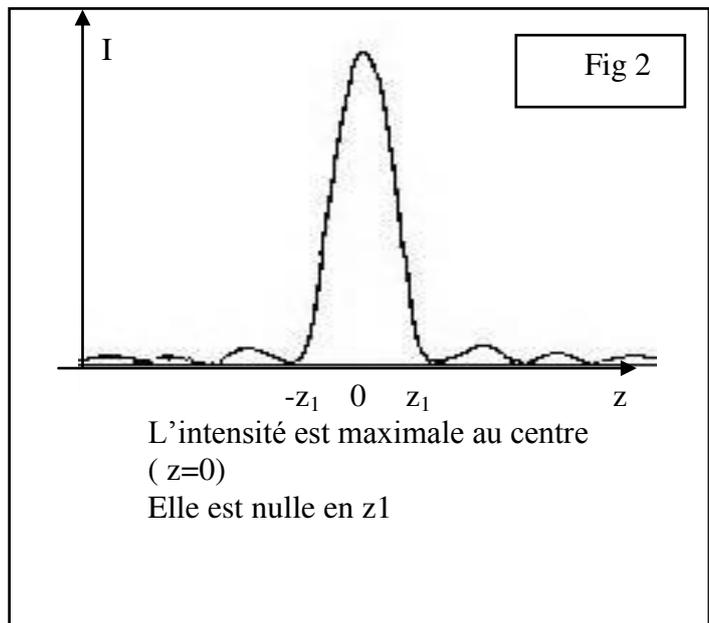


Fig 1 : photo sur laquelle on a superposé l'axe de repérage (origine au centre de la tache)



L'intensité est maximale au centre ($z=0$)
Elle est nulle en z_1

1°)

a- Quel est le phénomène physique mis en jeu ?

b- Le rayon R de la tache centrale, supposé égal à z_1 , est donné par une des relations

suivantes : $\kappa \cdot \frac{\lambda_0 D}{Na d}$ ou $\kappa \cdot \frac{\lambda_0 D}{Na d^2}$ ou $\kappa \frac{\lambda_0 d}{Na D}$

Ecrire la bonne réponse en justifiant brièvement les raisons de votre choix

(κ est une constante sans dimension dépendant de la géométrie et dont la valeur approchée est $\kappa = 1,2$ pour un trou circulaire).

2°) On peut considérer que le trou d'Young se comporte comme une source lumineuse, notée S, quasi ponctuelle, émettant de la lumière dans un cône d'ouverture θ correspondant à la tache centrale de la figure 1.

- a- Evaluer θ littéralement.
- b- Tracer, en fonction de z, le profil de l'intensité lumineuse sur π_E en supposant que la zone éclairée l'est uniformément.
- c- Comparer ce profil et la figure 2. Conclure en 5 lignes maximum sur la validité de ce modèle.

Dans toute la suite, les trous d'Young seront assimilés à une telle source ponctuelle.

A-II) dispositif interférentiel à deux trous d'Young.

Le dispositif est le même qu'en A-I, mais le faisceau arrive sur deux trous d'Young percés dans le plan π_0 (fig 3). Ces trous d'Young, éclairés par un faisceau incident parallèle se propageant dans la direction OX, se comportent comme deux sources lumineuses S1,S2 ponctuelles, monochromatiques, synchrones, cohérentes, distantes de b (fig 3a) ; ces deux sources émettent une même lumière de longueur d'onde dans le vide λ_0 . Elles sont symétriques par rapport à l'axe OX.

Ces ondes se propagent dans l'air d'indice optique absolu N_a .

On utilise le repère {OXYZ}, l'origine O étant au milieu de S1S2 (Fig3).

On observe des interférences dans la zone commune d'éclairage du plan π_E .

Cette zone est sensiblement un disque de rayon R = 1 cm (Fig 3 et 3b).

On s'intéresse aux phénomènes en un point M ($x=D,y,z$) du plan π_E .

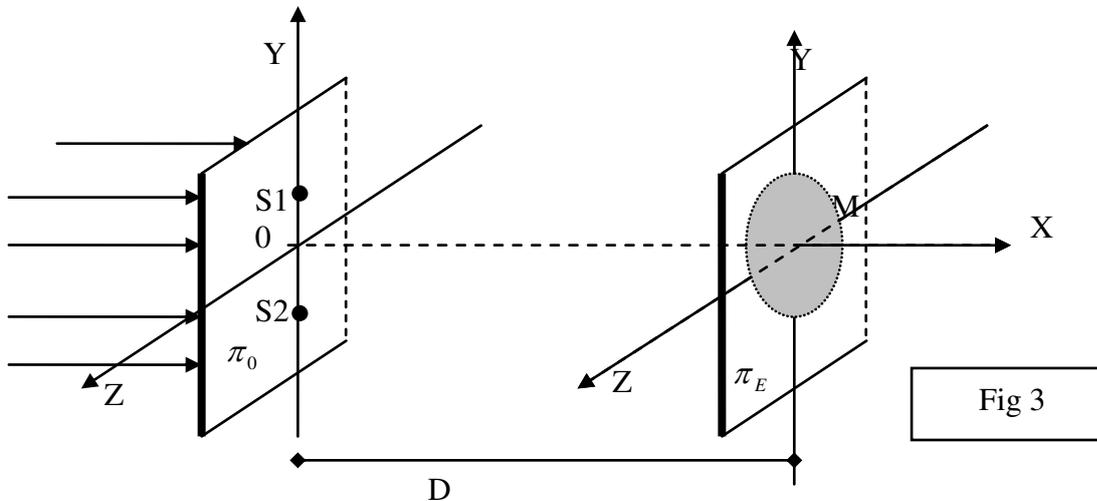


Fig 3a: Vue en coupe

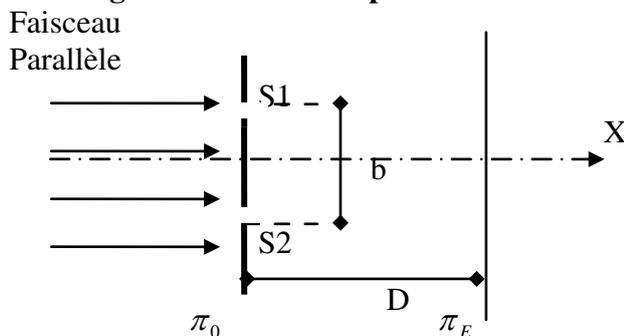
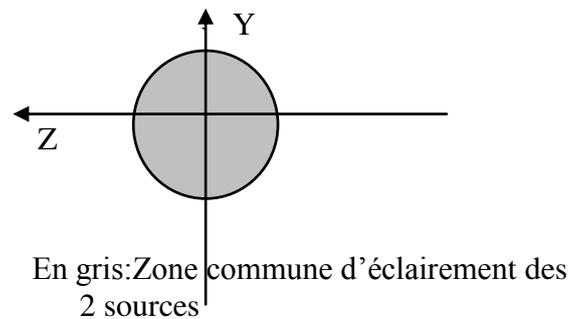


Fig 3b: vue du plan π_E



1°) Préciser la signification des termes synchrone et cohérent.

2°) Les distances séparant les sources du point M(de coordonnées D,y,z) sont notées respectivement $d_1= S_1M$ et $d_2=S_2M$.

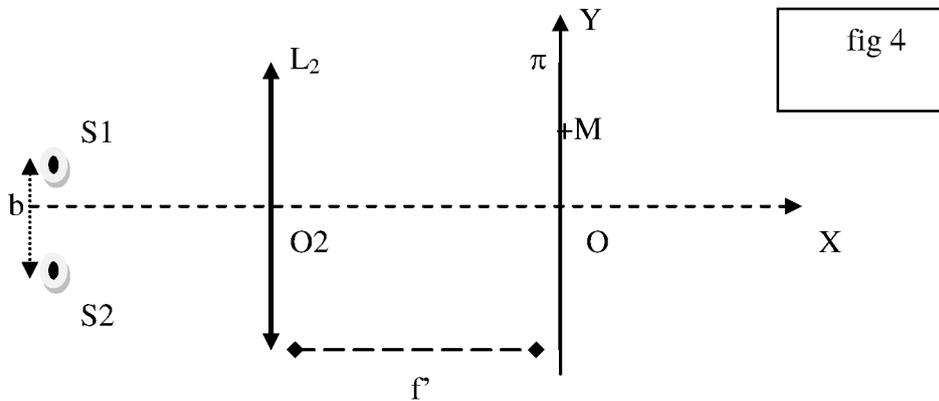
- a- Evaluer d_2,d_1 en fonction de y, z, D et b.

- b- En déduire la différence de marche $\Delta = d_2 - d_1$ lorsque y, z et b sont très petits devant D .
 c- Relier la différence de chemin optique $\delta_{2/1}$, Δ et l'indice absolu de l'air N_a .

- 3°) Montrer que l'intensité lumineuse au point M est de la forme $I = A \cdot \{1 + \cos(B)\}$ et expliciter B en fonction de $\delta_{2/1}$ et λ_0 .
 4°) Reproduire et compléter la fig 3b en dessinant l'allure géométrique des franges d'intensité maximale.
 5°) Evaluer le nombre de franges d'intensité maximale observable avec : $\lambda_0 = 500\text{nm}$,
 $b = 2\text{mm}$, $N_a \cong 1$; $D = 2\text{m}$.

A- III) Montage expérimental.

On reprend le montage précédent de A-II mais on observe, à présent, les phénomènes sur un écran π situé dans le plan focal image d'une lentille convergente (L_2). Cette lentille, fonctionnant dans les conditions de Gauss, sera considérée comme parfaitement stigmatique pour ses points conjugués. Les trous d'Young sont symétriques par rapport à l'axe optique OX de la lentille L_2 .



On regarde ce qui se passe en un point M d'ordonnée y du plan π . On suppose que S_1 et S_2 sont en phase. Démontrer que la différence de chemin optique $\delta_{2/1}$ entre l'onde arrivant en M issue de S_2 et celle issue de S_1 est : $\delta_{2/1} = N_a \cdot \frac{bY}{f'}$

On justifiera de manière précise, à l'aide de schémas, les raisonnements utilisés.

A-IV) Mesure d'indice de réfraction.

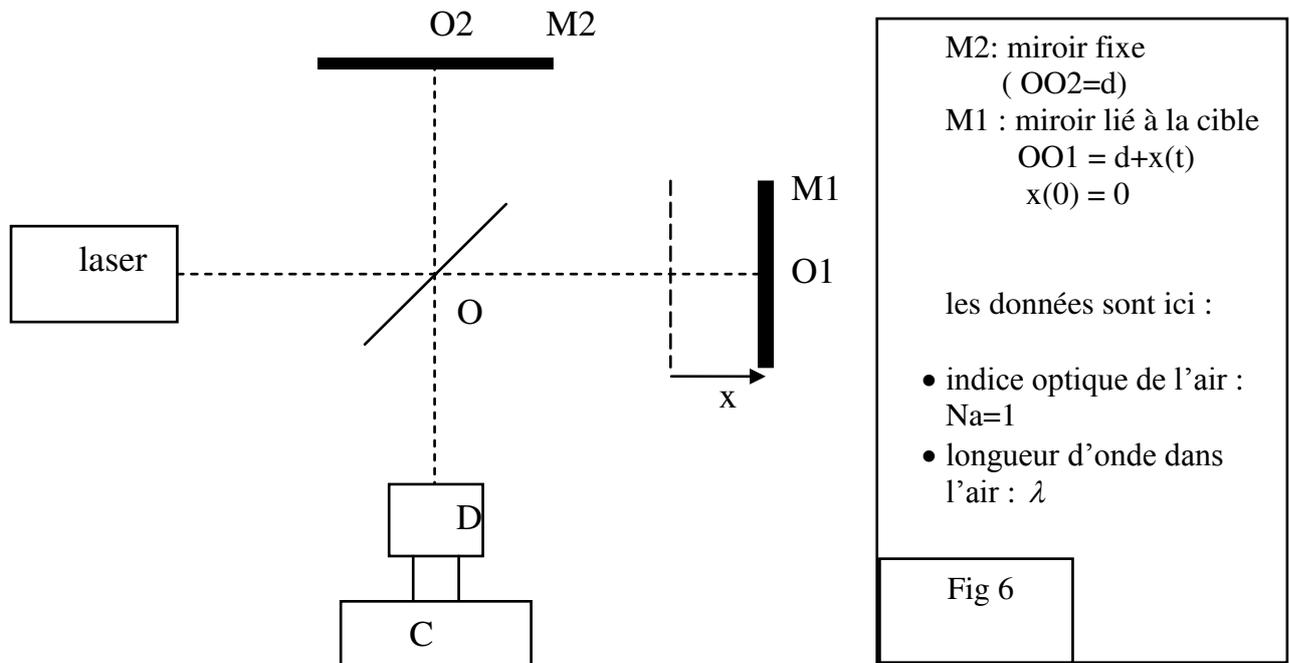
Le dispositif de mesure comprend une source de lumière monochromatique S, ponctuelle, de longueur d'onde dans le vide λ_0 , placée au foyer objet d'une lentille convergente L_1 (fig 5). Entre les deux lentilles L_1 et L_2 (considérées comme minces, identiques, de distance focale f'), on dispose deux cuves C_1 et C_2 identiques de longueur L . Deux fentes d'Young séparées de la distance b sont placées avant L_2 symétriquement par rapport à l'axe SO.

On observe sur un écran π dans le plan focal image de L_2 .

Les points S et O sont sur l'axe optique commun de L_1 et L_2 .

La cuve C_2 contient de l'air d'indice optique absolu N_a ; la cuve C_1 contient un gaz d'indice optique absolu N_1 .

- 1°) Déterminer la différence de chemin optique $\delta_{2/1}$ entre une onde issue de S arrivant en M en étant passée par C_2 et celle qui est passée par C_1 .
 On donnera le résultat en fonction de N_a, N_1, b, f', L et l'ordonnée y de M sur π .



1°) Déterminer l'intensité lumineuse I arrivant sur le détecteur D ; montrer qu'elle se compose d'un terme constant et d'un terme variable lié au déplacement $x(t)$.

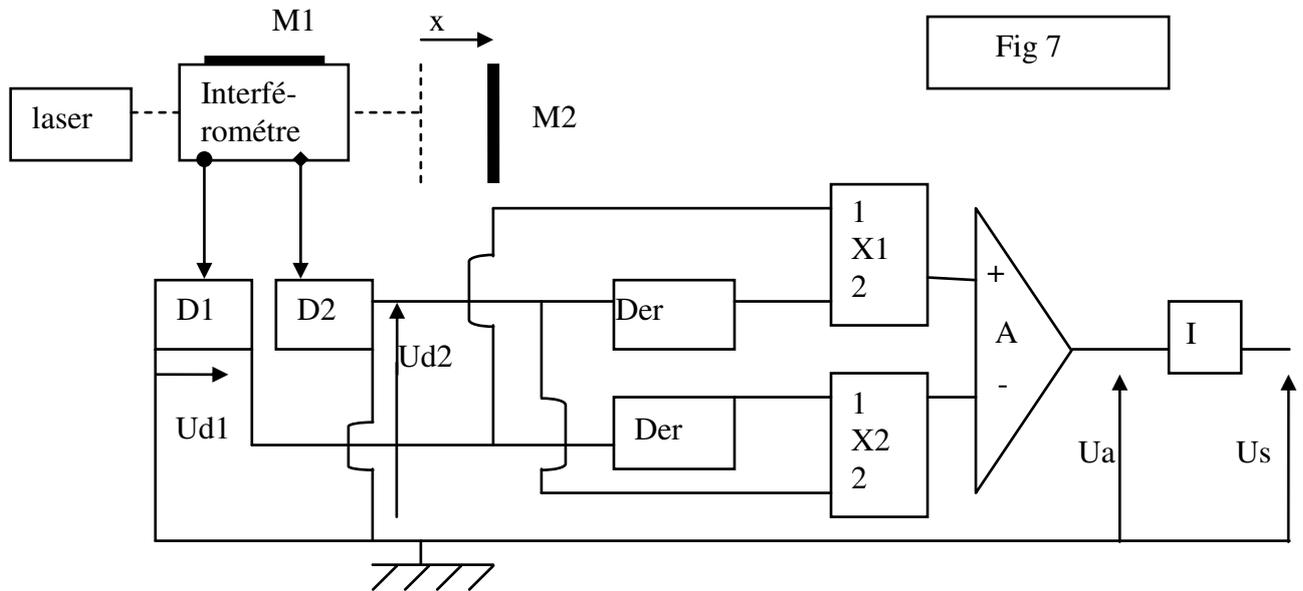
2°) Le détecteur D élimine la composante constante du signal et donne une tension U_d proportionnelle à la composante variable de l'intensité I .
Montrer que $U_d = U_0 \cdot \cos(\Phi)$ et expliciter Φ en fonction de x et des données.

3°) Le détecteur D est couplé à un compteur C incrémenteur de franges (cf A-IV-3).
Le compteur est à 0 lorsque $x=0$.
a- On envisage un déplacement de la cible toujours dans le même sens sur une longueur $L = 200 \lambda$; quelle sera l'indication du compteur ?
b- On envisage à présent un déplacement de $L_1=100 \lambda$ dans un sens et $L_2=100 \lambda$ en sens inverse. Donner l'abscisse finale de la cible et l'indication du compteur dans ce cas.
c- A quelle grandeur accède-t-on finalement par ce dispositif interférentiel ?

4°) lame à retard

On interpose sur le bras OO_2 , une lame d'indice N et d'épaisseur e , dans le but que le détecteur D délivre la tension $U_d = U_0 \cdot \sin(\Phi)$, Φ ayant la même expression que celle trouvée en 2°.
Donner l'expression littérale des épaisseurs possibles de la lame pour qu'il en soit ainsi.

5°) Mesure d'abscisse.
Le dispositif interférométrique de suivi de déplacement est modifié de manière à générer, à l'aide de 2 détecteurs, les tensions $U_{d1} = U_0 \cos(\Phi)$ et $U_{d2} = U_0 \sin(\Phi)$ (fig 7).



Dans la figure 8, les expressions donnent les relations entre les tensions de sortie (s) et d'entrée, par rapport à la masse. Les K_p sont des constantes

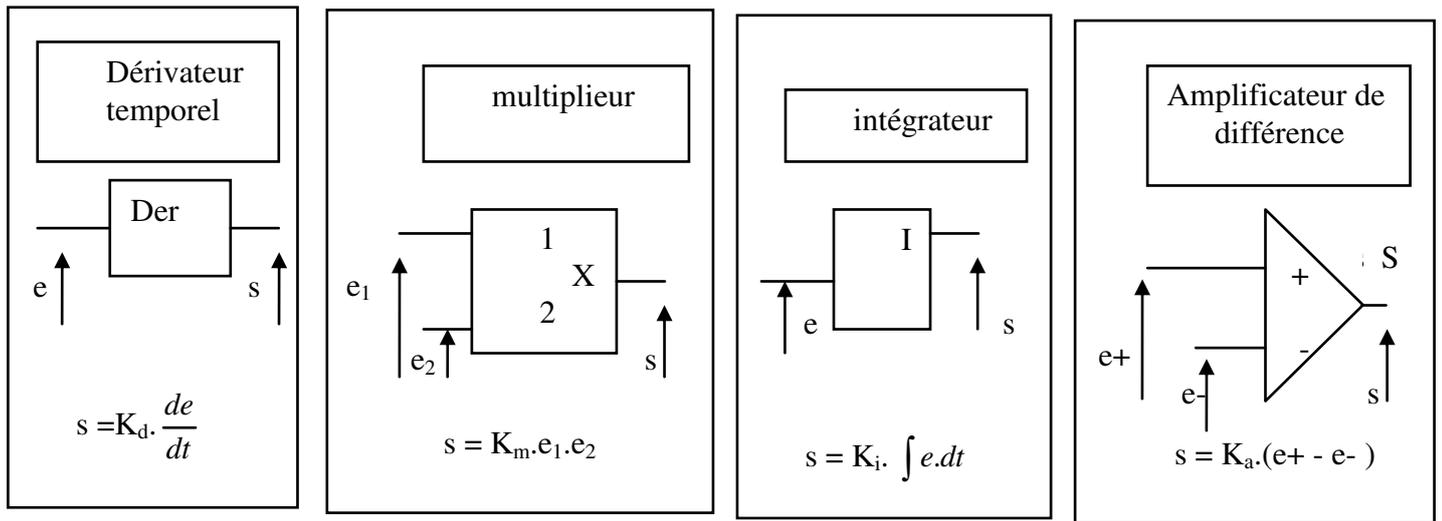


Figure 8

a- On cherche les tensions U_{x1} et U_{x2} à la sortie des multiplieurs ; remplir le tableau suivant :

| | Tension sur l'entrée 1 | Tension sur l'entrée 2 | Tension de sortie |
|----|------------------------|------------------------|-------------------|
| X1 | | | |
| X2 | | | |

b- Donner l'expression de U_a .

c- Donner l'expression de U_s

d- Quel est l'intérêt de ce montage ?

Partie II – La fibre optique

Dans toute cette partie, on notera $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ la célérité de la lumière dans le vide.

II.1 – Généralités

- Q15.** Énoncer les lois de Snell – Descartes relatives à la réflexion et à la réfraction de la lumière en les accompagnant de schémas.
- Q16.** Lors d'une séance de travaux pratiques, on dispose d'un disque métallique gradué en degrés, d'un laser et d'un demi-cylindre de plexiglas dont la face plane est confondue avec un diamètre du disque métallique. La lumière du laser arrive sur la face courbe du demi-cylindre de plexiglas suivant un de ses rayons comme indiqué en **figure 4**. Le demi-cylindre peut pivoter sur le disque métallique autour de l'axe (Oz) , O étant le centre du disque.

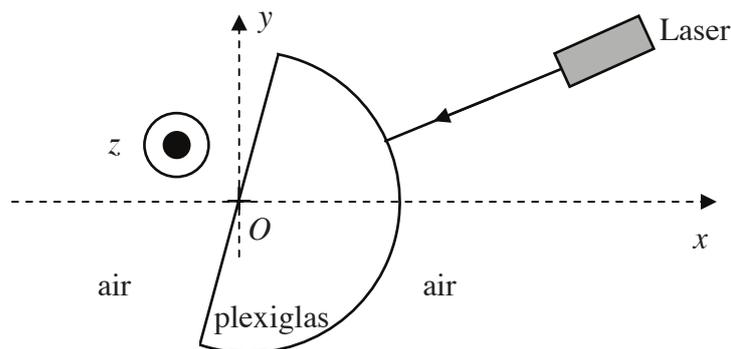


Figure 4 – Expérience avec un demi-cylindre en plexiglas

Reproduire la **figure 4** et tracer les rayons réfractés et réfléchis issus du laser. Quelles lois peut-on vérifier avec cette expérience ? Quel phénomène pourra être mis en évidence à l'occasion de cette expérience ? Pourquoi utiliser un laser comme source lumineuse ?

II.2 – La fibre optique à saut d'indice

Une fibre optique à saut d'indice, représentée en **figure 5**, est constituée d'un cœur cylindrique transparent d'indice $n_c = 1,500$ et de rayon r_c , entouré d'une gaine transparente d'indice $n_g = 1,485$. L'axe Ox de la fibre est normal au dioptre air-cœur. En raison de la symétrie de révolution de la fibre autour de l'axe Ox , on se restreint à une étude dans le plan (xOy) .

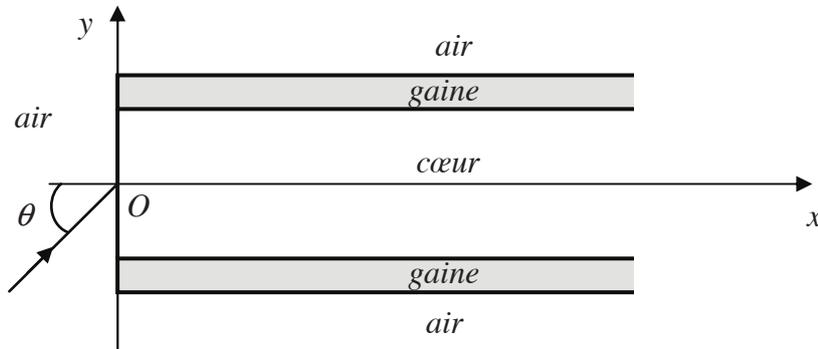


Figure 5 – Fibre optique à saut d'indice

Q17. Un rayon lumineux monochromatique se propageant dans l'air, situé dans le plan (xOy) , pénètre dans le cœur de la fibre en O avec un angle d'incidence θ . Montrer que le rayon reste dans le cœur si l'angle θ est inférieur à un angle limite θ_L , appelé angle d'acceptance de la fibre optique, dont vous donnerez l'expression en fonction de n_c et de n_g . Calculer la valeur de θ_L . L'indice de l'air vaut $n_a = 1,000$.

On considère maintenant une fibre optique de longueur L . Le rayon entre dans la fibre avec un angle d'incidence θ variable compris entre 0 et θ_L .

Q18. Quel est le rayon qui traverse le plus rapidement la fibre ? Exprimer, en fonction de L , c et n_c , la durée de parcours T_1 de ce rayon.

Q19. Quel est le rayon qui met le plus de temps à traverser la fibre ? Exprimer, en fonction de L , c , n_g et n_c , la durée de parcours T_2 de ce rayon.

Q20. En déduire l'expression de l'intervalle de temps $\delta T = T_2 - T_1$ en fonction de L , c , n_g et n_c . On

posera $2 \cdot \Delta = 1 - \left(\frac{n_g}{n_c}\right)^2$ avec $\Delta \ll 1$. Dans ces conditions, exprimer δT en fonction de L , c , n_c et Δ . Calculer la valeur de δT pour $L = 10$ km.

On injecte à l'entrée de la fibre une impulsion lumineuse de durée τ_e , représentée en **figure 6**, formée par un faisceau de rayons ayant un angle d'incidence compris entre 0 et θ_L .

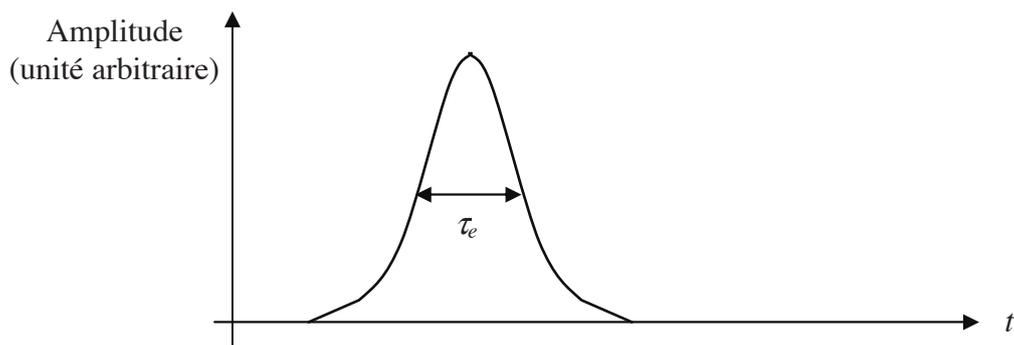


Figure 6 – Impulsion lumineuse en entrée de fibre optique

- Q21.** Reproduire la **figure 6**. Représenter l'allure de l'impulsion en sortie de fibre. Préciser sa durée approximative τ_s . On négligera ici tout phénomène d'absorption de la lumière par la fibre.
- Q22.** Le codage binaire de l'information consiste à envoyer des impulsions lumineuses, appelées bits, périodiquement avec une fréquence f . En supposant τ_e négligeable devant δT , quelle est la fréquence maximale de transmission f_{max} qui empêche le recouvrement des impulsions à la sortie de la fibre ?
- Q23.** En considérant L_{max} la longueur maximale de fibre optique qui permet d'éviter le phénomène de recouvrement des impulsions, on définit le produit $B = L_{max} \cdot f$ comme étant la bande passante de la fibre optique. Exprimer B en fonction de c , n_c et Δ . Expliquer l'intérêt d'introduire cette grandeur. Pour un débit de 100 Mbits par seconde, évaluer et commenter la longueur maximale de fibre optique que l'on peut utiliser pour transmettre le signal.

II.3 – La fibre optique à gradient d'indice

Pour remédier à l'élargissement des impulsions, on a fabriqué des fibres dites à gradient d'indice dans lesquelles on a remplacé le cœur par un milieu inhomogène d'indice $n(y)$ vérifiant la relation

$$n^2(y) = n_c^2 \cdot \left[1 - 2 \cdot \Delta \cdot \left(\frac{y}{r_c} \right)^2 \right] \text{ pour } |y| \leq r_c, \text{ où } y \text{ désigne la distance algébrique du point considéré à l'axe } Ox \text{ et } r_c \text{ le rayon du cœur de la fibre. La gaine reste homogène d'indice } n_g \text{ et on a encore } n(y=0) = n_c = 1,500. \text{ Le rayon entre dans la fibre en } O \text{ avec un angle d'incidence } \theta \text{ compris entre } 0 \text{ et } \theta_L. \text{ Dans ces conditions, la trajectoire du rayon lumineux est celle indiquée en } \mathbf{figure 7}.$$

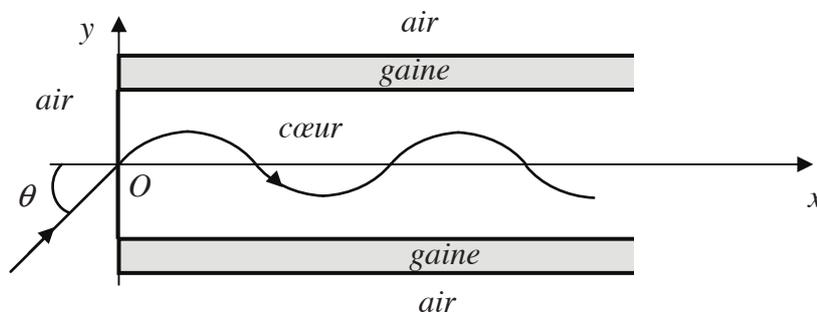


Figure 7 – Fibre à gradient d'indice

- Q24.** Reproduire la **figure 7**. Justifier puis dessiner, sans respect d'échelle, les vecteurs $\overrightarrow{\text{grad}} n(y)$ au sein du cœur pour $y > 0$ et $y < 0$.
- Q25.** Soit un point M du rayon lumineux repéré par ses coordonnées (x, y) . On introduit φ , l'angle formé en M entre la tangente au rayon lumineux et l'axe Ox comme indiqué en **figure 8a** de la page 8. En considérant le cœur comme un milieu stratifié formé de milieux d'indices $n_0, n_1, \dots, n_j, \dots$ limités par des dioptries plans parallèles, d'équation $y = \text{cste}$ (**figure 8b** page 8), quelles relations lient les indices n_{j-1}, n_j , et n_{j+1} aux angles d'incidence i_{j-1}, i_j, i_{j+1} ? En considérant que cette propriété est valable pour une fibre à gradient d'indice, que peut-on dire de la quantité $n(y) \cdot \cos \varphi$? Exprimez-la en fonction de n_c et $\theta_0 = \text{Arcsin} \left(\frac{n_g \cdot \sin \theta}{n_c} \right)$.

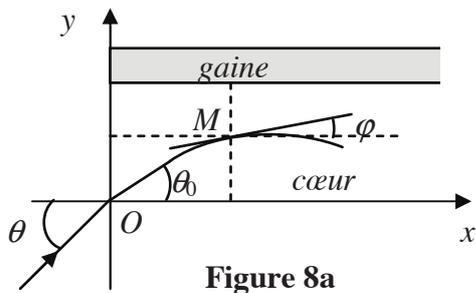


Figure 8a

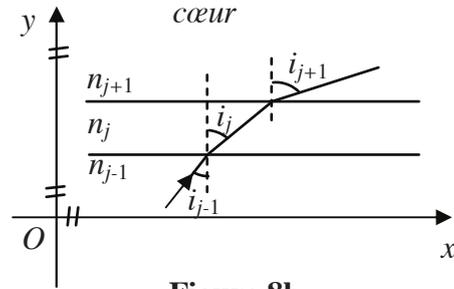


Figure 8b

Trajectoire du rayon lumineux dans une fibre à gradient d'indice

Relier, $\frac{dy}{dx}$, la pente de la tangente du rayon lumineux en M , à l'angle φ . Montrer alors que :

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \left(\frac{n(y)}{n_c \cdot \cos \theta_0}\right)^2 - 1.$$

Q26. En considérant que $n^2(y) = n_c^2 \cdot \left[1 - 2 \cdot \Delta \cdot \left(\frac{y}{r_c}\right)^2\right]$ et en dérivant l'équation précédente, on

obtient l'équation différentielle suivante : $\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{2 \cdot \Delta}{(r_c \cdot \cos \theta_0)^2} \cdot y$. Donner l'équation de la

trajectoire d'un rayon, $y(x)$, en fonction de r_c , Δ , θ_0 et x . Montrer que le rayon lumineux coupe l'axe Ox en des points régulièrement espacés d'une distance d que l'on exprimera en fonction de r_c , Δ , θ_0 .

Q27. On appelle ouverture numérique, O.N., la quantité $\sin \theta_L$ où θ_L est l'angle limite défini à la question **Q17**. Existe-t-il une différence d'O.N. entre une fibre optique à saut d'indice et une à gradient d'indice ? Quel est l'intérêt de cette caractéristique de la fibre optique ?

Q28. On considère une impulsion lumineuse identique à celle de la question **Q21**. Cette impulsion, en sortie d'une fibre optique à gradient d'indice de longueur L , possède un élargissement temporel, $\delta T' = \frac{n_c \cdot L}{c} \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot \cos \theta_0} - 1 + \frac{\cos \theta_0}{2}\right)$. Evaluer cette durée pour $L = 10$ km et l'angle

θ_0 maximum. Commenter. Interpréter physiquement pourquoi l'élargissement temporel est plus petit dans une fibre à gradient d'indice.

Q29. À quelle condition sur le rayon de la fibre le modèle utilisé jusqu'à présent est-il valable ?

II.4 – Le multiplexage par longueurs d'onde

Un article d'un ouvrage sur les fibres optiques décrit la technique du multiplexage par longueurs d'onde de la façon suivante :

[...] « Pour augmenter la capacité de transmission on peut utiliser la technique du multiplexage par répartition de longueurs d'onde (*wavelength division multiplexing* : WDM). L'idée est de transmettre plusieurs signaux optiques à différentes longueurs d'onde et de les combiner pour les envoyer sur une même fibre. Le multiplexage WDM utilise des multiplexeurs de longueur d'onde, composants sélectifs et réciproques. Au contraire des coupleurs, où le même signal est réparti entre les différentes sorties, les multiplexeurs possèdent un accès commun et n accès sélectifs.

Des signaux portés par des longueurs d'onde différentes arrivant par l'accès commun sont aiguillés vers des sorties différentes. En sens inverse, des signaux de longueurs d'onde différentes arrivant par leur accès propre sont multiplexés, en théorie sans pertes, sur la sortie commune. On peut ainsi citer la technologie CWDM qui multiplexe 4 à 8 longueurs d'ondes espacées de 10 à 20 nm ».

- Q30.** Quel est l'avantage du multiplexage par longueurs d'onde par rapport à une transmission avec une seule longueur d'onde ?
- Q31.** Illustrer, à l'aide d'un schéma, le principe de multiplexage par longueurs d'onde pour quatre signaux de longueur d'ondes différentes.
- Q32.** Expliquer le terme de réciproque.
- Q33.** L'article s'accompagne de la **figure 9** suivante. En vous basant sur cette dernière, expliquer le principe de multiplexage / démultiplexage par réseau de diffraction.

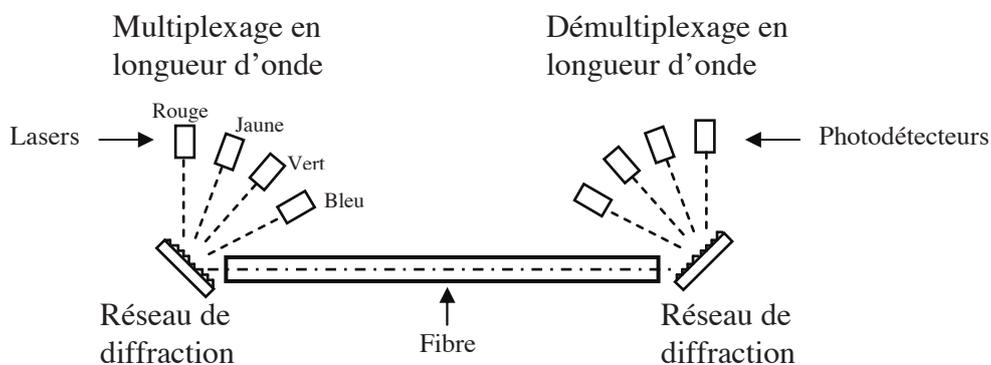


Figure 9 – Multiplexage / démultiplexage par réseau de diffraction

II.5 – Pertes associées à l'usage de la fibre optique

Les inévitables impuretés présentes dans la fibre diffusent la lumière hors de celle-ci. Ainsi, la puissance lumineuse diminue le long du trajet. On souhaite établir la loi d'évolution de la puissance $P(x)$ en fonction de l'abscisse x . Pour cela, on considère une densité volumique n_v d'impuretés identiques, modélisées par des sphères présentant chacune une surface apparente notée σ et appelée section efficace microscopique, contenues dans une tranche de faible épaisseur dx entre les abscisses x et $x+dx$ (**figure 10**). On suppose, par ailleurs, que la lumière se propage rectilignement selon l'axe Ox , que la puissance est également répartie sur la section S du cœur de la fibre et que toute lumière arrivant sur une impureté est diffusée et ne franchit donc pas la tranche dx . Enfin, on négligera le recouvrement éventuel des sections efficaces microscopiques.

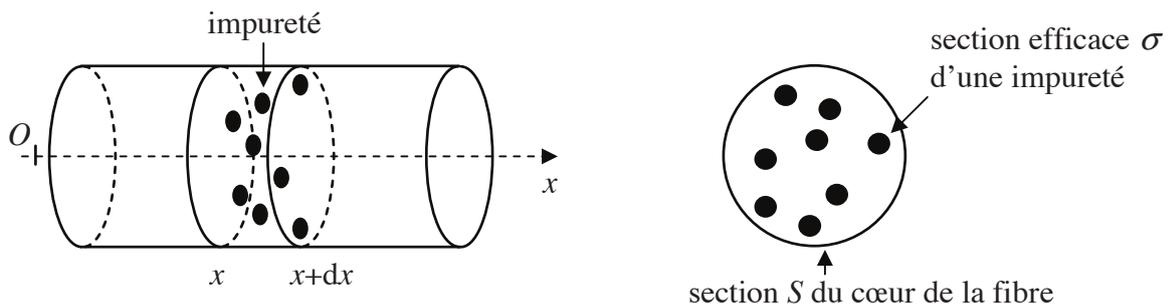


Figure 10 – Impuretés dans une fibre

- Q34.** Effectuer un bilan de puissance au sein de la tranche dx . En considérant une tranche d'épaisseur infinitésimale, l'évolution de la puissance lumineuse entre les abscisses x et $x+dx$ est telle que : $P(x+dx) - P(x) = \frac{dP(x)}{dx} \cdot dx$. En déduire l'équation différentielle vérifiée par la fonction $P(x)$. En prenant pour condition limite $P(x=0) = P_0$, donner l'expression de $P(x)$ en fonction de x , P_0 , n_v et σ .
- Q35.** On définit, comme pour le câble coaxial, l'atténuation linéique de puissance lumineuse entre le point d'entrée de la fibre en $x = 0$ et un point d'abscisse x par la grandeur A , exprimée en décibel par unité de longueur : $A = \frac{10 \cdot \log\left(\frac{P_0}{P(x)}\right)}{x} = \frac{10}{\ln 10} \cdot \frac{\ln\left(\frac{P_0}{P(x)}\right)}{x}$. Donner l'expression de A en fonction de n_v et σ .
- Q36.** Pour un verre standard, cette atténuation linéique est de l'ordre de 0,1 dB/mm, alors que dans les fibres optiques, elle est de l'ordre de 0,2 dB/km. En supposant que le signal doit être ré-amplifié dès que sa puissance est inférieure à 1 % de sa valeur d'émission, calculer la distance maximale qui sépare deux amplificateurs lors d'une liaison par fibres optiques. Comparer et commenter à celle que l'on aurait avec une liaison par câble coaxial d'atténuation 10 dB/km.
- Q37.** La section efficace microscopique d'une impureté donnée n'est pas constante mais dépend de la longueur d'onde λ du signal lumineux. Aussi, l'atténuation linéique A d'une fibre optique dépend également de celle-ci comme indiqué en **figure 11**. Quelle longueur d'onde choisiriez-vous pour des télécommunications mettant en œuvre des fibres optiques ? À quel domaine du spectre électromagnétique cela correspond-il ?

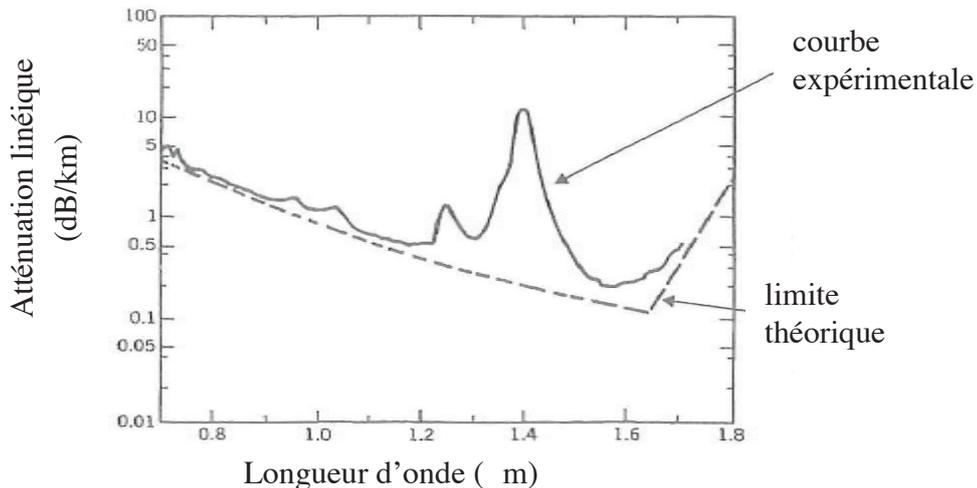


Figure 11 – Atténuation linéique de puissance en fonction de la longueur d'onde