
TD 14

Actions des fluides

Questions de cours

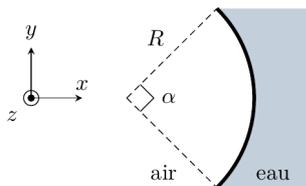
- Donner l'expression de l'énergie potentielle d'interface associée à la tension superficielle.
- Donner l'expression de la force capillaire subie par un contour élémentaire dl .
- Donner la loi de Laplace.
- Quelles sont les deux composantes de la force de frottement que l'air exerce sur un obstacle ?
- Comment s'écrit la force de en fonction du nombre de Reynolds de l'écoulement ?
- Citer les deux principes de calculs à respecter dans les calculs de bilans.
- Dans le cas d'un écoulement parfait, que peut-on dire de la puissance des forces intérieures à l'écoulement ?

Applications directes du cours

Exercice 1 - Barrage voûte - ♥/★



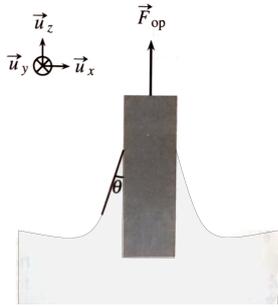
Un barrage voûte est ainsi nommé en raison de sa forme arquée caractéristique. La forme courbe de ces barrages permet de reporter les efforts dus à la poussée de l'eau sur chaque côté des rives. Un tel barrage fonctionne sur le même principe que les voûtes des cathédrales : Pour ces dernières, la charge se concentre sur les piliers des voûtes, alors que pour les barrages, l'effort se concentre aux points d'appuis sur les rives. Ce type de barrage est donc adapté aux vallées étroites disposant de versant très rigides.



On modélise un tel barrage par un quart de cylindre de hauteur $H = 135 \text{ m}$, rayon R et d'ouverture $\alpha = \pi/2$. Le couronnement, c'est à dire l'arc de cercle au sommet du barrage, a pour longueur $L = 230 \text{ m}$.

1. Déterminer le rayon R du quart de cylindre
2. Déterminer sans calcul la direction et le sens des forces exercées par l'air sur la barrage, par l'eau sur le barrage, puis la résultante.
3. Calculer la force \vec{F}_{air} exercée par l'air sur le barrage.
4. Calculer la force \vec{F}_{eau} exercée par l'eau sur le barrage.
5. En déduire la résultante.

Exercice 2 - Méthode d'arrachement - ♥♥ / ★★



On cherche à déterminer le coefficient de tension superficielle γ_{LV} . pour ce faire on plonge une lame dans le liquide et on la relève progressivement en mesurant la force nécessaire.

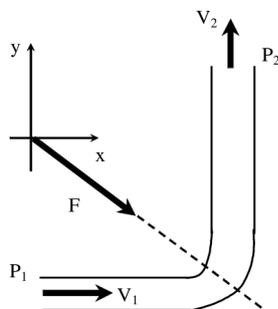
On note p le périmètre de la lame mouillée. Le liquide se raccorde à la lame avec un angle de contact θ .

1. Lorsque la lame se déplace d'une hauteur dz , comment sont modifiées les aires de contacts liquide/solide et solide/vapeur? En déduire que la variation d'énergie potentielle correspondante peut s'écrire :

$$dE_{p,surface} = p(\gamma_{SV} - \gamma_{SL})dz$$

2. L'opérateur exerce une force \vec{F}_{op} pour soulever la lame, déterminer le travail de cette force lors de l'élévation de dz de la lame.
3. En appliquant le théorème de l'énergie mécanique déterminer l'expression de \vec{F}_{op} . On négligera l'énergie potentielle de pesanteur.
4. La loi de Young-Dupré donne $\gamma_{SV} - \gamma_{SL} = \gamma_{LV} \cos \theta$ où θ est l'angle de contact du liquide avec le solide. Lors de l'arrachage de la lame à quoi est égal θ ? En déduire que l'on peut déterminer γ_{LV} par cette méthode.

Exercice 3 - Force subie par un coude de canalisation - ♥♥ / ★★

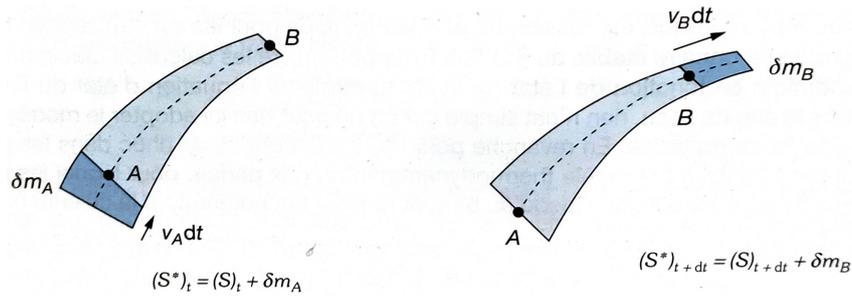


De l'eau de masse volumique μ coule en régime stationnaire avec un débit massique D_m dans la canalisation horizontale de section constante S faisant un coude d'angle droit. On néglige la pesanteur et l'écoulement est supposé parfait. Loin du coude en amont, la pression est uniforme et vaut P_1 et l'écoulement unidimensionnel de vitesse $v_1 \vec{u}_x$. Loin du coude en aval, la pression uniforme vaut P_2 et la vitesse $v_2 \vec{u}_y$.

1. A l'aide d'un bilan de masse sur un système fermé de votre choix, déterminer la relation entre v_1 et v_2
2. A l'aide du théorème de Bernoulli, déterminer la relation entre P_1 et P_2 .
3. A l'aide d'un bilan de quantité de mouvement sur un système fermé de votre choix déterminer la force ressentie par la canalisation lors du passage de l'eau.

Exercice 4 - Puissance des forces intérieures - ♥ / ★

Considérons un tube de courant d'un écoulement incompressible, homogène, parfait et stationnaire. On note par un indice A les grandeurs à l'entrée du tube de courant et par un indice B les grandeurs en sortie du tube.

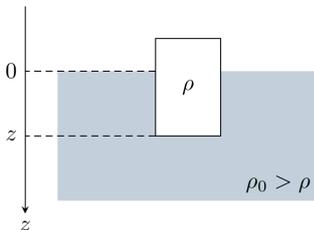


Le tube de courant étant un système ouvert, on définit un système fermé contenant le système ouvert et δm_A à t et le système ouvert et δm_B à $t + dt$.

1. Exprimer la puissance des forces de pression qui s'appliquent au système fermé en fonction du débit massique de fluide.
2. Sachant que le fluide passe d'une altitude z_A à une altitude z_B , exprimer la puissance associée au travail du poids du fluide en fonction de D_m .
3. A l'aide d'un bilan d'énergie cinétique et du théorème de l'énergie cinétique déterminer l'expression de la puissance des forces intérieures au système.
4. Compte tenu des hypothèses faites en introduction, que peut-on en déduire sur la puissance des forces intérieures ?

Approfondissement

Exercice 5 - Flotteur - ♥/★

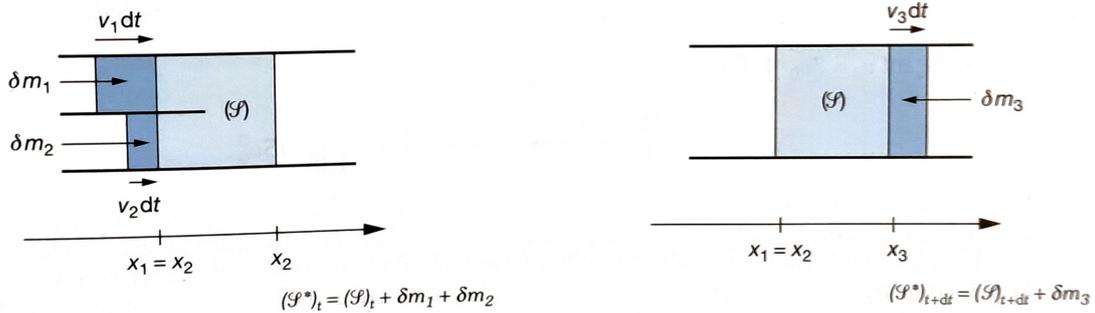


On modélise un flotteur (bouchon de pêche par exemple) par un cylindre de section S , de hauteur H et de masse volumique ρ plongeant partiellement dans l'eau de masse volumique $\rho_0 > \rho$. On suppose son axe de révolution constamment vertical.

1. Déterminer la hauteur z_0 immergée à l'équilibre.
2. Quelle est la force à exercer sur le flotteur pour l'immerger en entier ?
3. A partir de la position d'équilibre déterminée précédemment, on enfonce légèrement le cylindre avant de le relâcher. On pose $\epsilon = z - z_0$ et on néglige les frottements. Montrer que le cylindre effectue des oscillations et déterminer leur période.

Exercice 6 - Homogénéisation d'un écoulement - ♥/★

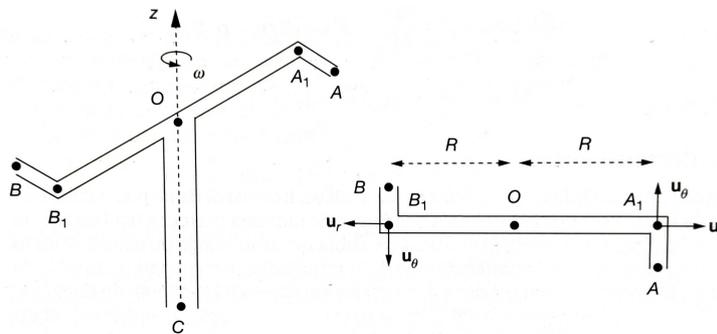
Une canalisation cylindrique d'axe horizontal $x'x$ et de section S est partagée jusqu'en $x = 0$ en deux canalisations de section $S/2$ dans lesquelles un même fluide de masse volumique μ s'écoule avec des vitesses uniformes et stationnaires $\vec{v}_1 = v_0 \vec{u}_x$ et $\vec{v}_2 = (v_0/2) \vec{u}_x$. Les deux écoulements se rejoignent en $x = 0$ et suffisamment loin de $x = 0$, l'écoulement est uniforme et stationnaire de vitesse $\vec{v}_3 = v_3 \vec{u}_x$. On note p_0 la valeur commune de la pression dans les écoulements (1) et (2) et p_3 la pression dans l'écoulement (3).



1. Quel phénomène physique est à l'origine de l'homogénéisation des vitesses dans la conduite (3) ?
2. En considérant un système fermé associé au système ouvert (\mathcal{S}) constitué à l'instant t du fluide contenu entre une section d'entrée d'abscisse $x_1 = x_2$ où l'écoulement est homogène et une section de sortie d'abscisse x_3 où l'écoulement est homogène, établir les expressions de v_3 et p_3 en fonction de v_0 , p_0 et μ .
3. En faisant un bilan énergétique pour le même système fermé, établir l'expression de la puissance des forces intérieures. Commenter.

Exercice 7 - Tourniquet hydraulique - ♥♥ / ★★

Un tourniquet est constitué de deux bras de longueur a et d'extrémité recourbée. L'eau arrive par un conduit central avec un débit massique D_m et est éjectée avec une vitesse relative u par rapport au tourniquet dont la vitesse de rotation par rapport à son axe est ω . On note J_Δ le moment d'inertie du tourniquet selon l'axe Oz .



Effectuer un bilan de moment cinétique et, en l'absence de moment extérieur par rapport à l'axe, établir la loi $\omega(t)$ sachant que $\omega(t = 0) = 0$. Commenter le résultat.

Éléments de réponse

Ex 1. 1. $R = 146 \text{ m}$

2. résultante selon $-\vec{e}_x$

3. $\vec{F}_{air} = \sqrt{2}P_0RH\vec{e}_x$

Ex 2. $\vec{F}_{op} = p(\gamma_{SV} - \gamma_{SL})\vec{e}_z$

Ex 3. $v_1 = v_2$; $p_1 = p_2$; $\vec{F} = (\mu S v^2 + P_0 S)(\vec{u}_x - \vec{u}_y)$

Ex 4. 1. $P_{pression} = D_m \left(\frac{p_A - p_B}{\mu} \right)$

2. $P_{poids} = D_m g (z_A - z_B)$

3. $P_{int} = D_m \left(\frac{p_B}{\mu} + \frac{v_B^2}{2} + g z_B - \left(\frac{p_A}{\mu} + \frac{v_A^2}{2} + g z_A \right) \right)$

4. $P_{int} = 0$

Ex 5. $z_0 = \frac{\rho}{\rho_0} H$; $F = (\rho_0 - \rho) H S g$; $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\rho H}{\rho_0 g}}$

Ex 6. 1. viscosité

2. Bilan de masse : $v_3 = \frac{3v_0}{4}$; Bilan de quantité de mouvement : $p_3 = p_0 + \frac{1}{16}\mu v_0^2$

3. Bilan d'énergie cinétique $P_{int} = -\frac{3}{128}\mu S v_0^2$

Ex 7. $v_{ejection} = u - R\omega$

Bilan de moment cinétique + TMC : $\omega(t) = \frac{u}{R}(1 - e^{-t/\tau})$