



II.A.1) À l'instant initial la pression de l'air dans les compresseurs et dans le caisson est la pression atmosphérique  $P_0$ . Les pistons sont en position  $AB$ .

Un moteur actionne les pistons de  $AB$  à  $CD$ .

On suppose  $P_1 < P_f$ .

Calculer, en fonction de  $P_0, V_0, V_c, v, N, R$  et  $T_0$  la pression  $P_1$  et la variation  $\Delta n$  du nombre de moles d'air dans le caisson. Effectuer l'application numérique.

II.A.2) La soupape  $S_2$  se ferme et les pistons sont déplacés de  $CD$  à  $AB$ . Déterminer la position  $x_1$  du piston lorsque s'ouvre la soupape  $S_1$  en fonction de  $N, V_c, v$  et  $d$ . La mesure de  $x_1$  sera faite à partir de la position  $CD$ .

II.A.3) Déterminer le travail  $w$  reçu par l'air contenu dans les compresseurs et le caisson lors du déplacement des pistons de  $AB$  à  $CD$ . Quel est le transfert thermique  $q$  reçu par l'air? Exprimer  $w$  et  $q$  en fonction de  $P_0, V_c, v, N$  et  $V_0$  et faire l'application numérique.

II.A.4) Calculer le travail  $W_a$  fourni par le moteur lors du déplacement des pistons de  $AB$  à  $CD$  puis  $W_r$  lors du retour de  $CD$  à  $AB$ .

Montrer que le travail  $W_m$  fourni par le moteur lors d'un aller et retour des pistons est :

$$W_m = V_c P_1 \ln P_1 / P_0 + (P_0 - P_1) V_c.$$

Calculer ce travail et commenter sa valeur.

II.A.5) À un instant donné, les pistons sont dans la position  $AB$ , les soupapes  $S_2$  sont fermées. La pression est  $P_i$  à l'intérieur du caisson. Le moteur pousse les pistons de  $AB$  à  $CD$ .

Quelle relation les pressions  $P_0$  et  $P_i$  doivent-elles vérifier afin que les soupapes  $S_2$  s'ouvrent au cours du mouvement?

Quelle est la position  $x = \alpha_{i+1}$  des pistons au moment de cette ouverture?

Quelle est la pression  $P_{i+1}$  à l'intérieur du caisson lorsque les pistons atteignent la position  $CD$ ?

Montrer que  $P_0, P_i$  et  $P_{i+1}$  vérifient la relation (1) suivante :

$$P_{i+1} - bP_0 = a(P_i - bP_0) \quad (1)$$

$a$  et  $b$  étant des constantes que l'on déterminera littéralement, puis numériquement.

II.A.6) À l'aide de la relation (1) du II.A.5, calculer la pression  $P_n$  à l'intérieur du caisson après  $n$  va-et-vient des pistons. Quelle est la valeur limite  $P_\infty$  de  $P_n$  lorsque  $n \rightarrow \infty$ ? Interpréter physiquement cette valeur limite.

II.A.7) Pour établir l'expression du travail  $W_{m,i+1}$  fourni par le moteur et reçu par le gaz lors du va-et-vient qui conduit la pression du caisson de  $P_i$  à  $P_{i+1}$ , on considère le processus suivant, qui fournit le même résultat, ainsi qu'on le vérifiera sur le cas particulier  $W_{m,1} = W_m$ .

a) Entre l'instant  $t$  et  $t + dt$ , le moteur fournit le travail  $\delta W_{m,i+1}$  nécessaire à la compression isotherme (à la température  $T_0$ ) d'une quantité d'air  $\delta n$  (en mole), depuis la pression  $P_0$  à la pression  $P(t)$ , avec  $P_i \leq P(t) \leq P_{i+1}$ . Exprimer  $\delta W_{m,i+1}$  en fonction de  $\delta n, R, T_0, P(t)$  et  $P_0$ .

b) Suite à l'introduction isotherme de la quantité  $\delta n$  d'air supplémentaire dans le caisson, établir, en fonction de  $\delta n, R, T_0$  et  $V_c$ , l'expression de l'augmentation de pression  $dP$  qui en résulte.

c) En déduire l'expression de  $\delta W_{m,i+1}$  en fonction de  $P(t), P_0, V_c$  et  $dP$  puis celle de  $W_{m,i+1}$ .

d) Comparer  $W_{m,1}$  à l'expression de  $W_m$  établie au II.A.4 et conclure.

II.A.8) Quel est le travail total  $W_t$  fourni par le moteur pour l'ensemble de  $n$  va-et-vient des pistons, en supposant que le volume d'air dans le caisson est toujours constant.

II.A.9) Calculer numériquement :

- la limite maximum  $P_\infty$  des pressions accessible,
- le nombre minimum  $v$  de va-et-vient des pistons nécessaires pour obtenir dans le caisson une pression supérieure à  $P_f = 3P_0$ . Quelle est alors la pression exacte  $P_v$  dans le caisson, en supposant que l'évacuation de l'eau n'a pas encore commencé) ? Commenter ce résultat.
- le travail fourni par le moteur pour parvenir à ce résultat.

## II.B - Évacuation de l'eau du caisson

Lorsque la pression de l'air dans le caisson atteint une pression supérieure à  $3P_0$ , l'eau du caisson s'écoule. Le moteur continue à actionner les pistons de façon à maintenir la pression constante  $P_f$  de l'air dans le caisson. Les transformations de l'air sont toujours isothermes.

II.B.1) On laisse le caisson se soulever lorsque l'air occupe un volume  $V_f = 1120 \text{ m}^3$  dans le caisson, à la pression  $P_f$ . Les pompes sont alors arrêtées. Quelle est alors la quantité d'air qui a été refoulée dans le caisson par les 10 pompes ?

II.B.2) En transposant la démarche décrite au II.A.7, calculer littéralement puis numériquement le travail  $W'_t$  fourni par le moteur pour refouler dans le caisson la quantité d'air calculée précédemment.

II.B.3) Calculer le travail total  $W_{total}$  fourni par le moteur pour toute l'opération : compression initiale de l'air dans le caisson de  $P_0$  à  $P_f$  puis refoulement de l'air à la pression  $P_f$  dans le caisson.

On désire que la durée totale de cette opération n'excède pas une heure. Quelle doit être la puissance du moteur ?

II.B.4) À votre avis, comment l'énergie peut-elle être fournie au moteur ? Quels sont les inconvénients et les avantages du projet MOSE ? Que pensez-vous de ce projet ?

## Deuxième problème

(Mines d'Albi, Alès, Douai, Nantes [aujourd'hui Mines-Télécom] 2002 et complément)

### Étude d'un climatiseur

On s'intéresse au fonctionnement d'un appareil de climatisation, dont le but est de maintenir une température constante ( $T_0 = 20^\circ\text{C}$ ) dans un local été comme hiver. Le climatiseur fonctionne donc en pompe à chaleur l'hiver, en machine frigorifique l'été. Les transferts thermiques du climatiseur se font avec 2 sources :

- L'intérieur de la pièce (à  $T_0$ ).
- L'atmosphère extérieure (on prendra  $T_1 = 0^\circ\text{C}$  en hiver ;  $T_2 = 40^\circ\text{C}$  en été afin de prévoir des conditions « extrêmes »).

Le fluide caloporteur qui effectue des cycles dans l'appareil est l'ammoniac. Ses caractéristiques thermodynamiques sont résumées dans le diagramme entropique  $T(S)$  où sont représentées :

- les isenthalpiques ( $H$  est donné en  $\text{kJ/kg}$ ) ;
- les isobares (représentées par  $\text{---}$  dans le domaine « vapeur sèche »).

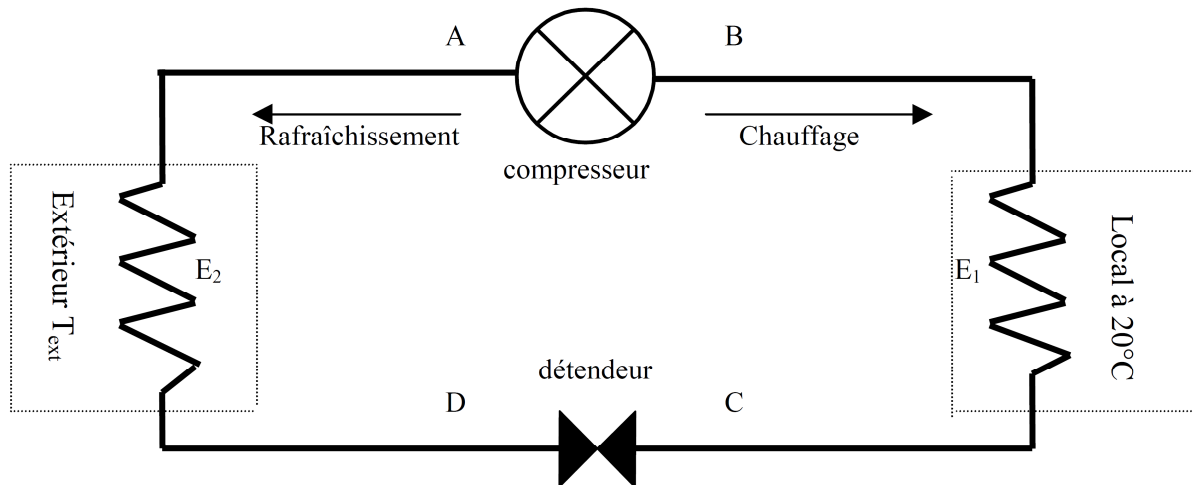
On donne, par ailleurs, les pressions de vapeur saturante  $P_s(T)$  aux trois températures d'étude :

$$P_s(0^\circ\text{C}) = 4,3 \text{ bars}$$

$$P_s(20^\circ\text{C}) = 8,2 \text{ bars}$$

$$P_s(40^\circ\text{C}) = 15 \text{ bars}$$

On se limitera à l'étude du climatiseur en **régime permanent**. Par un jeu de vannes adéquat, le fluide peut circuler dans un sens pour chauffer la pièce (A, B, C, D, A) ; dans l'autre sens pour la rafraîchir (B, A, D, C, B).



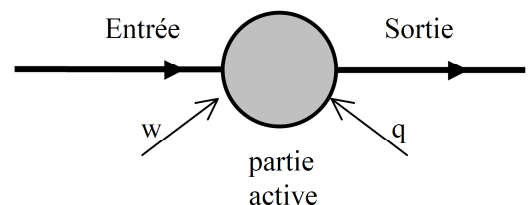
Le circuit comporte 2 parties isobares :

- L'une à la pression de vapeur saturante de l'ammoniac à  $20^\circ\text{C}$  (côté local) ;
- L'autre à la pression de vapeur saturante de l'ammoniac à  $T_{\text{ext}}$  (côté atmosphère extérieure).

Par ailleurs, on rappelle qu'à la traversée d'une partie active (compresseur, détendeur ou échangeur) l'énergie reçue par le fluide circulant en régime permanent vérifie :

$$\Delta h = h_s - h_e = w + q$$

si  $h_e$  et  $h_s$  sont les enthalpies massiques du fluide à l'entrée et à la sortie ;  $w$  et  $q$  étant le travail et la chaleur **utiles** reçus (c'est-à-dire échangés avec l'**extérieur** du circuit, excluant le travail des forces de pression) par kilogramme de fluide traversant la partie active.



Le fluide subit des échanges de chaleur isobares (sans recevoir de travail utile) dans les échangeurs  $E_1$  et  $E_2$  avec les 2 sources de chaleur (local et atmosphère extérieure). Un système de ventilation permet d'améliorer les échanges thermiques : la température du fluide est celle de la source d'échange à la sortie de chacun d'entre eux.

Le compresseur comprime de manière adiabatique le fluide à l'état gazeux de la plus faible à la plus forte pression. L'unité de masse de fluide traité  $y$  reçoit le travail utile  $w$ .

Le fluide subit une détente adiabatique, sans échange de travail utile, dans le détendeur (la détente est donc isenthalpique).



## 1. Généralités :

- 1-1- Comment réalise-t-on un détendeur (détente isenthalpique d'un fluide) ? Quel autre nom porte une telle détente ?
- 1-2- Le premier principe de thermodynamique est bien vérifié dans une partie active ; c'est pourtant  $\Delta h$  (et non  $\Delta u$ ) qui est égal à  $(w + q)$ ... Expliquer qualitativement (sans entrer dans le détail d'une démonstration) cette différence.
- 1-3- En supposant que l'ammoniac, à l'état gazeux dans le compresseur, est assimilable à un gaz parfait de coefficient adiabatique  $\gamma$  constant, exprimer le rapport  $T_s/T_e$  (des températures absolues de sortie et d'entrée dans le compresseur) en fonction de  $\gamma$  et  $P_s/P_e$  (rapport des pressions de sortie et d'entrée du compresseur).
- 1-4- Par lecture du graphe, déduire les enthalpies massiques de vaporisation de l'ammoniac à  $0^\circ\text{C}$ ,  $20^\circ\text{C}$  et  $40^\circ\text{C}$ .

## 2. Fonctionnement hivernal du climatiseur (chauffage) :

Dans ce cas :

- l'échangeur  $E_1$  est un condenseur : l'ammoniac y entre en B sous forme de vapeur sèche ; il en ressort sous forme de liquide saturant en C, à la température  $T_0$  du local ;
  - l'échangeur  $E_2$  est un évaporateur : le mélange liquide vapeur qui entre en D se vaporise totalement pour ressortir sous forme de vapeur saturante en A à la température de l'atmosphère extérieure  $T_1 = 0^\circ\text{C}$ .
- 2-1- Tracer le cycle (en l'orientant) de l'ammoniac sur le diagramme entropique. Trouver graphiquement sa température  $T_B$  à la sortie du compresseur.
  - 2-2- Déterminer (graphiquement), pour 1 kg d'ammoniac traité (on rappelle que  $E_1$ ,  $E_2$  et le compresseur sont des parties actives) :
    - Le travail  $w$  fourni par le compresseur au fluide ;
    - La chaleur  $q_c$  reçue par le fluide (de la part du local) lors du passage dans l'échangeur  $E_1$  ;
    - La chaleur  $q_f$  reçue par le fluide (de la part de l'extérieur) lors de son passage dans  $E_2$ .Faire un bilan énergétique du cycle.
  - 2-3- Définir et calculer le coefficient de performance  $\eta$  du climatiseur. Quel intérêt présente une telle installation par rapport à un chauffage par chaudière ? Quel serait le coefficient si le fluide effectuait des cycles de Carnot en effectuant les échanges thermiques avec les mêmes sources de chaleur ? En quoi le cycle effectué diffère-t-il d'un cycle de Carnot ?
  - 2-4- Quelle est la fraction massique de vapeur  $X_D$  à la sortie du détendeur ?
  - 2-5- En utilisant le résultat de la question **1-3-**, évaluer l'indice adiabatique  $\gamma$  du gaz ammoniac.

## 3. Fonctionnement estival du climatiseur (rafraîchissement) :

Les rôles des 2 échangeurs sont inversés :  $E_1$  est un évaporateur ;  $E_2$  un condenseur.

- 3-1- Tracer le cycle (orienté) de l'ammoniac sur le diagramme entropique (on affectera les points de l'indice ' '). En déduire sa température  $T'_A$  à la sortie du compresseur.
- 3-2- Déterminer (graphiquement), pour 1 kg d'ammoniac traité (même remarque qu'en **2-2-**) :
  - Le travail  $w'$  fourni par le compresseur ;
  - La chaleur  $q'_1$  reçue (de la part de la pièce) lors du passage dans l'échangeur  $E_1$  ;
  - La chaleur  $q'_2$  reçue (de la part de l'extérieur) lors du passage dans  $E_2$ .
- 3-3- Définir et calculer le nouveau coefficient de performance  $\eta'$  du climatiseur.

### Complément

Tracer également les deux cycles sur le diagramme  $P(h)$  de la page 7. Retrouver alors les valeurs précédentes.

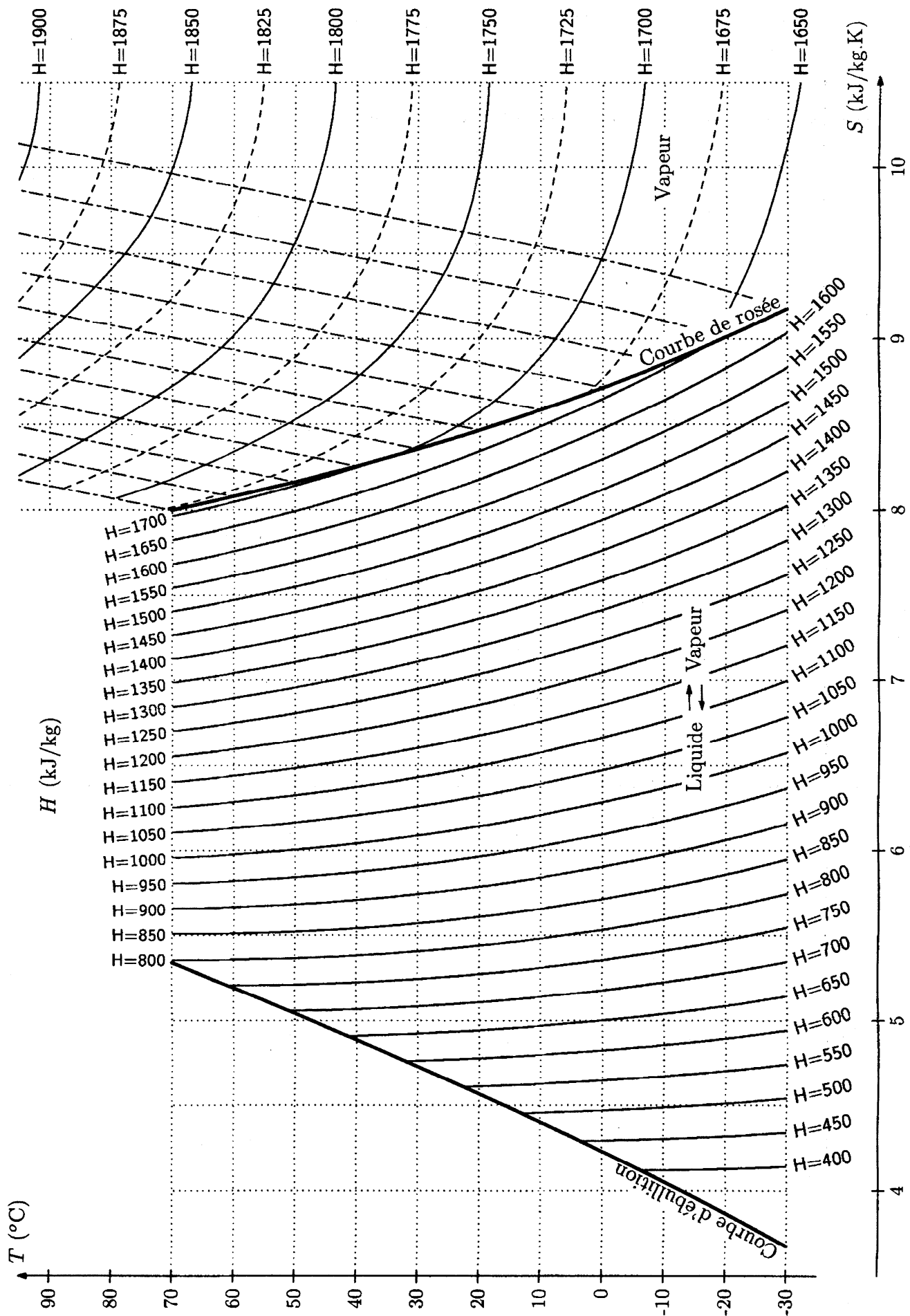


Diagramme entropique  $T(S)$  de l'ammoniac (NH<sub>3</sub>)

# R717

Ref.: R. Döring, Klima-+Kälte ingenieur Ki-Extra 5, 1978

DTU, Department of Energy Engineering  
 Energy Systems, Refrigeration  
 s in [kJ/(kg K)]; v in [m<sup>3</sup>/kg]; T in [°C]  
 M.J. Skovrup & H.J.H. Knudsen, 99-10-25

