

Th2. Diffusion de particules

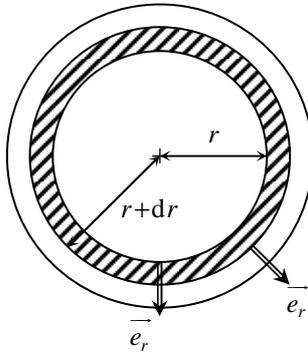
Compléments

1. Bilan de particules

b) Établissement d'un bilan de particules

⌘ Cas d'une symétrie sphérique

On suppose $n^*(r,t)$ et $\vec{j}_N(M,t) = j_{N,r}(r,t)\vec{e}_r$ en coordonnées sphériques : ces grandeurs sont indépendantes des angles θ et φ , il y a invariance par toute rotation autour de l'origine O .



Bilan de particules dans une coquille sphérique comprise entre r et $r + dr$, entre les instants t et $t + dt$:

$$dN(t + dt) - dN(t) = +\delta N_{\text{entrant en } r} - \delta N_{\text{sortant en } r+dr} + \delta N_{\text{app/disps}}$$

$$\text{soit } [n^*(r,t + dt) - n^*(r,t)]d\tau = \left(+\iint_{S_r} j_{N,r}(r,t)\vec{e}_r \cdot \vec{e}_r ds - \iint_{S_{r+dr}} j_{N,r}(r + dr,t)\vec{e}_r \cdot \vec{e}_r ds \right) dt + a(r,t)d\tau dt$$

Le volume de la coquille sphérique est $d\tau = 4\pi r^2 dr$, et les flux se simplifient en produits de $j_{N,r}$ par la surface, d'où :

$$[n^*(r,t + dt) - n^*(r,t)]4\pi r^2 dr = (+j_{N,r}(r,t)4\pi r^2 - j_{N,r}(r + dr,t)4\pi(r + dr)^2) dt + a(r,t)4\pi r^2 dr dt.$$

On divisant par $4\pi dr dt$ on obtient :

$$\frac{n^*(r,t + dt) - n^*(r,t)}{dt} r^2 = \frac{+r^2 j_{N,r}(r,t) - (r + dr)^2 j_{N,r}(r + dr,t)}{dr} + a(r,t)r^2$$

$$\text{soit } \frac{\partial n^*(r,t)}{\partial t} r^2 = -\frac{\partial [r^2 j_{N,r}(r,t)]}{\partial r} + a(r,t)r^2 \quad \text{et finalement} \quad \boxed{\frac{\partial n^*(r,t)}{\partial t} = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial [r^2 j_{N,r}(r,t)]}{\partial r} + a(r,t)}.$$

2. Équation de diffusion

a) Loi de Fick

⌘ Valeurs du coefficient de diffusion

Milieu	Particules	Coefficient D ($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$)
air N_2/O_2 (à 298 K)	molécules H_2O	$2,8 \cdot 10^{-5}$
	molécules CO_2	$1,6 \cdot 10^{-5}$
eau H_2O liquide (à 298 K)	ions Na^+	$1,9 \cdot 10^{-9}$
	molécules CO_2	$1,9 \cdot 10^{-9}$
	molécules d'éthanol $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$	$0,84 \cdot 10^{-9}$
	molécules de glucose $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$	$0,67 \cdot 10^{-9}$
éthanol $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ liquide	molécules H_2O	$1,2 \cdot 10^{-9}$
silicium Si solide (à 1300 K) (à 298 K)	atomes d'arsenic As	$8 \cdot 10^{-20}$
		$2 \cdot 10^{-30}$
cuiivre Cu solide (à 298 K)	atomes d'aluminium Al	$1,3 \cdot 10^{-30}$