

## Devoir test de physique n° 2

Cet énoncé comporte deux problèmes. Durée : 4 heures. L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

### Problème A Vivre dans l'espace

Voyager et vivre dans l'espace sont des projets qui existent depuis plus d'un siècle dont on va étudier quelques aspects.

#### Partie I - Se libérer de l'attraction terrestre

##### I. 1 - L'attraction gravitationnelle terrestre

On considère la Terre comme une sphère homogène de rayon  $R_T$  et de masse totale  $M_T$ . On note  $O_T$  la position de son centre.

On rappelle la définition des référentiels géocentrique et terrestre :

- référentiel géocentrique : référentiel lié au centre de la Terre, et d'axes, formant une base orthonormée directe, dirigés vers des étoiles fixes ;
- référentiel terrestre : référentiel lié à la surface de la Terre.

**Q1.** Rappeler la définition d'un référentiel galiléen.

À quelle(s) condition(s) peut-on considérer le référentiel terrestre comme galiléen ?

On note  $G$  la constante de la gravitation universelle.

**Q2.** Donner l'expression de la force gravitationnelle terrestre  $\vec{F}_G$ , s'exerçant sur un point matériel  $M$  de masse  $m$ , situé à la distance  $r$  ( $r > R_T$ ) du centre de la Terre  $O_T$  (figure 1). Exprimer l'énergie potentielle gravitationnelle  $E_p$  associée, en justifiant qu'elle ne dépend que de la distance  $r$ . On prendra la constante d'intégration de l'énergie potentielle gravitationnelle,  $E_p(r)$ , telle que  $E_p(\infty) = 0$ .

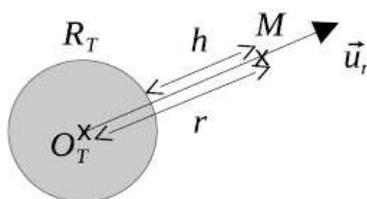


Figure 1 : repère et distances liés à la Terre

On suppose le point  $M$  soumis à la seule attraction gravitationnelle de la Terre, décrite précédemment. On l'étudie dans le référentiel géocentrique supposé galiléen.

**Q3.** Rappeler la signification physique d'un mouvement qualifié de " lié " pour le point  $M$ . Donner la valeur maximale de l'énergie mécanique  $E_m$  dans ce cas.

**Q4.** En négligeant les frottements dus à l'atmosphère, quelle vitesse  $v_{lib}$  serait à communiquer à un projectile tiré radialement, depuis la surface terrestre, pour le soustraire à l'attraction gravitationnelle terrestre ?

## I. 2 - Tir d'un boulet de canon

Dans cette sous-partie, on se place dans le référentiel terrestre, supposé galiléen.

Au 18<sup>ème</sup> siècle, on étudie s'il est possible de faire quitter la Terre à un objet en le tirant verticalement. On pratique en particulier des tirs de boulets de canon. On utilise un boulet en fonte, dit de " 24 livres ", de masse  $m = 12 \text{ kg}$  et de diamètre  $D = 15 \text{ cm}$  (figure 2). La vitesse initiale communiquée par le canon au boulet peut atteindre  $v_0 = 650 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

On suppose que l'accélération de la pesanteur est uniforme, égale à  $g_0 = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ .



Figure 2 : canon et boulet de 24 livres

On étudie le mouvement du boulet tiré depuis la surface terrestre. Le boulet est assimilable à un point matériel de masse  $m$  dont on néglige la rotation propre.

On note  $z$  l'altitude sur la verticale ascendante (figure 3), ainsi :  $\overrightarrow{OM} = z\vec{u}_z$ ,  $\vec{v} = \dot{z}\vec{u}_z$  et  $\vec{a} = \ddot{z}\vec{u}_z$ .

On note également si besoin :  $v = \|\vec{v}\|$ .



Figure 3 : repère lié au sol terrestre

Les frottements de l'air ne sont pas négligeables dans cette étude. On montre que pour des vitesses supérieures à  $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , la force de frottement subie par le boulet suit une loi quadratique de la forme  $\vec{F}_f = -\gamma v \vec{v}$ . La constante  $\gamma$ , étudiée en mécanique des fluides, dépend de la masse volumique de l'air et de la taille du boulet.

L'étude numérique du problème conduit aux résultats illustrés sur les courbes des figures 4 à 6.

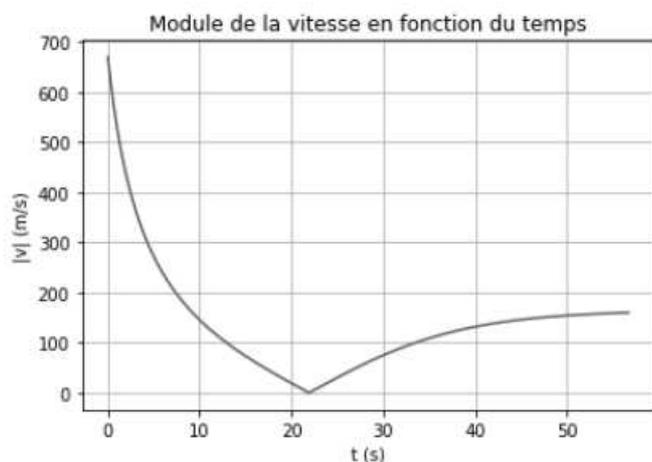


Figure 4 : module de la vitesse  $v(t)$

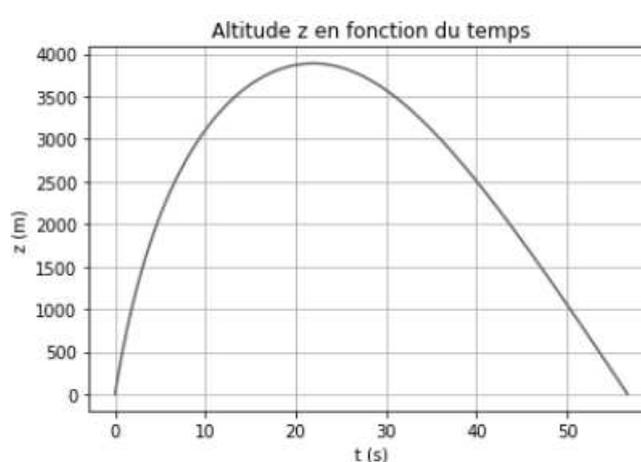


Figure 5 : altitude  $z(t)$

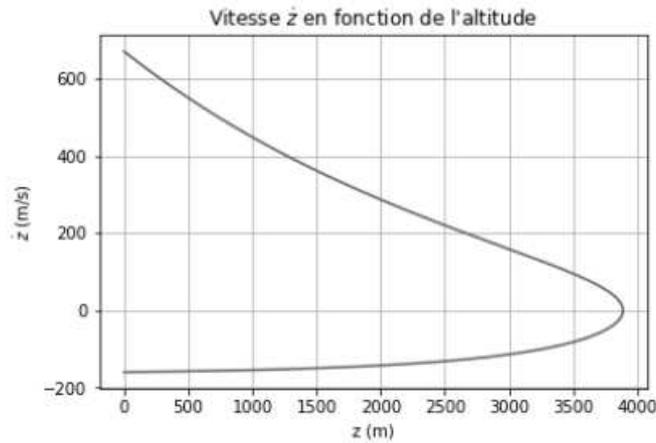


Figure 6 : vitesse  $\dot{z}(t)$

**Q5.** À l'aide d'une analyse dimensionnelle, justifier que  $\vec{F}_f$  peut s'écrire :  $\vec{F}_f = -\frac{m}{\ell_f} v \vec{v}$ , avec  $m$  la masse du boulet. Quelle est la dimension du paramètre  $\ell_f$  qui apparaît alors dans l'expression de la force de frottement ainsi formulée ?

**Q6.** Justifier par un argument physique que le boulet atteint une hauteur maximale  $h_{\max}$  puis retombe, comme les courbes en témoignent.

Afin de faciliter l'étude, on distingue la phase ascendante de la phase descendante. Ainsi  $\vec{v} = +v\vec{u}_z$  pour la phase ascendante et  $\vec{v} = -v\vec{u}_z$  pour la phase descendante.

**Q7.** Écrire pour chacune des deux phases, la phase ascendante puis la phase descendante, les équations différentielles vérifiées par le module  $v$  de la vitesse du boulet.

Les questions suivantes (**Q8**, **Q9** et **Q10**) doivent être résolues sans chercher l'expression mathématique de  $v(t) = \|\vec{v}(t)\|$ , simplement en interprétant la forme des équations différentielles obtenues question 7 et en observant les courbes des figures 4 à 6.

**Q8.** Montrer que lors de la phase descendante la vitesse tend vers une vitesse limite asymptotique  $v_{\text{lim}}$ . Est-ce le cas pour la phase ascendante ? Justifier.

**Q9.** Exprimer  $v_{\text{lim}}$  en fonction des données du problème.

**Q10.** Pour la phase descendante, mettre en évidence un régime transitoire et un régime permanent. Exprimer le temps caractéristique  $\tau$  du régime transitoire. Quelle est la nature du mouvement lors du régime permanent descendant ? Préciser ses caractéristiques.

**Q11.** Reproduire les **figures 4 à 6** sur la copie et identifier clairement les différentes phases et régimes du mouvement.

On note  $v_+(t)$  l'expression mathématique de la vitesse en fonction du temps lors de la phase ascendante et  $v_-(t)$  l'expression mathématique de la vitesse en fonction du temps lors de la phase descendante.

**Q12.** À l'aide du formulaire fourni, résoudre les équations différentielles établies à la question 7 et exprimer  $v_+(t)$  et  $v_-(t)$ . On pourra introduire les variables réduites :  $\bar{v} = \frac{v}{v_{\text{lim}}}$  et  $\bar{t} = \frac{t}{\tau}$ .

**Q13.** Recouper les résultats des questions 8, 9 et 10 avec les solutions des équations différentielles obtenues à la question 12.

**Q14.** Évaluer graphiquement  $v_{lim}$ ,  $\tau$  et  $\ell_f$ . Vérifier la cohérence numérique des valeurs lues avec les relations obtenues entre ces grandeurs.

**Q15.** Discuter les hypothèses du modèle utilisé, en particulier l'uniformité de l'accélération de la pesanteur, ainsi que la forme quadratique de la force de frottement.

## Partie II - Étude d'une station spatiale

### II. 1 - Référentiel en orbite terrestre

On étudie une capsule C en orbite autour de la Terre en translation circulaire. Ce système est à une altitude  $h$  (figure 1) suffisamment grande pour ne pas subir de frottements de la part de l'atmosphère. Les dimensions de l'habitacle peuvent être considérées comme petites devant l'altitude  $h$  de son orbite. On étudie un point M, de masse  $m$ , immobile à l'intérieur de la capsule.

**Q16.** Dans le référentiel de la capsule (C), lister les forces qui s'exercent sur M.

**Q17.** Définir le terme "impesanteur" (figure 7) et justifier qu'il s'applique au point M.

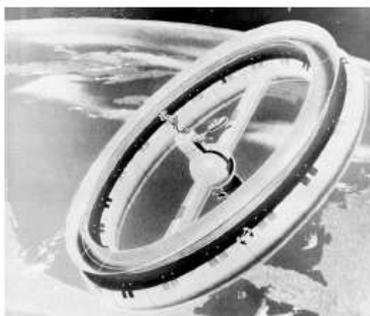


Figure 7 : astronautes en impesanteur

### II. 2 - La station orbitale

On étudie à présent une station spatiale S, en orbite circulaire autour de la Terre, comme la capsule précédente, mais cette fois, la station peut être animée d'un mouvement de rotation propre.

Au milieu du 20<sup>ème</sup> siècle, Werner von Braun, connu pour sa conception de missiles balistiques lors de la seconde guerre mondiale, puis des fusées Saturn V qui ont permis les missions lunaires Apollo, imagine déjà une station spatiale toroïdale.



A



B

Figure 8 : vues d'artiste de stations orbitales

Ce modèle de station est utilisé à plusieurs reprises, notamment dans des films de science-fiction (figure 8).

Les stations de ce type sont composées d'un tore de section carrée ou rectangulaire, en rotation uniforme  $\Omega$  autour d'un axe de rotation passant par le centre S de la station.

On pose  $\vec{\Omega} = \Omega \vec{e}_z$ .

L'habitacle où évoluent les passagers est constitué d'un couloir torique. Il peut y avoir plusieurs tores superposés (voir les **figures 9, 10 et 11**). La longueur  $R_s = 100$  m représente ici le rayon moyen du tore. La section du tore est un rectangle de côtés :  $L \times \ell = (5 \times 2,5) \text{ m}^2$ .

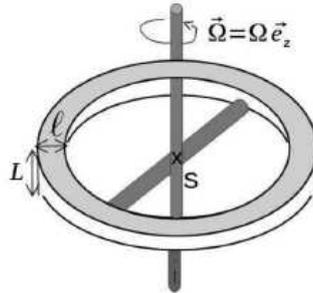


Figure 9 : station orbitale schématisée

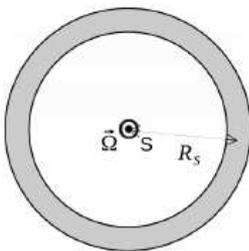


Figure 10 : station orbitale vue de dessus

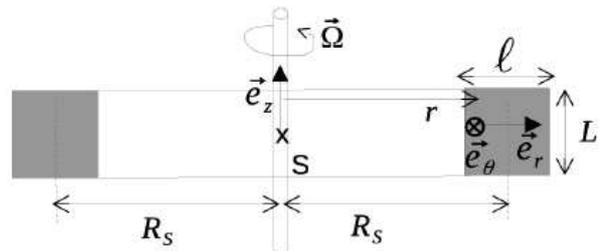


Figure 11 : coupe de la station orbitale

Dans ce qui suit, on se place dans le référentiel lié au tore en rotation uniforme.

**Q18.** À l'aide d'un schéma clair, montrer que la rotation à la vitesse  $\Omega$  de la station permet aux occupants de ressentir une pesanteur artificielle  $\vec{g}_a$ .

**Q19.** Déterminer l'orientation de  $\vec{g}_a$  dans le repère  $(S, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$  lié à la station. Préciser en particulier l'orientation de la tête et des jambes d'un passager dans l'habitacle. On reproduira les figures 10 bis et 11 bis ci-dessous, et on y placera correctement la figurine. Choisir, à partir de la figure 8 et en justifiant, l'illustration A ou B qui est la plus réaliste.

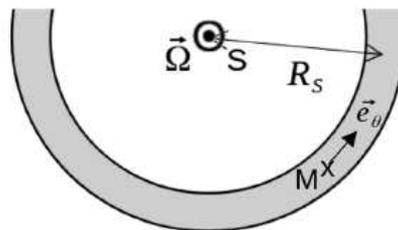


Figure 10 bis : détail de la vue de dessus

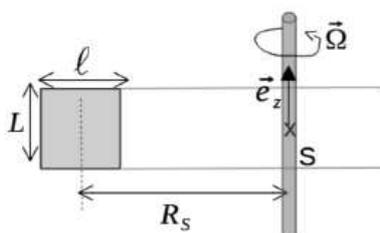


Figure 11 bis : détail de la vue en coupe



Figurine à placer

**Q20.** Évaluer l'ordre de grandeur de  $\Omega$  afin que la valeur de  $g_a$  soit proche de celle de la valeur terrestre.

**Q21.** Donner une raison pour laquelle la pesanteur artificielle n'est pas utilisée dans l'actuelle station spatiale internationale ISS.

## Partie III - Peser la Terre

### III. 1 - Principe

On dit que l'interaction gravitationnelle permet de peser les astres.

**Q22.** Justifier que l'action " peser un astre " est l'action de mesure de sa masse et non de son poids.

L'observation de satellites terrestres artificiels permet de déterminer la masse terrestre  $M_T$ .

On rappelle que ces satellites ont des masses très inférieures à celle de la Terre et des trajectoires *a priori* elliptiques dont un foyer est le centre d'inertie de la Terre  $O_T$ . On utilise pour cela la relation, établie par Kepler en 1619 dans l'ouvrage *Harmonices Mundi*, connue sous le nom de troisième loi de Kepler :  $\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM_T}{4\pi^2}$ . Dans cette expression,  $a$  est le demi-grand axe de l'ellipse trajectoire et  $T$  la période de révolution du satellite.

**Q23.** Faire un schéma clair de l'ellipse, trajectoire du satellite, en y positionnant le foyer  $O_T$  et le demi-grand axe  $a$ . Faire figurer également les points particuliers P et A de la trajectoire, appelés respectivement «périgée» et «apogée», ainsi que les distances  $r_P$  et  $r_A$  de ces points au foyer  $O_T$ . Exprimer le demi-grand axe  $a$  en fonction de  $r_P$  et  $r_A$ .

On veut obtenir la valeur de  $M_T$  grâce à une régression linéaire à partir des couples de valeurs  $(a, T)$  obtenues pour 9 satellites différents. Pour cela, on trace la courbe  $Y = F(X)$ . On s'attend à une droite dont la pente, notée alpha, permet de calculer  $M_T$ .

**Q24.** Exprimer  $Y$  en fonction de  $a$  et  $X$  en fonction de  $T$ . Exprimer littéralement  $M_T$  en fonction de alpha et des valeurs constantes apparaissant dans la troisième loi de Kepler.

## Données numériques

### Données relatives à la Terre

Rayon  $R_T = 6,37 \cdot 10^3$  km

Masse totale  $M_T = 5,97 \cdot 10^{24}$  kg

### Constantes universelles

Constante de la gravitation universelle :  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$

Constante de Planck :  $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

Vitesse de la lumière dans le vide :  $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

## Formulaire

Fonction :	$\arctan(x)$	$\operatorname{artanh}(x)$
Dérivée :	$\frac{1}{1+x^2}$	$\frac{1}{1-x^2}$
Fonction réciproque :	$\tan(x)$	$\tanh(x)$

## Problème B

### La température du mouton

#### Données

- L'opérateur gradient d'une fonction  $A(M,t)$  en situation unidimensionnelle vaut en coordonnées cartésiennes  $\overrightarrow{\text{grad}}(A(z,t)) = \frac{\partial A(z,t)}{\partial z} \vec{e}_z$  et en coordonnées sphériques  $\overrightarrow{\text{grad}}(A(r,t)) = \frac{\partial A(r,t)}{\partial r} \vec{e}_r$ .
- En coordonnées cartésiennes, l'opérateur divergence en situation unidimensionnelle vaut  $\text{div}(\overrightarrow{A(z)}) = \frac{dA(z)}{dz}$ .

**Document** (*vigifерme.org*, pour le bien-être de l'animal et de l'éleveur, consulté en 2018)

#### *Exposition à de basses températures*

Les moutons sont naturellement adaptés pour supporter de très basses températures mais leur résistance au froid dépend de plusieurs facteurs : la race, l'âge, l'état du pelage...

Un mouton qui a une épaisse toison et qui est protégé de l'humidité pourra supporter des températures qui descendent en dessous de  $-15\text{ °C}$ , un mouton tondu doit être protégé du froid. [...] Lorsque le temps est humide, que les températures sont basses et qu'il y a du vent, la situation est critique pour les moutons. Le plus important est qu'ils ne soient pas mouillés jusqu'à la peau. La laine de certaines races, lorsqu'elle est épaisse, peut repousser l'humidité plusieurs jours. C'est le cas des races de montagne mais pour d'autres, à la laine très fine, le pelage est moins protecteur.

Les moutons qui ont froid se serrent les uns contre les autres.

Les agneaux nouveau-nés sont très sensibles aux basses températures, au vent et à l'humidité. Leur fine couche de laine et de graisse ne les protège que très peu. Les brebis prêtes à mettre bas doivent être isolées en bergerie et y rester au moins deux semaines après la naissance. Le taux de mortalité des agneaux qui viennent de naître atteint plus de 25 % dans certains élevages. Ils succombent le plus souvent dans les heures qui suivent leur naissance par hypothermie plutôt que par maladie.

#### *Exposition à de hautes températures*

Les moutons supportent mieux le froid que les températures élevées. Ils peuvent mourir d'un coup de chaleur. Ce risque est beaucoup plus élevé chez les moutons qui ne sont pas tondu, car la laine empêche la sueur de s'évaporer. C'est une des raisons pour laquelle il faut tondre les moutons au printemps.

Cas de la brebis non tondu	Confort sans adaptation ou adaptation facile	Adaptation difficile	Adaptation très difficile	Inadaptation pouvant entraîner la mort
Température extérieure	de $-8\text{ °C}$ à $25\text{ °C}$	de $-15\text{ °C}$ à $-8\text{ °C}$ et de $25\text{ °C}$ à $35\text{ °C}$	de $-30\text{ °C}$ à $-15\text{ °C}$ et de $35\text{ °C}$ à $40\text{ °C}$	en dessous de $-30\text{ °C}$ et au-dessus de $40\text{ °C}$

La température d'un mouton en bonne santé se situe entre  $38,5$  et  $39,5\text{ °C}$ .

Sa longueur moyenne va de 1 m à 1,50 m.

La tonte a lieu 1 à 2 fois par an produisant 2 à 8 kg de laine par an.

**Fin document**

Nous allons essayer de construire un modèle thermodynamique pour expliquer comment la brebis maintient sa température de consigne  $\theta_{eq} = 39 \text{ }^\circ\text{C}$  et mieux comprendre les éléments du **document ci-dessus**.

### I.1 - Propriétés de la toison de laine

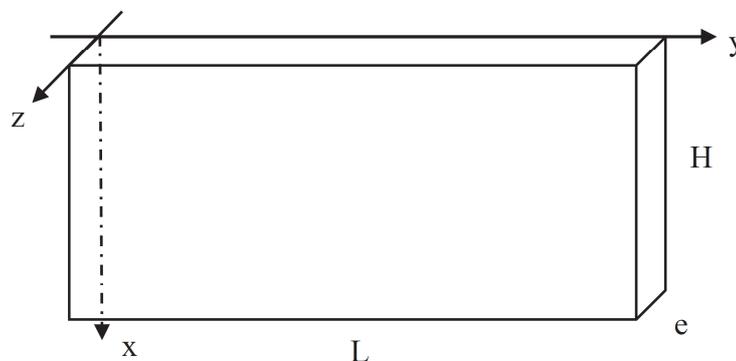
La laine, matière première renouvelable, est une fibre aux propriétés uniques : flexible, légère, élastique, solide protégeant du chaud comme du froid, difficilement inflammable (s'enflamme à  $600 \text{ }^\circ\text{C}$ ), isolant phonique, absorbeur d'humidité, facile à teindre et 100 % biodégradable. La fibre de laine est à croissance continue avec de grandes écailles qui en font le tour. Les écailles se recouvrent peu et sont très saillantes. La section est circulaire. Sa substance est de la kératine, matière complexe association d'une vingtaine d'acides aminés. La laine a des affinités différentes avec l'eau qui font que la fibre s'enroule en frisures. Ces dernières enferment une grande quantité d'air, ce qui limite la conduction. De plus, la kératine est hydrophile pour la vapeur d'eau mais hydrophobe pour l'eau liquide. L'adsorption d'eau (désorption d'eau) s'accompagne d'une production (dégagement) de chaleur par la fibre. Les fils de laine ont un diamètre qui varie de  $20 \text{ }\mu\text{m}$  pour les moutons Mérinos à  $40 \text{ }\mu\text{m}$  pour les races écossaises.

Une toison de laine va être caractérisée par une valeur de conductivité thermique  $\lambda_{laine}$  supposée homogène et une valeur de capacité thermique massique  $c_{laine}$ . On considèrera par la suite une laine « moyenne » caractérisée par une conductivité thermique  $\lambda_{laine} = 0,040 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ .

**Q1.** La loi de Fourier, relative à la diffusion thermique, traduit le lien entre la densité volumique de transfert thermique et le gradient de température :  $\vec{j}_Q = -\lambda \cdot \overrightarrow{\text{grad } T}$ .

Quelle est la dimension de la conductivité thermique  $\lambda$  ?

On considère un parallélépipède, de longueur  $L$ , de hauteur  $H$  et d'épaisseur  $e$  petite ( $e \ll \min(L, H)$ ), constitué d'un matériau homogène de conductivité  $\lambda$ , de masse volumique  $\mu$  et de capacité thermique massique  $c$  (**figure 1**). Le problème est supposé unidimensionnel, la température ne dépend que de la variable  $z$  et du temps  $t$ .



**Figure 1** - Géométrie du conducteur thermique

**Q2.** Sur quelle direction est le vecteur densité  $\vec{j}_Q$  de courant thermique ? De quelles variables dépend-il ?

Les températures, sauf avis contraire, sont en  $^\circ\text{C}$ .

**Q3.** Faire un bilan énergétique sur la tranche de matériau comprise entre  $z$  et  $z + dz$  et en déduire l'équation différentielle à laquelle obéit la température  $T(z,t)$ .

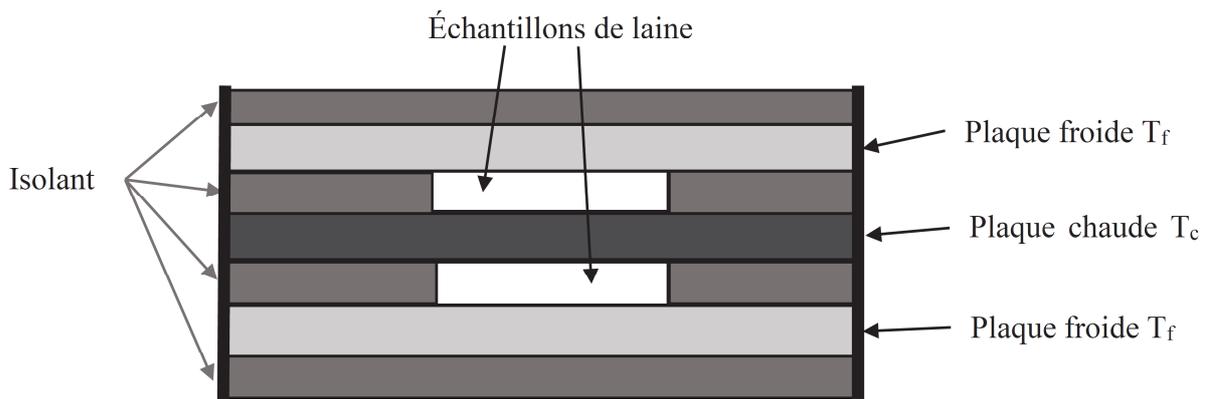
**Q4.** Que devient-elle en régime stationnaire ? Le vecteur  $\vec{j}_Q$  dépend-il de  $z$  ?

**Q5.** On suppose que le matériau est en présence de thermostats qui imposent à tout moment une température  $T_{entrée}$  en  $z = 0$  et  $T_{sortie}$  en  $z = e$ . Que vaut la puissance thermique  $\varphi$  qui traverse le matériau en fonction de  $e, \lambda, H, L, T_{entrée}$  et  $T_{sortie}$  ?

**Q6.** Définir puis exprimer la résistance thermique du matériau en fonction de ses caractéristiques géométriques et de sa conductivité. Que signifie, du point de vue thermique, mettre des résistances en parallèle et mettre des résistances en série ?

On peut mesurer expérimentalement la conductivité thermique de la laine à partir d'un échantillon de celle-ci par la méthode de la plaque chaude gardée (**figure 2**, page 6). L'échantillon est formé de deux « plaques » de laine identiques d'épaisseur  $e$  et de surface  $S$  séparées par une plaque chaude. Un même flux thermique  $\varphi$ , engendré par effet Joule dans un conducteur électrique inséré dans la plaque chaude, traverse les échantillons. Les plaques d'échantillon sont encadrées chacune par une plaque froide. Les températures  $T_c$ ,  $T_f$  des plaques chaude et froides sont mesurées en régime permanent par des thermocouples.

**Q7.** Exprimer l'expression de la conductivité  $\lambda_{\text{laine}}$  de l'échantillon en fonction de  $\varphi$ ,  $e$ ,  $S$ ,  $T_c$  et  $T_f$ .

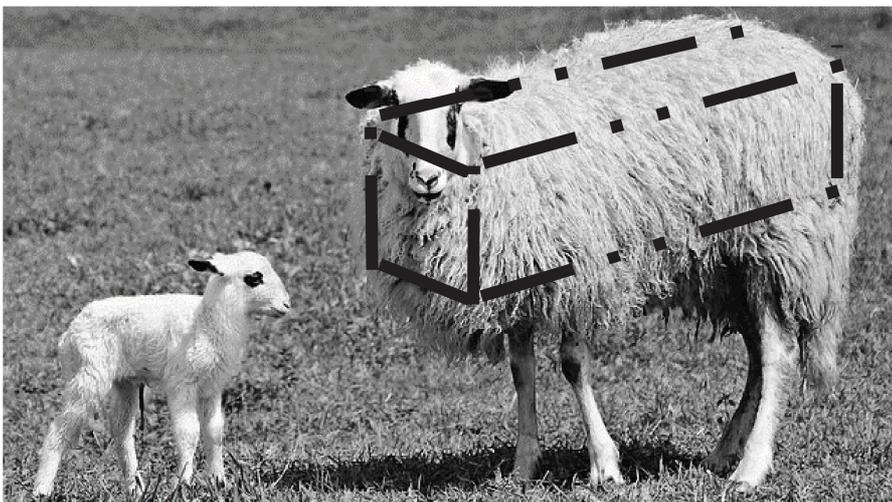


**Figure 2** - Principe de la plaque chaude gardée

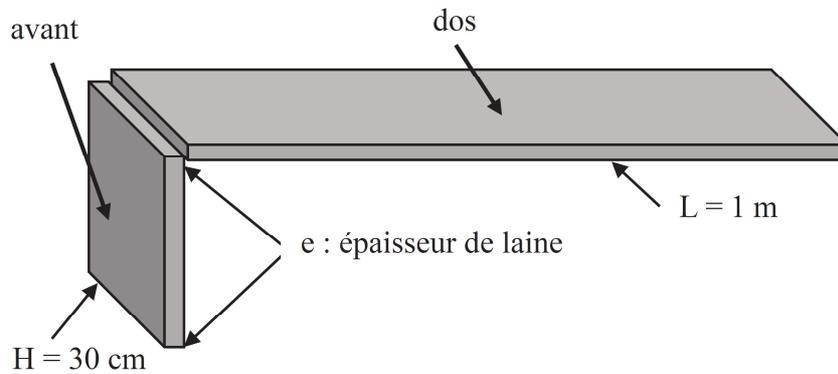
## I.2 - Équilibre thermique d'une brebis (situation de confort)

On modélise la brebis debout par un parallélépipède plein, de température uniforme  $\theta_{\text{eq}} = 39 \text{ °C}$ , de longueur  $L = 100 \text{ cm}$  et de section carrée de côté  $H = 30 \text{ cm}$ . Le corps de la brebis est entouré d'une épaisseur qui peut varier de  $e = e_M = 10 \text{ cm}$  de laine avant la tonte à  $e = e_m = 0,5 \text{ cm}$  après la tonte. La situation est représentée en **figure 3** et en **figure 4** (page 7).

**Q8.** Exprimer la résistance  $R_{\text{diff}}$  de cette carapace de laine en négligeant les effets de bords, en fonction de  $L$ ,  $H$ ,  $e$  et  $\lambda_{\text{laine}}$ . Évaluer son ordre de grandeur pour les deux épaisseurs limites.



**Figure 3** - Modélisation de la brebis



**Figure 4 - Modélisation de la toison**

Seules les parties lainières du dos et de l'avant ont été schématisées.

On doit tenir compte de deux autres phénomènes d'échanges thermiques : la conducto-convection (d'autant plus importante que le vent est fort) et le rayonnement thermique toujours présent.

**Q9.** La loi de Newton, relative au phénomène de conducto-convection, correspond à un vecteur de densité thermique reçu par la brebis égal à

$$\vec{J}_Q = -h \cdot (T_{\text{ext}} - T_{\text{air}}) \vec{n}$$

avec  $T_{\text{ext}}$  la température de la surface extérieure de la brebis en contact avec l'air de température  $T_{\text{air}}$  et le vecteur unitaire normal  $\vec{n}$  orienté de la brebis vers l'extérieur.

On prendra un coefficient de Newton laine/air égal à  $h = 4,0 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ .

En déduire en fonction de  $h$ ,  $L$  et  $H$  la résistance de conducto-convection  $R_{cc}$  à introduire dans notre modèle de brebis. Évaluer son ordre de grandeur.

Le phénomène de rayonnement introduit une résistance supplémentaire  $R_r$ . Comme la température de l'air est assez proche de celle de l'animal, la puissance  $P_r$  due au rayonnement thermique sortant de la surface extérieure de la brebis s'exprime sous la forme

$$P_r = KA(T_{\text{ext}} - T_{\text{air}})$$

avec  $A$  l'aire de la surface extérieure de la brebis,  $T_{\text{ext}}$  la température de cette surface en contact avec l'air de température  $T_{\text{air}}$ . La constante  $K$  a pour valeur  $K = 5,0 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ .

**Q10.** Exprimer la résistance thermique de rayonnement  $R_r$  en fonction de  $K$ ,  $L$  et  $H$ .

**Q11.** Faire un schéma du montage de ces trois résistances placées entre la température interne de la brebis  $T_{\text{int}} = \theta_{\text{eq}} = 39 \text{ }^\circ\text{C}$  et la température de l'air  $T_{\text{air}}$ . Évaluer numériquement les deux valeurs  $R_1$  et  $R_2$  des résistances équivalentes de la brebis non tondue et de la brebis tondue.

La brebis non tondue est dans un confort climatique pour la température de l'air égale à  $T_0 = 5 \text{ }^\circ\text{C}$ . En plus des phénomènes de diffusion, conducto-convection et rayonnement, il y a évaporation d'eau par sudation.

La brebis émet de la vapeur d'eau par les voies respiratoires en toute situation :

$$\dot{m} = 5,8 \cdot 10^{-6} \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Elle en émet deux fois plus par sa surface cutanée quand elle vient d'être tondue :

$$\dot{m}' = 2\dot{m}$$

et que la température extérieure est supérieure à  $5,1 \text{ }^\circ\text{C}$ .

L'enthalpie massique standard de vaporisation de l'eau, supposée indépendante de la température, vaut  $\Delta H^0_{\text{vap}} = 2500 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

**Q12.** En déduire la puissance  $p_{m0}$  apportée à la brebis par son métabolisme dans une situation de confort juste avant la tonte. On l'exprimera en fonction de  $\dot{m}$ ,  $L$ ,  $R_1$ ,  $T_{\text{int}}$  et  $T_{\text{air}}$ , puis on en fera l'évaluation numérique pour  $T_{\text{air}} = T_0 = 5 \text{ }^\circ\text{C}$ .

- Q13.** Répondre à la même question pour la brebis juste après la tonte pour la température de confort  $T_0 = 5 \text{ °C}$ .

### I.3 - Déséquilibre thermique d'une brebis (situations de stress et de danger)

La thermorégulation est due à des productions internes de chaleur (thermogenèse liée au métabolisme et à l'activité physique) et à des déperditions de chaleur au niveau de la respiration et de la peau (thermolyse).

Dans une situation où l'air environnemental est en dehors de la zone de confort, la brebis va se réchauffer ou se refroidir et éventuellement transpirer. On négligera la capacité thermique de la toison devant celle du corps de la brebis. On assimile la brebis à un volume d'eau de masse volumique  $\mu = 1\,000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  et de capacité thermique massique  $c = 4\,200 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$ . On admet que les variations de température sont suffisamment lentes pour utiliser les notions de résistances. On note  $p_m$  la puissance apportée par le métabolisme.

- Q14. a)** En appliquant le premier principe de la thermodynamique à la brebis non tondue dans une situation (1) où la température  $T_{\text{air}}$  de l'environnement est différente de  $T_0 = 5 \text{ °C}$ , montrer que l'équation différentielle relative à la température  $T(t)$  de la brebis s'écrit :

$$\frac{dT(t)}{dt} + \frac{1}{\tau_1} (T(t) - T_{\text{air}}) = \frac{(T_1 - T_{\text{air}})}{\tau_1}.$$

On exprimera  $\tau_1$  en fonction de  $\mu$ ,  $c$ ,  $L$ ,  $H$ ,  $R_1$  et  $(T_1 - T_{\text{air}})$  en fonction de  $\theta_{\text{eq}}$ ,  $T_0$ ,  $R_1$  et  $(p_m - p_{m0})$ .

- b)** Exprimer la température  $T(t)$  en fonction de  $t$ ,  $T_1$ ,  $\tau_1$  et  $\theta_{\text{eq}}$  en supposant que la température initiale de la brebis est  $T(t=0) = \theta_{\text{eq}}$ .  
**c)** Calculer  $\tau_1$ . Calculer  $T_1$  en  $\text{°C}$  pour  $p_m = p_{m0}$  avec une température d'environnement égale à  $T_{\text{air}} = 17 \text{ °C}$ .

- Q15.** D'après les données du **document** (pages 2 et 3), la brebis non tondue reste dans sa zone d'adaptation pour une température extérieure variant de  $-8 \text{ °C}$  à  $+15 \text{ °C}$ . En déduire entre quelles limites peut varier la puissance apportée par le métabolisme de l'animal dans cette situation (1) sans qu'il y ait danger pour lui. On suppose donc que la brebis reste à sa température d'équilibre  $\theta_{\text{eq}} = 39 \text{ °C}$ .

- Q16.** En appliquant le premier principe à la brebis tondue dans une situation (2) où la température  $T_{\text{air}}$  de l'environnement est supérieure à  $T_0 = 278 \text{ K} = 5 \text{ °C}$ , montrer que l'équation différentielle relative à la température  $T(t)$  de la brebis peut se mettre sous la forme

$$\frac{dT(t)}{dt} + \frac{1}{\tau_2} (T(t) - T_{\text{air}}) = \frac{(T_2 - T_{\text{air}})}{\tau_2}$$

dans laquelle les notations  $T_2$  et  $\tau_2$  sont des constantes à déterminer.

Exprimer  $\tau_2/\tau_1$ . Commenter.

En supposant que la possibilité de variation de la puissance métabolique soit celle obtenue à la question **Q15**, jusqu'à quelle température extérieure la brebis tondue peut-elle s'adapter à la chaleur ?