

### Devoir test de physique n° 3

Cet énoncé comporte un exercice et deux problèmes.  
Durée : quatre heures. L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

#### Exercice

(Mines-Ponts PC 2019)

#### **La spirale d'Ekman**

Lors de diverses expéditions en direction du pôle nord, on a pu constater que les navires pris dans les glaces du pack arctique dérivent systématiquement à *droite* de la direction du vent.

On interprète ces résultats par la différence de direction d'écoulement du vent (qui entraîne la surface de l'eau) et de l'eau profonde (qui entraîne les glaces dérivantes du pack) du fait de la rotation propre de la Terre autour de l'axe polaire (on parle ici d'*effet Coriolis*). L'entraînement des couches de plus en plus profondes de l'océan est dû aux effets de viscosité de l'eau.

Ce changement graduel de direction en fonction de la profondeur possède une forme de spirale. Elle prend le nom de l'océanographe suédois Vagn Walfrid Ekman qui l'expliqua dans sa thèse en 1907.

□ **19** — La viscosité de l'eau liquide à basse température (sous les glaces du pack arctique) est-elle, à votre avis, plus ou moins élevée qu'à température ambiante ?

L'étude qui suit est réalisée dans un référentiel terrestre  $(Oxyz)$  dans lequel  $(Oz)$  est vertical ascendant,  $(Ox)$  dirigé dans la direction du vent. L'océan occupe toute la région  $z < 0$ ; on le modélise comme un écoulement incompressible, visqueux, de pression  $P$ . Le champ de vitesse  $\vec{v}$  de cet écoulement est stationnaire horizontal ( $v_z = 0$ ), il ne dépend que de la profondeur  $\left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial x} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} = \vec{0}\right)$ , et il est entièrement situé à proximité du pôle nord (latitude  $\lambda = \pi/2$ ). La pression atmosphérique est uniforme et notée  $P_0$ .

□ **20** — Expliciter les forces de pesanteur et des pseudo-forces d'inertie exercées par unité de masse d'eau en fonction de  $v_x$ ,  $v_y$ ,  $g_0$  (accélération de la pesanteur polaire) et de  $T_0$  (durée du jour). Que dire des forces d'inertie d'entraînement ?

□ **21** — Écrire l'équation locale qui traduit le principe fondamental de la dynamique appliqué à une particule mésoscopique d'eau (Équation de Navier–Stokes). Montrer que la pression  $P$  ne dépend que de  $z$  et déterminer son expression.

□ **22** — Montrer que les fonctions  $v_x(z)$  et  $v_y(z)$  sont reliées par deux équations différentielles couplées du second ordre, que l'on établira et qui feront apparaître un paramètre commun noté  $\delta$ , homogène à une longueur, que l'on exprimera en fonction de  $\eta_e$ ,  $T_0$  et  $\rho_e$ .

□ **23** — On note  $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_x$  la vitesse de surface de l'eau océanique située en  $z = 0$ . Déterminer  $v_x(z)$  et  $v_y(z)$  en supposant que le fond de l'océan correspond à la limite  $z \rightarrow -\infty$ .

## **Problème 1**

(Centrale-Supélec MPI 2023)

### **Étude du module photographique d'un smartphone**

Certaines questions, peu ou pas guidées, demandent de l'initiative de la part du candidat. Leur énoncé est repéré par une barre en marge. Il est alors demandé d'explicitier clairement la démarche, les choix et de les illustrer, le cas échéant, par un schéma. Le barème valorise la prise d'initiative et tient compte du temps nécessaire à la résolution de ces questions. Certaines données numériques sont regroupées en fin d'énoncé ; d'autres relèvent de l'initiative du candidat.

#### ***I.A – Etude du capteur de l'appareil photographique***

On considère dans un premier temps les paramètres géométriques du capteur principal, afin de vérifier si le phénomène de diffraction dégrade ou non l'image formée sur le capteur. Tous les pixels considérés sont carrés.

**Q 1.** À partir des données du téléphone portable fournies dans le document réponse, déterminer la longueur et la largeur du capteur de ce téléphone. En déduire la taille approximative d'un pixel du capteur.

Le nombre d'ouverture  $N$  de l'appareil photographique est défini par la formule ci-après, où  $D$  est le diamètre de l'ouverture et  $f'$  la distance focale de l'objectif,

$$N = \frac{f'}{D}.$$

**Q 2.** Après avoir justifié la longueur d'onde lumineuse choisie, déterminer la taille caractéristique de la tache de diffraction visible sur le capteur si l'objectif est éclairé par un « point unique » situé à l'infini.

**Q 3.** Proposer une justification au choix de l'entreprise de configurer par défaut la prise d'image en full HD ( $1920 \times 1080$  pixels) au lieu de la résolution 4K ( $3840 \times 2160$  pixels).



**Figure 2** Module photographique d'un smartphone (source : wikimediacommons)

#### ***I.B – Étude des aberrations géométriques dues à la lentille de l'appareil photographique***

La lentille de forme plano-convexe est constituée de silice fondue associée à du quartz. On peut la modéliser dans un premier temps comme une demi-boule de rayon de courbure  $R$  et d'indice de réfraction  $n$ , plongée dans l'air dont l'indice de réfraction est pris égal à 1. Un faisceau lumineux cylindrique, de rayon  $r_m < R$ , arrive sous incidence normale sur la face plane de cette lentille. On note  $C$  l'intersection de la face plane de la demi-boule avec l'axe optique ( $Ox$ ) et  $S$  l'intersection de la face hémisphérique avec ce même axe.

On s'intéresse au rayon lumineux incident qui arrive parallèle à l'axe optique et à une distance  $r$  de cet axe.

##### **I.B.1) Condition de traversée de la lentille**

**Q 4.** Compléter sur la figure A du document réponse le trajet de ce rayon lumineux lors de son passage à travers la lentille. On notera  $i$  l'angle incident sur le dioptré verre-air et  $t$  l'angle réfracté correspondant. Déterminer l'expression de  $r_0$ , valeur limite du rayon du faisceau si l'on souhaite que tous les rayons incidents émergent de la lentille. Calculer numériquement la valeur de  $r_0$ . En réalité, le constructeur a choisi un diamètre de la lentille  $\Phi = 5,0$  mm. Justifier ce choix.

### I.B.2) Étude des rayons proches de l'axe optique

Q 5. On note  $A'$  la position de l'intersection du rayon incident avec l'axe optique après son passage à travers de la lentille. Montrer que la distance algébrique  $\overline{CA'}$  vérifie

$$\overline{CA'} = R \cos i + \frac{R \sin i}{\tan(t - i)}.$$

Q 6. En déduire, en fonction de  $R$  et  $n$ , l'expression de la limite  $\overline{CF'}$  de  $\overline{CA'}$  lorsque la distance  $r$  tend vers 0. Calculer numériquement  $\overline{CF'}$ .

Q 7. Dans quelle condition peut-on considérer que le point  $F'$  est stigmatiquement conjugué d'un point source situé à l'infini sur l'axe ? Comment peut-on nommer le point  $F'$  ?

### I.B.3) Étude de l'aberration sphérique de la lentille

Le capteur de l'appareil photographique est placé dans le plan focal image de la lentille (figure 3). On s'intéresse à présent au rayon lumineux qui arrive parallèle à l'axe optique à la distance  $r = r_0$  de l'axe (question 4).

Q 8. Déterminer numériquement la distance TSA (*transversal spherical aberration*) entre  $F'$  et le point où ce rayon extrême rencontre le capteur. Un schéma faisant apparaître la distance TSA est attendu. Comparer la distance TSA à la taille de la tache de diffraction obtenue en question 2 et à la dimension d'un pixel. Conclure sur l'adéquation de cette lentille au téléphone portable considéré.

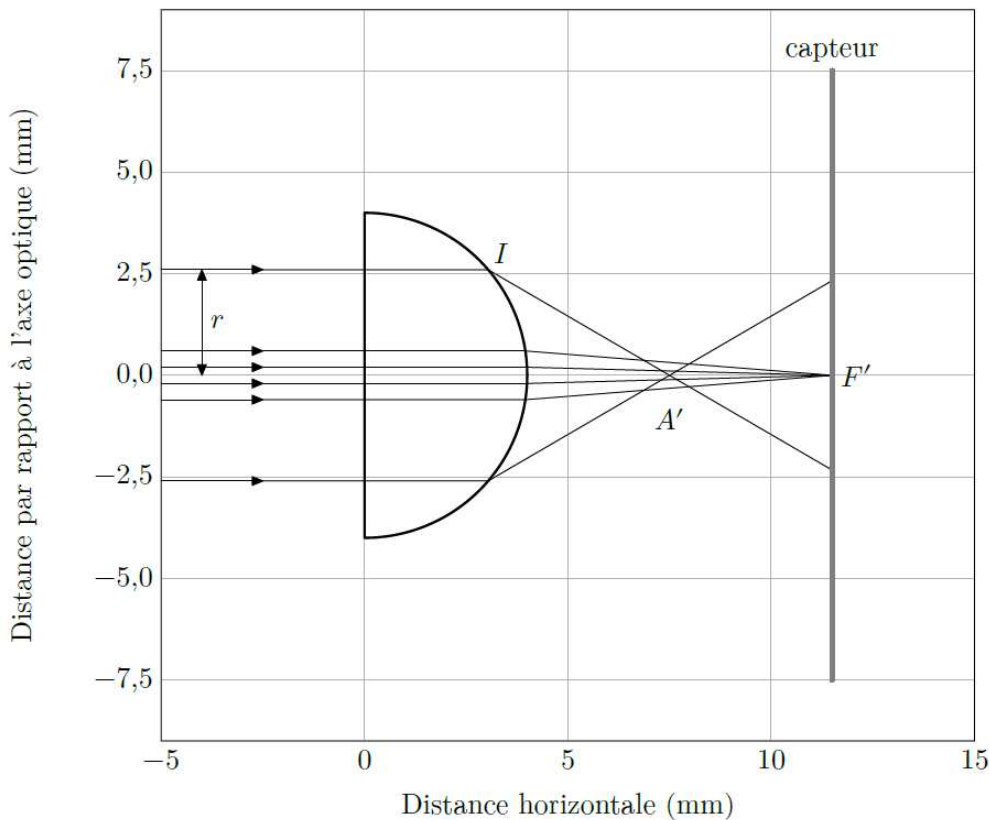
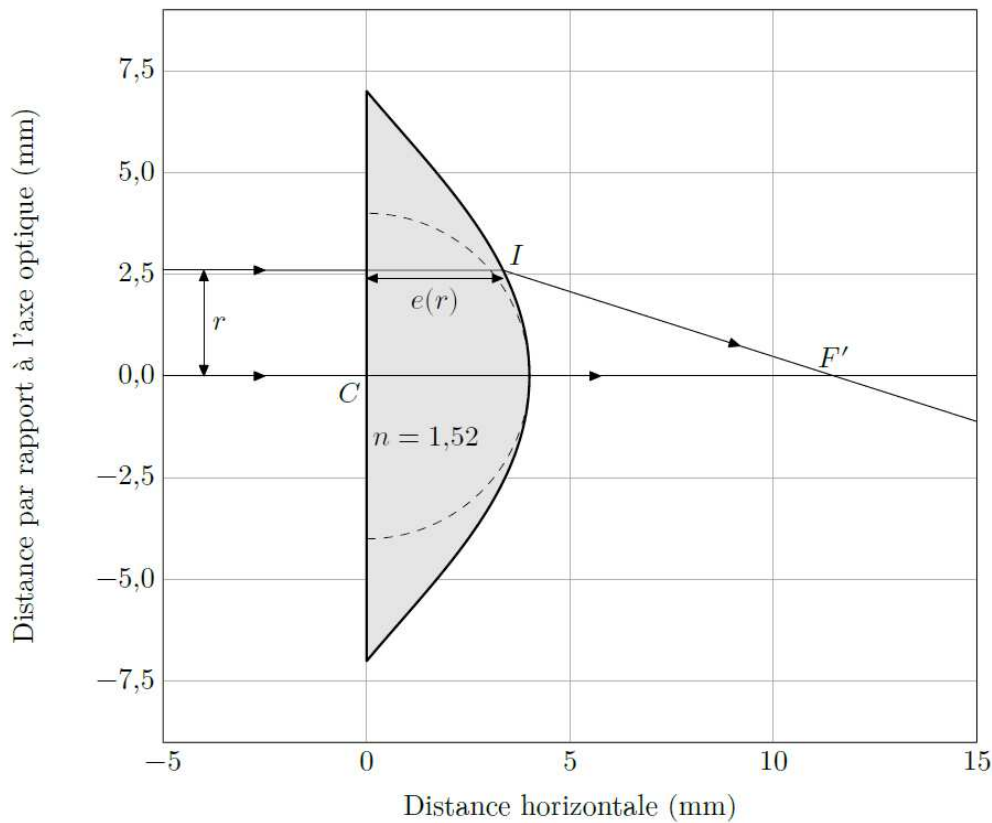


Figure 3 Aberration sphérique

### I.B.4) Détermination du profil d'une lentille asphérique

On souhaite modifier le profil de la surface courbe de la lentille afin que tous les rayons incidents parallèles à l'axe  $Ox$  convergent au même point  $F'$ , comme indiqué en figure 4. La lentille obtenue est dite asphérique.

Pour déterminer le profil de la lentille, il est commode d'adopter une approche ondulatoire en imaginant une onde plane incidente se propageant parallèlement à l'axe  $Ox$  venant frapper la face plane de la lentille. Après celle-ci, l'onde convergera au point  $F'$  si, depuis la source, les chemins optiques associés à tous les rayons traversant la lentille et parvenant en  $F'$  sont identiques.



**Figure 4** Lentille asphérique

**Q 9.** Montrer que l'épaisseur  $e(r)$  de la lentille à la distance  $r$  de l'axe doit vérifier

$$ne(r) + \sqrt{r^2 + \left(\frac{nR}{n-1} - e(r)\right)^2} = nR + \frac{R}{n-1}.$$

### **Problème 2**

(CCINP PC 2020)

### **De la physique de l'aéronef**

Ce problème aborde certains aspects de la physique appliqués à un avion dans trois parties indépendantes.  
(Certaines questions ont été supprimées.)

Les effets de la gravité sur l'air seront négligés dans l'ensemble du problème.

### **Partie I - Mécanique du vol**

La **figure 1** représente un schéma simplifié des principales caractéristiques géométriques du profil d'une aile d'avion. L'extrados est la surface supérieure du profil et l'intrados est la surface inférieure du profil. La distance  $L$  entre le bord d'attaque et le bord de fuite est appelée corde du profil.

On travaille dans le référentiel de l'aile. Dans ce référentiel, loin de l'aile, la vitesse de l'air est notée  $\vec{v}_\infty$ . L'angle entre la corde et  $\vec{v}_\infty$  est l'angle d'incidence  $i$ . La vitesse de l'avion par rapport à l'air est notée  $\vec{V}_a$  avec  $V_a = \|\vec{V}_a\| = \|\vec{v}_\infty\| = v_\infty$ .

Dans cette partie, la vitesse de l'avion sera suffisamment faible devant la célérité du son dans l'air pour considérer l'air en écoulement incompressible.

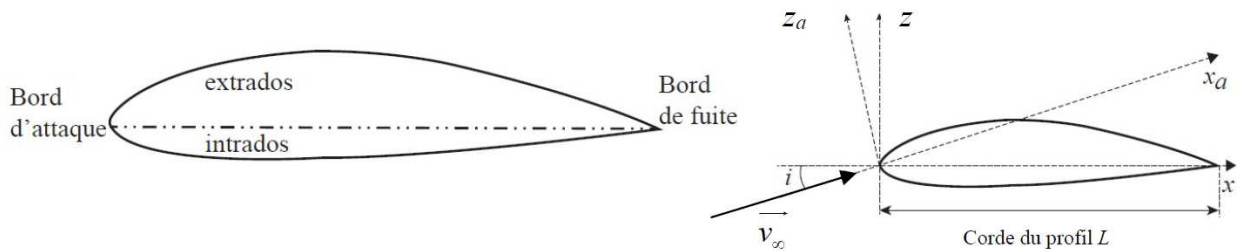


Figure 1 - Caractéristiques géométriques du profil d'une aile d'avion

## I.1 - Généralités

- Q1. Définir la notion de ligne de courant associée aux particules de fluide. Est-ce une description de nature eulérienne ou lagrangienne ?
- Q2. Dans la **figure 2** sont représentées les lignes de courant pour un profil donné. En analysant ces lignes de courant, expliquer pourquoi l'écoulement stationnaire de l'air, supposé parfait, homogène et incompressible, génère une force de portance de l'avion.

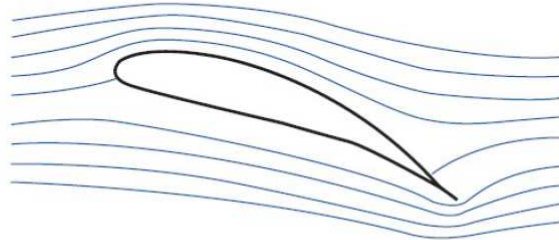


Figure 2 - Lignes de courant autour du profil d'une aile d'avion

- Q3. En pratique, pour étudier la répartition de pression  $P$  le long de l'intrados et de l'extrados, on définit une pression adimensionnée appelée coefficient de pression :

$$C_P = \frac{P - P_\infty}{\frac{1}{2} \cdot \rho_\infty \cdot v_\infty^2},$$

où  $P_\infty$ ,  $\rho_\infty$  et  $v_\infty$  sont respectivement la pression, la masse volumique et la vitesse de l'écoulement incident loin de l'aile. On représente  $C_P$  pour l'intrados et l'extrados en fonction de  $x/L$  la position par rapport à la corde (**figure 3**). Justifier à quelle courbe,  $C_{P1}$  ou  $C_{P2}$ , on associe l'intrados et l'extrados.

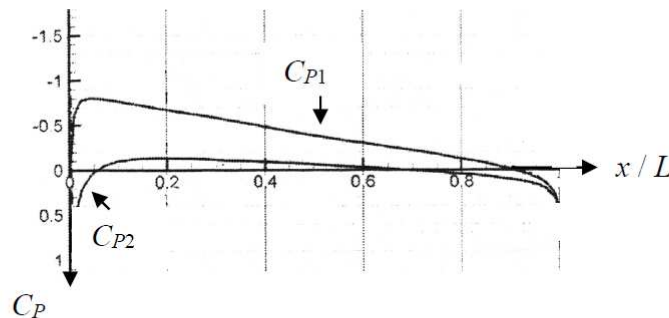


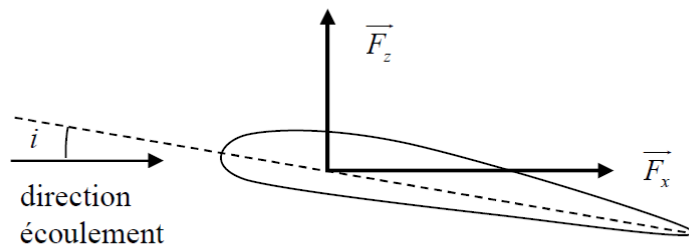
Figure 3 - Coefficient de pression sur l'intrados et l'extrados

- Q4. Pourquoi observe-t-on toujours  $C_P \leq 1$  ?

Par intégration de la différence des coefficients de pression entre intrados et extrados sur toute la corde du profil, on obtient le coefficient de portance, adimensionné,

$$C_z = \frac{F_z}{\frac{1}{2} \cdot S_{réf} \cdot \rho_\infty \cdot v_\infty^2},$$

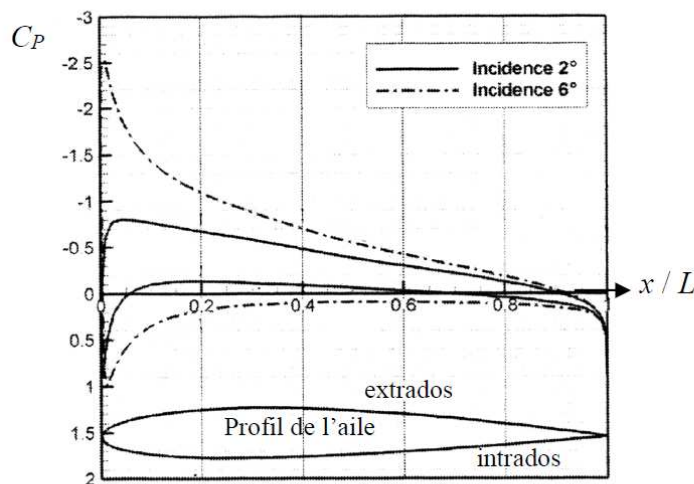
avec  $S_{réf}$  la surface de l'aile et  $F_z$ , la force de portance exercée sur l'aile. Cette force de portance est perpendiculaire à l'écoulement (**figure 4**). Par ailleurs, la répartition de pression le long de l'intrados et de l'extrados ne se traduit pas uniquement par la force de portance  $F_z$  qui est perpendiculaire à l'écoulement, mais également par la présence d'une force de traînée  $F_x = \frac{1}{2} \cdot C_x \cdot S_{réf} \cdot \rho_\infty \cdot v_\infty^2$ , parallèle à l'écoulement et qui s'oppose au déplacement (**figure 4**).  $C_x$  est le coefficient de traînée.



**Figure 4** - Décomposition des efforts aérodynamiques : portance et traînée

**Q5.** Vérifier que le coefficient de portance  $C_z$  est adimensionné.

L'influence de l'angle d'incidence  $i$  sur le coefficient de pression  $C_P$  est représentée en **figure 5**.

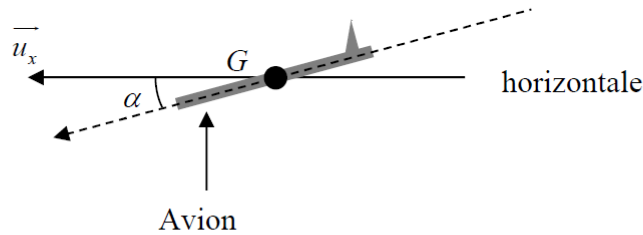


**Figure 5** - Influence de l'incidence sur le  $C_P$

- Q6.** Le coefficient de portance  $C_z$  est-il plus important pour une incidence de  $2^\circ$  ou  $6^\circ$  ? Justifier.
- Q8.** On considère un vol en palier, c'est-à-dire avec un vecteur vitesse et une altitude de l'avion constants. Représenter l'ensemble des forces s'exerçant sur l'avion et expliquer comment la force de traînée est compensée.

**Q9.** Pourquoi est-il intéressant de voler à haute altitude ?

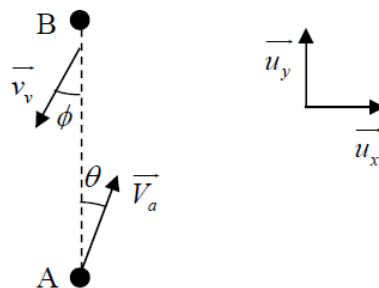
**Q10.** Dans cette question, on se propose d'interpréter physiquement ce que les professionnels de l'aéronautique appellent la finesse  $f = \frac{C_z}{C_x}$  d'une aile. Pour cela, on considère la situation d'un avion, tous moteurs coupés, ayant un mouvement de translation rectiligne uniforme descendant. On note  $\alpha$  l'angle entre la direction de l'écoulement de l'air autour de l'avion et l'horizontale (**figure 6**). À l'aide d'une représentation des forces sur le schéma de la **figure 6**, établir le lien entre la finesse  $f$  et l'angle  $\alpha$ . De quelle distance  $d_H$  l'avion a-t-il avancé à l'horizontale lorsqu'il a perdu une altitude  $d_V$ ? Conclure sur le sens physique de la finesse.



**Figure 6** - Avion en mouvement rectiligne uniforme sans propulsion

### I.2 - Trajectoire d'un avion en présence de vent latéral

Un avion doit se déplacer en ligne droite d'un point A vers un point B situés à la même altitude par rapport au sol. Il subit un vent contraire constant de vecteur vitesse  $\vec{v}_v$  qui fait un angle  $\phi$  avec la trajectoire AB comme indiqué sur la **figure 8**. L'avion vole à une vitesse constante  $V_a$  par rapport à l'air. Le vecteur vitesse associé,  $\vec{V}_a$ , fait un angle  $\theta$  avec la route au sol AB.  $\vec{u}_x$  et  $\vec{u}_y$  sont des vecteurs unitaires.



**Figure 8** - Trajectoire avion soumis à un vent contraire

**Q13.** À quelle condition entre  $V_a$ ,  $v_v$ ,  $\phi$  et  $\theta$ , l'avion peut-il se déplacer en ligne droite de A vers B ?

**Q14.** Calculer l'angle de correction  $\theta$  que le pilote doit imposer à son avion lorsque  $\phi = 20^\circ$ , sachant que  $v_v = 56 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  et  $V_a = 445 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ .

**Q15.** L'avion doit faire un aller-retour entre les deux points A et B, distants de  $d = 500 \text{ km}$  dans les mêmes conditions de vent. Calculer la durée  $T$  du trajet aller-retour en négligeant la durée du demi-tour. Comparer à la durée  $T'$  de ce même trajet en l'absence de vent. Commenter.

### I.3 - Décollage d'un avion

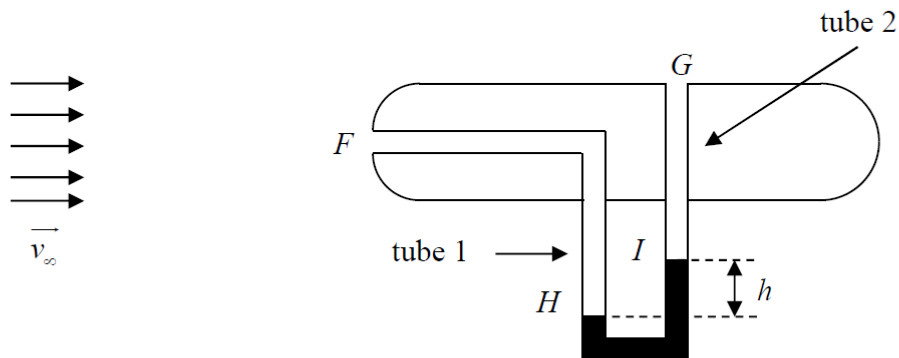
**Q16.** On s'intéresse au décollage d'un quadriréacteur A380 dont la masse au décollage est de 500 tonnes. Sa vitesse au moment où il quitte la piste est de  $260 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ . Estimer, en précisant les hypothèses effectuées, un ordre de grandeur de la poussée d'un réacteur lors de phase d'accélération sur la piste. Discuter votre résultat sachant que la poussée maximale d'un réacteur d'A380 est de 370 kN et que la finesse au décollage est proche de 10.

*Cette question nécessite une prise d'initiative en termes de modélisation de la situation et d'introduction de valeurs numériques pertinentes. Le barème valorise la démarche menée, même si celle-ci reste inachevée.*

## Partie II - Instrumentation

### II.1 - Tube de Pitot

Le tube de Pitot est un des nombreux capteurs qui équipent l'avion. Il permet la mesure de la vitesse de l'avion, donnée essentielle à sa bonne conduite. Il s'agit d'un tube très fin (moins de  $5 \text{ mm}^2$  de surface) qui est placé parallèlement à la direction de l'écoulement de l'air (**figure 9**). Ce tube possède deux ouvertures en  $F$  et  $G$ . L'ouverture en  $F$  est la prise dite de pression totale et celle en  $G$  est la prise dite de pression statique. On mesure la différence de pression de l'air entre les deux tubes 1 et 2 avec un manomètre différentiel, ce qui permet d'obtenir la vitesse  $v_\infty$  de l'écoulement.



**Figure 9** - Tube de Pitot

On considère que l'air est un fluide parfait, homogène, incompressible, de masse volumique  $\rho_\infty$  et en écoulement stationnaire. On rappelle que les effets de la gravité sur l'air sont négligés. Loin du tube l'air a une pression  $P_\infty$  et une vitesse  $v_\infty$ .

**Q17.** Représenter l'allure de la ligne de courant qui aboutit en  $F$  et l'allure de la ligne de courant qui longe le tube et passe à proximité de  $G$ .

**Q18.** Déterminer, en fonction de  $P_\infty$ ,  $\rho_\infty$ , et  $v_\infty$ , les expressions de la vitesse  $v_F$  et de la pression  $P_F$  du fluide en  $F$  ainsi que la vitesse  $v_G$  et la pression  $P_G$  du fluide en  $G$ .



**Q19.** Dans le manomètre, il y a un liquide de masse volumique  $\rho_l$ . On mesure une différence d'altitude  $h$  entre les deux surfaces du liquide. Déterminer l'expression de la différence de pression,  $P_H - P_I$ , entre ces deux surfaces.

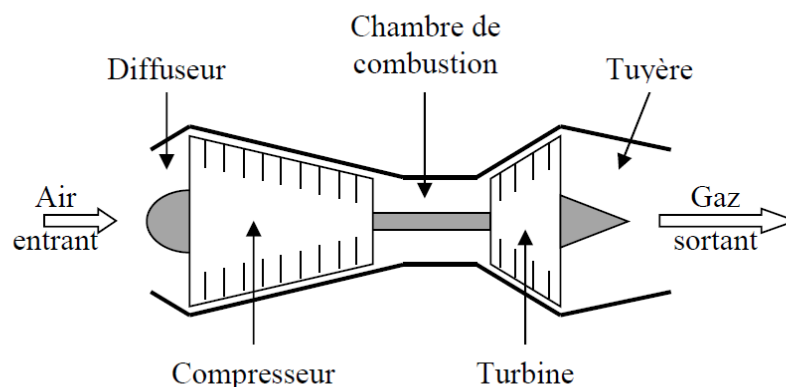
**Q20.** Dédurre des questions précédentes l'expression de la vitesse de l'écoulement  $v_\infty$  de l'air en fonction de  $\rho_l$ ,  $\rho_\infty$ ,  $g$  et  $h$ . Comment évolue  $h$  lorsque la vitesse de l'air augmente ?

### Partie III - Propulsion

Pour leur propulsion, les avions sont équipés majoritairement de réacteurs. Cette dénomination usuelle désigne en fait des turboréacteurs qui appartiennent à la catégorie des turbomachines encore appelées générateurs ou turbines à gaz. Les turbomachines présentent plusieurs avantages par rapport aux moteurs à pistons, avec notamment un rapport puissance-poids environ trois fois supérieur. En effet, le nombre de pièces mobiles est réduit et leur mouvement est très simple, ce qui permet de les alléger. Ces machines sont inégalables lorsque de grandes puissances sont requises avec des contraintes d'espace ou de poids. Leur inconvénient majeur est que leur efficacité et leur réactivité chutent très rapidement à faible puissance : ils ne sont donc pas adaptés au domaine automobile par exemple.

Les constituants principaux d'un turboréacteur sont un compresseur, une chambre de combustion et une turbine. Dans cette **partie** on étudie un turboréacteur dit simple flux (**figure 12**) pour lequel le gaz entrant dans le réacteur passe dans un diffuseur pour en diminuer la vitesse avant d'être comprimé par le compresseur. Le gaz comprimé arrive dans une chambre de combustion où il est chauffé avant d'être détendu partiellement dans la turbine qui fournit la puissance nécessaire au compresseur. En sortie de turbine, le gaz reste à une pression relativement élevée par rapport à la pression extérieure et il est détendu dans une tuyère, ce qui permet de l'accélérer : c'est cette accélération qui permet la propulsion de l'avion.

Le turboréacteur simple flux est principalement utilisé dans l'aviation militaire.



**Figure 12** - Schéma de principe d'un turboréacteur simple flux

#### III.1 - Force de propulsion

Le turboréacteur constitue un système ouvert ( $\Sigma$ ). En régime stationnaire, ce volume de contrôle contient à l'instant  $t$  une masse d'air  $M(t)$  à laquelle on associe une quantité de mouvement  $\overline{p(t)}$ . Pour établir le bilan de quantité de mouvement, on doit définir un système fermé ( $\Sigma^*$ ) qui, à l'instant  $t$ , est constitué de  $M(t)$  et d'une masse entrante dans la tuyère  $\delta m_e$  à la vitesse  $\overline{v_e}$  et, à

l'instant  $t + dt$  est constitué de  $M(t + dt)$  et d'une masse sortante de la tuyère  $\delta m_s$  à la vitesse  $\overline{v_s}$ . La pression  $P_0$  autour du turboréacteur est uniforme. La surface d'entrée du turboréacteur est notée  $S_e$  et celle de sortie  $S_s$ .

**Q25.** Donner l'expression du vecteur quantité de mouvement du système fermé  $\overline{p^*(t)}$  à l'instant  $t$ .

**Q26.** Donner l'expression du vecteur quantité de mouvement du système fermé  $\overline{p^*(t + dt)}$  à l'instant  $t + dt$ .

**Q27.** Des deux questions précédentes déduire, en régime stationnaire, l'expression de la dérivée du vecteur quantité de mouvement du système fermé  $\frac{d\overline{p^*(t)}}{dt}$  à l'instant  $t$ . On introduira  $D_m$  le débit massique d'air dans le réacteur.

**Q28.** Effectuer le bilan des forces s'exerçant sur le système.

**Q29.** Indiquer quelle(s) approximation(s) est/sont nécessaire(s) pour conclure que la force appliquée par le réacteur à l'air a pour expression :  $\overline{F_{\text{avion} \rightarrow \text{air}}} = D_m \cdot (\overline{v_s} - \overline{v_e})$ .

**Q30.** En considérant un réacteur positionné horizontalement avec son entrée à gauche comme indiqué sur la **figure 12**, représenter qualitativement le vecteur de la force exercée par l'air sur l'avion  $\overline{F_{\text{air} \rightarrow \text{avion}}}$  ainsi que les vecteurs  $\overline{v_e}$  et  $\overline{v_s}$  dans le référentiel du réacteur. Comparer les normes  $v_e$  et  $v_s$  des vecteurs vitesses pour que la force exercée par l'air sur l'avion soit propulsive.

---

## Document réponse

### Question 4

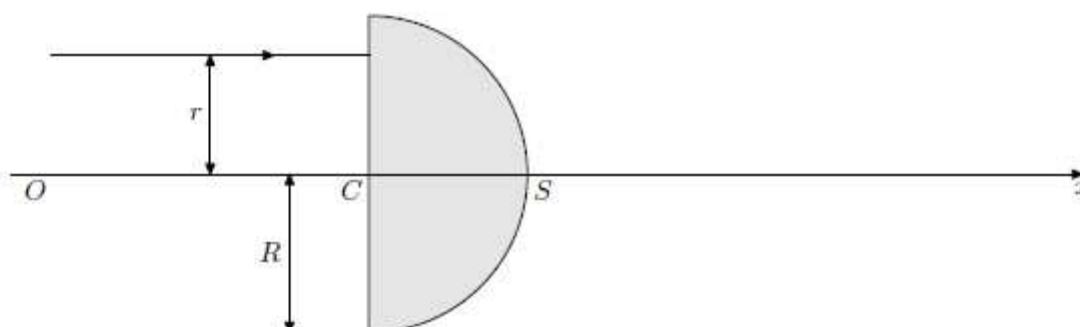


Figure A Modèle de la lentille demi-boule

## Données

### Appareil photographique d'un téléphone portable

Résolution du capteur	$4000 \times 3000$ pixels
Nombre d'ouverture	$N = 2,2$
Diagonale du capteur	1/3 de pouce
Indice de réfraction de l'air	$n_{\text{air}} = 1,0$
Indice de réfraction de la lentille	$n = 1,52$
Rayon de courbure de la lentille	$R = 4,0$ mm
Diamètre réel la lentille	$\Phi = 5,0$ mm
Distance focale effective de l'objectif	$f' = 9,0$ mm

### Propriétés de l'oeil humain

Distance normale d'observation d'un téléphone portable	30 cm
Pouvoir de résolution d'un l'œil « normal »	$\alpha = 3,0 \times 10^{-4}$ rad

### Conversions d'unités

1 pouce = 25,4 mm
1 A·h = 3600 C
1 W·h = 3600 J