

## Concours blanc Épreuve de physique

Cet énoncé comporte deux problèmes. Durée : 4 heures.  
L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

### Problème A

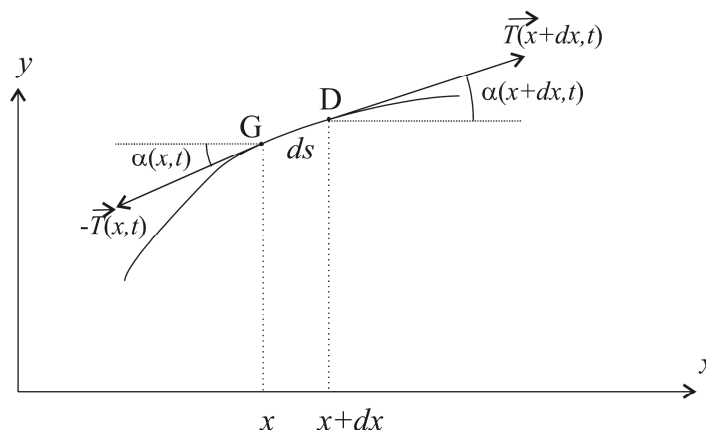
#### Sources en mouvement et « murs d'ondes »

##### Partie A – Le mur de la caténaire

Le TGV a battu son propre record du monde de vitesse sur rail le 3 avril 2007 : 574,8 km/h. La tentative officielle de record s'est déroulée sur la nouvelle ligne Est européenne entre Paris et Strasbourg. Pour réaliser cet exploit, les ingénieurs de la SNCF ont dû tendre plus que d'habitude le câble électrique qui est suspendu au dessus des voies ferrées et que l'on appelle caténaire.

#### Equation de propagation d'une onde sur un câble

On considère un câble de masse linéique  $\mu$  tendu entre deux extrémités A et B sous une tension  $T_0$ . Au repos, le câble est horizontal : on néglige la force de pesanteur devant la force de tension. Un ébranlement  $y(x,t)$  se propage le long du câble à la célérité  $v$  que l'on se propose de calculer. Pour cela, on isole une portion de câble de longueur  $ds$  comprise entre les points G et D (d'abscisses  $x$  et  $x+dx$ ). Cette portion est soumise aux forces de tensions  $-\vec{T}(x,t)$  et  $\vec{T}(x+dx,t)$ . On appelle  $\alpha(x,t)$  (resp.  $\alpha(x+dx,t)$ ) l'angle que fait la tension  $-\vec{T}(x,t)$  (resp.  $\vec{T}(x+dx,t)$ ) par rapport à l'horizontale (figure 1). La corde reste dans le plan vertical au cours du mouvement.



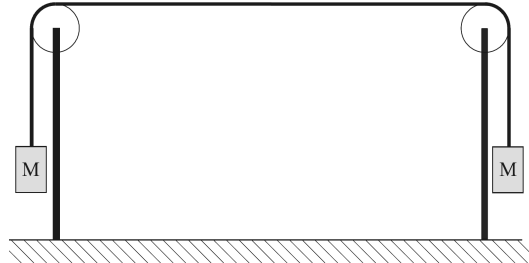
**Figure 1 : déformation du câble**

- A.1** Quelle est la masse, en fonction de  $dx$  notamment, du petit morceau de câble GD ? Sans calcul, décrire le mouvement de ce petit morceau.
- A.2** En projetant le principe fondamental de la dynamique (ou seconde loi de Newton) selon  $x$  et  $y$ , et en supposant que la déformation est petite (l'angle  $\alpha(x,t)$  est très petit devant 1 radian), montrer que :  $\|\vec{T}(x,t)\| = \|\vec{T}(x+dx,t)\| = T_0$  et  $\mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T_0 \frac{\partial \alpha(x,t)}{\partial x}$
- A.3** En déduire que  $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0$ . On précisera l'expression de  $v$ . Que représente physiquement cette grandeur ? Montrer que l'expression est dimensionnellement correcte.

## Tension d'une caténaire

Dans cette partie, le câble est au repos. Il s'agit d'étudier la manière dont on le tend.

- A.4** Schématiquement, la caténaire est tendue entre deux poteaux par un ensemble de poids en béton identiques (chacun de masse  $M$ ) comme indiqué par la figure 2. Le câble est de masse négligeable devant les masses  $M$  et il est inextensible. Les poulies sont de masse négligeable et peuvent tourner sans frottement autour de leurs axes.



**Figure 2 : schéma de principe de la tension d'une caténaire**

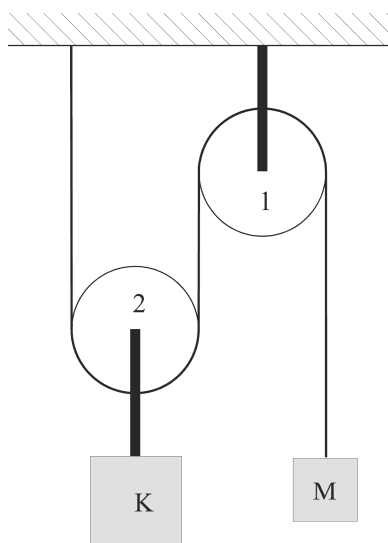
Exprimer simplement la tension  $T_0$  de la caténaire en fonction de  $M$  et de l'accélération de la pesanteur  $g$ .

En pratique, la tension est assez élevée : il faudrait des masses de béton élevées, ce qui coûte cher et est très encombrant. Il faut donc utiliser un système de « démultiplication des forces » à l'aide de poulies.

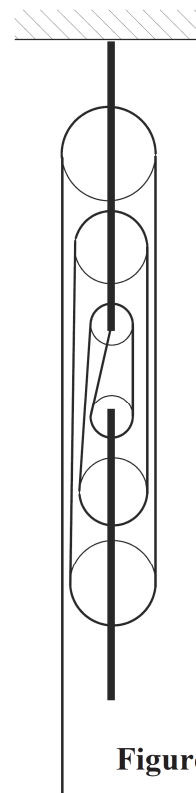
- A.5** On considère le dispositif de la figure 3. Les deux poulies sont de masse négligeable et tournent sans frottement autour de leurs axes. La poulie n°1 est accrochée au support horizontal grâce à une tige (en trait épais). La masse d'épreuve  $K$  est solidaire de la poulie n°2 par l'intermédiaire d'une tige de masse négligeable (en trait épais). La masse  $M$  est soutenue par un fil de masse négligeable, s'enroulant autour des deux poulies. Le système est à l'équilibre.

Calculer  $K$  en fonction de  $M$  pour qu'il en soit ainsi.

Définir le « facteur de démultiplication » dans ce cas et donner sa valeur.



**Figure 3 : palan à deux poulies**



**Figure 4 : palan à six poulies**

- A.6** On considère maintenant le dispositif de la figure 4. Pour simplifier, on supposera que les brins de fil sont quasi verticaux (les angles par rapport à la verticale sont très petits). Calculer le facteur de démultiplication dans ce cas. On supposera que c'est ce type de palans qui est utilisé pour tendre la caténaire du TGV.

### Application à la caténaire du record de vitesse de 2007

Une caténaire de TGV est constituée d'un câble profilé de cuivre pur d'une section de 150 millimètres carrés, soutenu par un câble porteur en bronze. La densité du cuivre par rapport à l'eau est de 8,9. La tension du câble est de 2600 daN (decanewton). Le pantographe (dispositif situé au dessus de la locomotive) balaie la caténaire de façon à capter l'énergie électrique : il soulève la caténaire afin de créer un bon contact électrique. La caténaire adopte la forme d'un V renversé dont la pointe est soutenue par le pantographe. Lorsque le train se déplace, le V renversé se déforme et des ondulations sont transmises dans la caténaire. Cette dernière se soulève alors jusqu'à plus de 30 centimètres. Les ingénieurs estiment que le TGV ne doit pas dépasser 97 % de la vitesse de propagation des ondes, pendant un court laps de temps, pour qu'il n'y ait pas de problèmes d'avarie.

- A.7** Calculer la valeur numérique de la masse linéique de la caténaire ainsi que la célérité des ondes transverses le long de la caténaire.
- A.8** Proposer deux solutions pratiques pour « repousser le mur de la caténaire ». Quelle est la plus simple à mettre en œuvre ?
- A.9** Pour réaliser le record de 2007, avec quelle tension minimale doit-on tendre la caténaire (tout du moins au niveau des endroits où le record aura lieu) ? Sachant que la caténaire est tendue par des palans à six poulies, quelle masse de béton a dû être rajoutée à l'extrémité de chaque palan ? Pour l'application numérique on prendra pour simplifier  $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

### Partie D – Effet Doppler

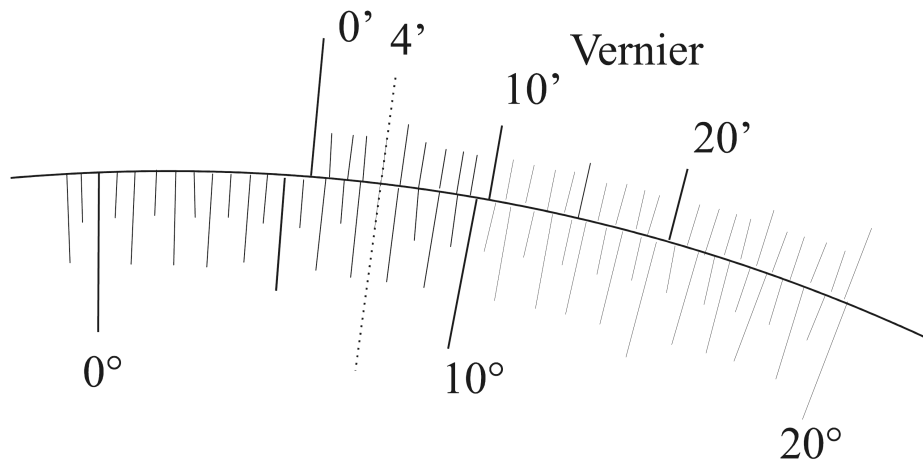
Un réseau plan par transmission est formé de traits fins parallèles séparés d'une distance  $a$ . Le faisceau lumineux incident a une direction fixe et fait l'angle variable  $\theta_0$  avec la normale au réseau. Le réseau peut tourner autour d'un axe parallèle aux traits.

#### Questions expérimentales

- D.1** A partir d'une source lumineuse utilisée en TP (lampe à sodium par exemple), comment peut-on obtenir un faisceau de lumière parallèle ? On fera un schéma.
- D.2** Comment s'appelle le dispositif expérimental sur lequel on pose le réseau et permettant de mesurer des angles avec une grande précision ?
- D.3** Au travers de quel instrument d'optique peut-on observer directement le faisceau de lumière diffracté par le réseau ? On donnera un schéma de principe de cet instrument d'optique en précisant bien la disposition des lentilles entre elles. Tracer aussi la marche d'un rayon quelconque frappant la face d'entrée de la première lentille. On supposera les conditions de Gauss vérifiées.
- D.4** Le grossissement angulaire de l'instrument d'optique utilisé dans la question précédente est défini par  $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$  où  $\alpha$  est l'angle sous lequel on observe à l'œil nu les rayons diffractés et  $\alpha'$  l'angle sous lequel on observe les rayons après traversée de l'instrument. Exprimer ce grossissement en fonction des distances focales des lentilles utilisées. On supposera les conditions de Gauss toujours vérifiées.

**D.5** La mesure des angles sur le dispositif de **D.2** s'effectue avec un vernier angulaire précis à la minute. On rappelle que 1 minute (notation : 1') correspond à  $1/60^\circ$ . La figure 10 présente une situation de mesure d'angle avec un vernier. Donner la mesure de l'angle à la minute près.

**Figure 10 : vernier angulaire, la coïncidence des graduations est indiquée sur la valeur 4'**



### Diffraction par un réseau en transmission

**D.6** On appelle  $\theta_k$  l'angle correspondant au maximum principal d'ordre  $k$  pour la longueur d'onde dans le vide  $\lambda$ . Etablir la relation entre  $\theta_0$ ,  $\theta_k$ ,  $k$ ,  $\lambda$  et  $a$ . On justifiera ce résultat en s'appuyant sur un schéma clair précisant les différents chemins optiques.

**D.7** On appelle  $D_k$  la déviation entre le rayon émergent et le rayon incident. Exprimer  $D_k$  en fonction de  $\theta_0$  et  $\theta_k$ .

### Effet Doppler en astrophysique : le décalage vers le rouge « red-shift »

Lorsqu'une source lumineuse est en mouvement par rapport à un observateur, il y a alors une variation de la longueur d'onde perçue par l'observateur. Le décalage est appelé effet Doppler. On appelle  $\lambda_e$  la longueur d'onde émise et  $\lambda_r$  la longueur d'onde reçue sur Terre. Si  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide et  $v$  est la vitesse radiale d'éloignement de la source par rapport à la Terre,

on montre que :  $\lambda_r = \lambda_e \frac{1+v/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ . On donne  $c = 299792458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

**D.8** On pose  $\delta = \frac{\lambda_r - \lambda_e}{\lambda_e}$ . Cette quantité représente l'écart relatif en longueur d'onde. Dans le cas

où  $v \ll c$ , exprimer au premier ordre en  $\frac{v}{c}$  la quantité  $\delta$ .

**D.9** Une lampe à hydrogène émet, dans le visible, les radiations de longueurs d'onde dans le vide données en nanomètres dans le tableau ci-dessous :

Radiation	$H_\alpha$	$H_\beta$	$H_\gamma$	$H_\delta$
$\lambda$ (nm)	656,3	486,1	434,0	410,2

A quelles couleurs correspondent ces différentes radiations ?

**D.10** On s'intéresse à une nébuleuse formée principalement d'atomes d'hydrogène. Combien de traits du réseau doivent être éclairés pour pouvoir détecter un écart  $\lambda_r - \lambda_e = 10^{-2} \text{ nm}$  dans l'ordre 1 pour la radiation  $H_\beta$  ? A quelle vitesse se déplace cette nébuleuse par rapport à nous ? On rappelle la formule du pouvoir de résolution d'un réseau dans l'ordre  $k$  :  $\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = k \cdot N$  où  $N$  est le nombre de traits éclairés.

## Problème B

### Autour de la maison

#### Partie I – Optimisation thermique d’une pièce

##### Données

Surface au sol :  $80 \text{ m}^2$  ; largeur :  $10,0 \text{ m}$  ; longueur :  $8,0 \text{ m}$  ; hauteur sous plafond :  $3,0 \text{ m}$

Tous les murs donnent sur l’extérieur

Température intérieure :  $T_0 = 20,0 \text{ }^\circ\text{C}$ , supposée uniforme

Température extérieure :  $T_1 = 5,0 \text{ }^\circ\text{C}$ , supposée uniforme

Surface vitrée : deux baies vitrées de  $6,0 \text{ m}^2$  chacune

Épaisseur de vitre :  $e = 4,0 \text{ mm}$

Conductivités thermiques (en  $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ) :

$$\lambda_v = 1,0; \quad \lambda_{air} = \frac{1}{3} 10^{-1} \approx 0,033; \quad \lambda_{ar} = 0,020 = \frac{1}{5} 10^{-1}$$

Capacité thermique de la pièce :  $C = 3,0 \cdot 10^5 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

Puissance développée par la pompe à chaleur :  $P = 300 \text{ W}$

##### I.1. Intérêt d’un double vitrage

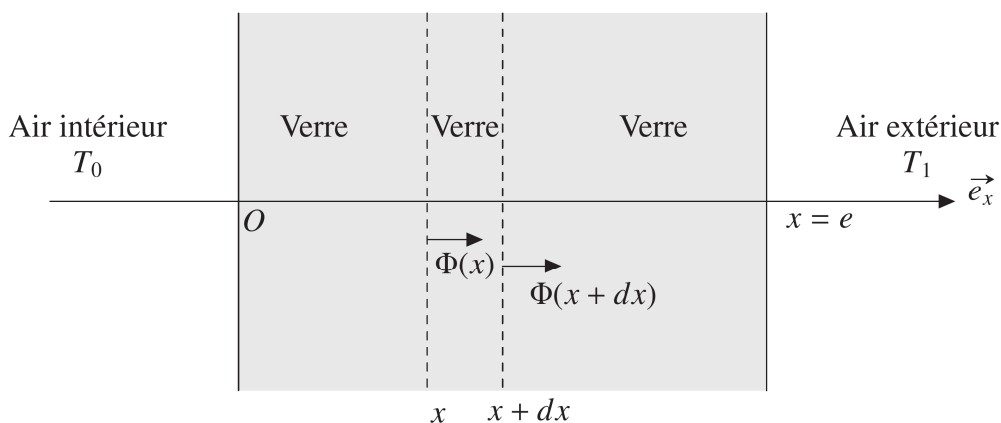
Parmi les différents éléments constitutifs d’une habitation, les fenêtres jouent un rôle important dans le comportement thermique de l’habitation.

On cherche ici à montrer l’intérêt d’utiliser un double vitrage en commençant par étudier l’effet d’un simple vitrage.

On s’intéresse d’abord à un simple vitrage. On considère une paroi vitrée de surface  $S$ , d’épaisseur  $e$ , homogène, de conductivité thermique  $\lambda_v$ , constante et uniforme dans la paroi (voir **figure 1**).

On ne tient compte que des transferts thermiques par conduction. On considère la conduction comme unidimensionnelle selon  $\vec{e}_x$  et en régime stationnaire. Ainsi, les grandeurs ne dépendent que de  $x$ .

On note  $\Phi(x)$  le flux thermique à travers une surface  $S$  constante et  $j_{th}(x)$  la densité surfacique de flux thermique.



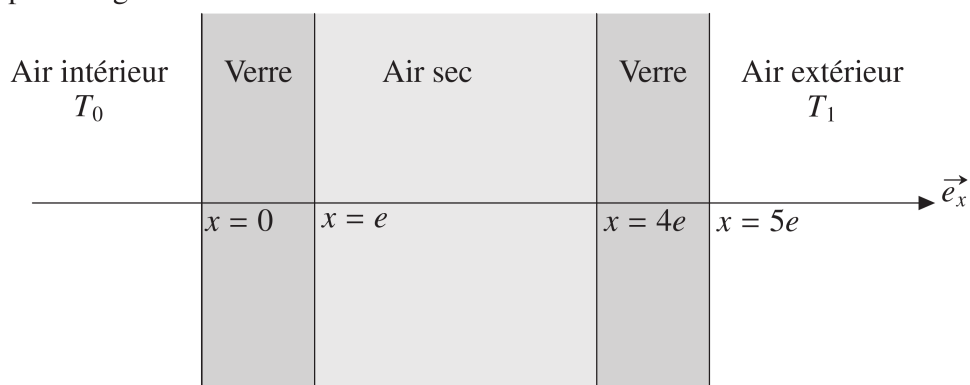
**Figure 1** – Simple vitrage

- Q1.** Rappeler la loi de Fourier tridimensionnelle, qui régit le transfert thermique par conduction, ainsi que sa simplification dans le cas unidimensionnel selon  $\vec{e}_x$ .
- Q2.** Donner la relation entre  $\Phi(x)$  et  $j_{th}(x)$ .  
Donner l’unité dans le Système International de  $\Phi(x)$ .

- Q3.** On rappelle que l'on se place en régime stationnaire. Justifier que le flux thermique est alors le même à travers toutes les sections de la paroi.
- Q4.** En déduire que la température varie suivant une fonction affine de la position  $x$  à travers la paroi vitrée.
- Q5.** Déterminer cette fonction affine en fonction de  $T_0$ , température à l'intérieur de la pièce et de  $T_1$ , température à l'extérieur de la pièce.
- Q6.** Tracer l'allure de la courbe représentative de  $T(x)$  pour  $x \in [-e, 2e]$ .

Dans le cas présent, on peut définir la résistance thermique  $R_{th}$  d'une paroi de surface  $S$  (exemple : vitre, mur, ...) par la relation  $R_{th} = \frac{\Delta T}{\Phi}$ , avec  $\Delta T$  la différence de température entre les deux extrémités de la paroi et  $\Phi$  le flux thermique à travers la surface  $S$  de la paroi.

- Q7.**  $R_{th}$  étant définie positivement, donner l'expression de  $R_{th}$  pour la paroi vitrée de surface  $S$  en fonction de  $e$ ,  $\lambda_v$  et  $S$ .
- Q8.** Faire l'application numérique avec les valeurs proposées dans les données pour une baie vitrée en simple vitrage.



**Figure 2 – Double vitrage**

On considère désormais une baie vitrée de même surface mais en double vitrage. Elle est composée de deux parois vitrées identiques de surface  $S$ , d'épaisseur  $e$ , homogènes, de conductivité thermique  $\lambda_v$ , séparées par une couche d'air sec homogène, de surface  $S$ , d'épaisseur  $3e$  et de conductivité thermique  $\lambda_{air}$  (voir **figure 2**).

On considère à nouveau qu'il n'y a que des transferts thermiques par conduction, sans mouvement fluide dans la couche d'air sec.

Comme en **Q3**, le flux, noté ici  $\Phi'$ , est le même à travers toutes les sections de la paroi entre  $x = 0$  et  $x = 5e$ .

On note  $R_{tot}$  la résistance thermique totale de la paroi.

**Q9.** Quelle analogie peut-on faire avec les résistances électriques ?

**Q10.** Exprimer  $R_{tot}$  pour la paroi double vitrage en fonction de  $S$ ,  $e$ ,  $\lambda_{air}$  et  $\lambda_v$ .

**Q11.** Calculer numériquement  $R_{tot}$  pour une baie vitrée en double vitrage. Commenter.

Afin d'améliorer l'isolation thermique, il existe des fenêtres double vitrage à lame d'argon, de conductivité thermique  $\lambda_{ar}$ .

[Questions de chimie **Q12** à **Q15** supprimées.]

**Q16.** Calculer numériquement la résistance thermique  $R_{tot}$  pour une baie vitrée double vitrage à lame d'argon.

**Q17.** Comparer les résistances thermiques des trois types de parois vitrées évoqués dans ce sujet. Commenter.

## I.2. Utilisation d'une pompe à chaleur

Un autre point important dans une maison est la qualité des appareils de chauffage. On s'intéresse ici à l'étude du fonctionnement d'une pompe à chaleur et de son efficacité.

L'intérieur de la maison est chauffé grâce à une pompe à chaleur cyclique ditherme, ce qui permet notamment de compenser les pertes thermiques de la maison.

L'intérieur de la maison tient lieu de source chaude à la température  $T_0$  et l'extérieur de la maison tient lieu de source froide à la température  $T_1$ .

Le système considéré est alors le fluide caloporteur contenu dans la pompe à chaleur. Les transformations qu'il subit sont supposées réversibles.

On suppose pour le moment qu'il n'y a aucune perte thermique entre la maison et l'extérieur.

**Q18.** Faire un schéma de principe de la pompe à chaleur en représentant le système fluide, la source chaude, la source froide, le travail  $W$  fourni au fluide par le moteur de la pompe à chaleur et les transferts thermiques  $Q_C$  et  $Q_F$ , reçus algébriquement par le fluide de la part, respectivement, de la source chaude et de la source froide. On précisera le signe de ces transferts algébriques.

**Q19.** L'efficacité  $\varepsilon$  d'une pompe à chaleur est donnée par le rapport  $\varepsilon = \frac{-Q_C}{W}$ . Justifier cette expression.

**Q20.** En appliquant les deux principes de la thermodynamique au fluide, exprimer l'efficacité de la pompe à chaleur en fonction de  $T_0$  et  $T_1$ . Calculer numériquement  $\varepsilon$ .

Le système pris en compte maintenant est l'air contenu à l'intérieur de la maison. On ne considère comme échanges d'énergie que le transfert thermique  $Q_C$  apporté par la pompe à chaleur et le transfert thermique  $Q'$  dû aux déperditions d'énergies.

On ne considère plus le régime comme stationnaire. On cherche ici à évaluer les pertes thermiques.

On note  $\delta Q' = -aC(T-T_1)dt$  le transfert thermique algébrique et élémentaire avec l'extérieur pendant  $dt$ , avec  $C$  la capacité thermique de la pièce et  $a$  une constante positive. La température de la pièce étant initialement  $T_0$ , la pompe est arrêtée. La pièce se refroidit et la température tombe à  $T_f = 15^\circ\text{C}$  au bout de 3 heures.

**Q21.** Commenter le signe de  $\delta Q'$ . Qui reçoit effectivement ce transfert thermique ?

**Q22.** Déterminer l'unité de  $a$ .

**Q23.** En faisant un bilan énergétique sur l'intérieur de la maison, la pompe à chaleur étant éteinte, montrer qu'on obtient une équation différentielle du premier ordre sur la température de la forme

$$\frac{dT(t)}{dt} + aT(t) = B \quad (1)$$

avec  $B$  une constante à déterminer.

**Q24.** Résoudre cette équation pour exprimer l'évolution de  $T(t)$ .

**Q25.** En déduire l'expression de  $a$ . Faire l'application numérique.

Pour la suite, on prendra  $a = 10^{-3}$  USI.

Une fois la température  $T_f$  atteinte, on met de nouveau en marche la pompe à chaleur.

**Q26.** Donner la relation liant la puissance  $P$  développée par le moteur de la pompe au travail  $\delta W$  fourni par celui-ci pendant une durée  $dt$ .

**Q27.** Déterminer la nouvelle équation différentielle portant sur  $T(t)$ .  
On ne cherchera pas à résoudre cette équation différentielle.

## Partie II – Autres équipements de la maison

### II.3. L'internet par ADSL

De plus en plus de logements sont équipés de l'internet par ADSL. Pour pouvoir simultanément téléphoner et rester connecté à internet, il faut équiper les prises téléphoniques d'un filtre ADSL.

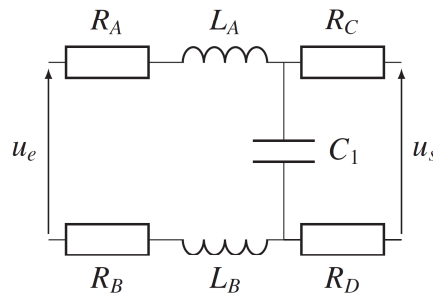
Dans le **document 7** (page 9) est présentée la fiche technique d'un filtre ADSL classique de type « gigogne ».

La partie de filtre qui nous intéresse est comprise entre les branches 1 et 3 (voir schéma de la fiche technique).



Les bobines peuvent s'associer en série ou en parallèle sur le même principe que des résistances. On a représenté sur la **figure 5** une version simplifiée du filtre qui nous intéresse.

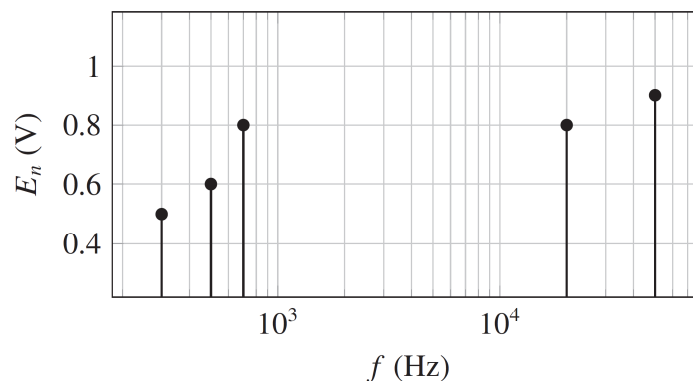
- Q55.** À l'aide de la fiche technique du **document 7** (page 9), donner les valeurs numériques des différents composants présents dans le schéma simplifié de la **figure 5**.
- Q56.** Par une étude basses et hautes fréquences du schéma simplifié, déterminer le comportement de ce filtre à vide et en déduire le type du filtre.  
Ce comportement est-il modifié si le filtre est en charge sur une résistance de  $600\ \Omega$ , qui est la résistance d'un téléphone ?
- Q57.** Cela est-il en accord avec le diagramme de Bode proposé dans la fiche technique présentée dans le **document 7** (page 9) ? On observera avec attention la grandeur placée en ordonnée.
- Q58.** Déterminer graphiquement la fréquence de coupure à 3 dB de ce filtre.



**Figure 5** – Schéma simplifié du filtre

Le signal d'entrée est composé de fréquences correspondant à des sons audibles auxquelles sont superposées des fréquences élevées correspondant au signal ADSL, comme représenté de manière simplifiée sur la **figure 6**.

Le téléphone (résistance de  $600\ \Omega$ ) branché en sortie de ce filtre ne doit récupérer que le signal correspondant aux sons audibles.

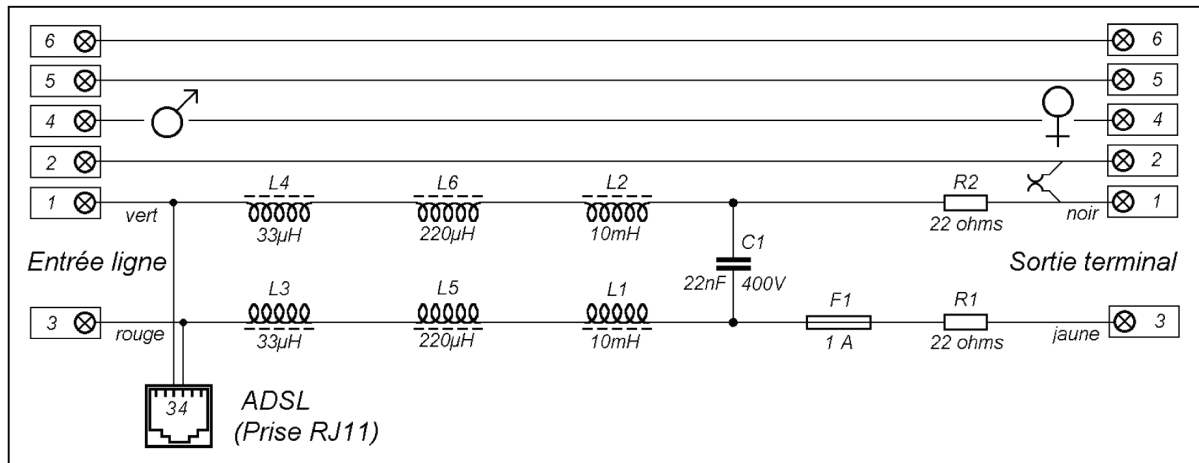


**Figure 6** – Représentation spectrale d'un signal d'entrée en échelle semilog, avec  $E_n$  l'amplitude spectrale de la composante de fréquence  $f$  du signal d'entrée



- Q59.** Que peut-on dire du choix de la fréquence de coupure de ce filtre ? Justifier.
- Q60.** Donner l'allure de la représentation spectrale du signal obtenu en sortie du filtre ADSL.  
On ne s'attachera pas ici à faire le calcul des amplitudes de chaque harmonique.
- Q61.** On cherche à recréer ce type de filtre uniquement avec une résistance  $R$  et un condensateur  $C = 1 \text{ nF}$ . Proposer un montage correspondant en précisant les tensions en entrée et en sortie.  
On le justifiera par une étude basses et hautes fréquences.  
Proposer une valeur numérique vraisemblable pour la résistance, compte tenu de la valeur du condensateur.
- Q62.** En quoi le filtre proposé dans le **document 7** est-il meilleur que ce simple filtre RC ?

**Document 7 - Fiche Technique FILTRE Z-200FR (prises gigognes)**



**Figure 7** – Schéma technique du cablage électrique.

**Description des composants**

**L1, L2 :** enroulements réalisés sur des bobinettes de ferrite dont les plus grandes dimensions sont  $d = 8 \text{ mm}$  et  $l = 10 \text{ mm}$ .

Résistance :  $21 \Omega$ ; Nombre de spires : 500 environ.

**L5, L6 :** enroulements réalisés sur des bobinettes de ferrite dont les plus grandes dimensions sont  $d = 4,5 \text{ mm}$  et  $l = 5,5 \text{ mm}$ .

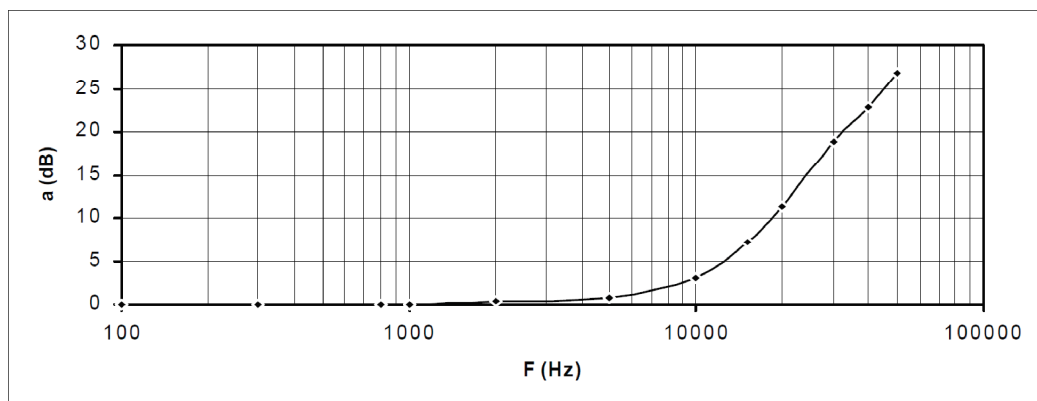
Résistance :  $2 \Omega$ ; Nombre de spires : 110 environ.

**L3, L4 :** enroulements de 15 ou 16 spires sur de minuscules tores de ferrite dont le plus grand diamètre n'atteint pas  $5 \text{ mm}$ .

Résistance : négligeable.

**Réponse en fréquence**

L'affaiblissement d'insertion mesuré, soit l'opposé du gain, entre un générateur d'impédance de  $600 \text{ ohms}$  et une résistance de charge de  $600 \text{ ohms}$ , en l'absence de courant continu est donné sur la **figure 8**.



**Figure 8** – Diagramme de Bode représentant l'affaiblissement d'insertion mesuré