

**Corrigé du devoir test de physique n° 6**

▣ **Problème 1** (E3A PSI 2020)

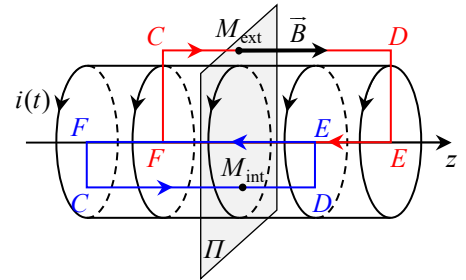
A1. Équation de Maxwell–Thomson (ou Maxwell–flux) :  $\text{div } \vec{B} = 0$ . Équation de Maxwell–Ampère :  $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ .

Dans l'ARQS magnétique, on néglige le dernier terme :  $\text{rot } \vec{B} \approx \mu_0 \vec{j}$ .

A2. On écrit la circulation de  $\vec{B}$  le long d'un contour fermé  $\Gamma$  (délimitant une surface  $S_\Gamma$ ), et on la transforme à l'aide du théorème de Stokes :  $\oint_\Gamma \vec{B} \cdot d\vec{OM} = \iint_{S_\Gamma} \text{rot } \vec{B} \cdot \vec{n} ds = \mu_0 \iint_{S_\Gamma} \vec{j} \cdot \vec{n} ds$  soit  $\oint_\Gamma \vec{B} \cdot d\vec{OM} = \mu_0 I_{\text{enlacée}}$ .

A3. Il faut que la longueur du solénoïde soit grande devant son rayon ( $\ell \gg a$ ), et que le point  $M$  considéré ne soit pas trop proche d'une extrémité du solénoïde.

A4. Pour  $M$  quelconque de l'espace, le plan  $\Pi$  contenant  $M$  et orthogonal à  $(Oz)$  est un plan de symétrie pour les courants donc d'antisymétrie pour le champ, donc  $\vec{B}(M) \perp \Pi$  soit  $\vec{B}(M) = B_z \vec{u}_z$ . De plus il y a invariance par rotation autour de  $(Oz)$ , donc  $B_z$  est indépendante de  $\theta$ ; et invariance par translation selon  $(Oz)$ , donc  $B_z$  est indépendante de  $z$ . Il reste donc finalement  $\vec{B}(M) = B_z(r) \vec{u}_z$ .



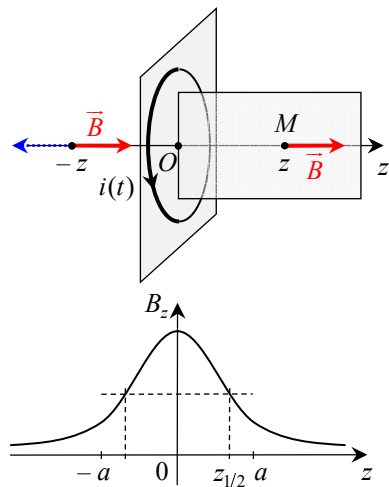
A5. Pour un point  $M$  à l'intérieur ( $r < R$ ), appliquons le théorème d'Ampère à un rectangle  $CDEF$  dans le plan  $(OMz)$  [en bleu en bas du schéma], parcouru dans le sens trigonométrique, avec le côté  $EF$  de longueur  $a$  sur l'axe :

$$\oint_\Gamma \vec{B} \cdot d\vec{OM} = \int_C^D B_z(r) \vec{u}_z \cdot dz \vec{u}_z + \int_D^E B_z(r') \vec{u}_z \cdot dr' \vec{u}_r + \int_E^F B_z(0) \vec{u}_z \cdot dz \vec{u}_z + \int_F^C B_z(r') \vec{u}_z \cdot dr' \vec{u}_r = +B_z(r)a + 0 - B_z(0)a + 0.$$

Or dans ce cas,  $I_{\text{enlacée}} = 0$  donc  $B_z(r) = B_z(0)$  : le champ à la distance  $r$  est le même que sur l'axe, il est donc uniforme à l'intérieur.

Pour  $M$  à l'extérieur ( $r > R$ ), on choisit de même un contour  $CDEF$  [en rouge en haut du schéma], et cette fois  $I_{\text{enlacée}} = -nai(t)$  (sens contraire à celui de la normale au rectangle) avec  $n = N/\ell$ , donc  $B_z(r) = B_z(0) - \mu_0 n i(t)$ . Or on suppose que le champ est nul à l'extérieur :  $B_z(r) = 0$  donc  $B_z(0) = \mu_0 n i(t)$ . Finalement, pour tout point  $M$  à l'intérieur :

$$\vec{B}(M) = \mu_0 \frac{N}{\ell} i(t) \vec{u}_z.$$



A6. Pour  $M$  sur l'axe  $(Oz)$ , tous les plans contenant  $(Oz)$ , donc  $M$ , sont des plans d'antisymétrie pour les courants donc de symétrie pour le champ :  $\vec{B}(M)$  est parallèle à tous ces plans, donc à l'axe  $(Oz)$ , soit  $\vec{B}(M) = B_z \vec{u}_z$ .

A7. Le plan  $z = 0$ , ou  $(Oxy)$ , contient toutes les spires donc c'est un plan de symétrie pour les courants, et d'antisymétrie pour le champ. Alors pour deux points symétriques par rapport à ce plan, d'abscisses  $z$  et  $-z$ ,  $\vec{B}(-z)$  est l'opposé du symétrique de  $\vec{B}(z)$ , donc identique :

$$B_z(-z) = B_z(z) \text{ (la fonction est paire).}$$

A8. La fonction  $B_z$  est positive et tend vers 0 en  $\pm\infty$ .

Elle est maximale en 0 :  $B_{z,\text{max}} = B_z(0) = \frac{\mu_0 N i(t)}{2a}$ .  $B_z(z_{1/2}) = \frac{B_{z,\text{max}}}{2} = \frac{\mu_0 N i(t)}{4a}$  équivaut à

$$2(z_{1/2}^2 + a^2)^{3/2} = 4a^3, \text{ d'où } z_{1/2} = a\sqrt{2^{2/3} - 1} \approx 0,77a.$$

A9. Sur les deux cartes, on observe que le plan coupant la figure verticalement est un plan de symétrie pour les lignes de champ, qui sont toutes orientées dans le même sens : il s'agit en effet d'un plan contenant l'axe  $(Oz)$ , plan d'antisymétrie des courants.

Inversement, le plan coupant la figure horizontalement, c'est-à-dire  $(Oxy)$ , est un plan d'antisymétrie pour les lignes de champ (une symétrie par rapport à ce plan inverse les sens des lignes de champ), et un plan de symétrie pour les courants (parallèles à ce plan).

A10. Le resserrement des lignes de champ caractérise la zone de champ le plus intense ; et le fait qu'elles soient parallèles indique un champ uniforme. Ces deux propriétés sont dues à la conservativité du flux du champ magnétique, liée à l'équation de Maxwell–flux.

B1. La puissance reçue par la bobine est  $P_{\text{reçue}} = u i = (u_{R_1} + u_{L_1}) i$  soit  $P_{\text{reçue}} = R_1 i^2 + L_1 \frac{di}{dt}$ . Moyenne temporelle :

$$\langle P_{\text{reçue}} \rangle = R_1 I_0^2 \langle \cos^2(\omega t) \rangle - \omega L_1 I_0^2 \langle \sin(\omega t) \cos(\omega t) \rangle \text{ soit } \langle P_{\text{reçue}} \rangle = \frac{1}{2} R_1 I_0^2.$$

B2.  $\Phi = \iint_{\text{bobine}} \vec{B} \cdot \vec{n} ds = N_2 \iint_{\text{spire}} \vec{B} \cdot \vec{n} ds = N_2 \frac{\mu_0 N_1 i(t) a^2}{2(d^2 + a^2)^{3/2}} \iint_S \vec{u}_z \cdot \vec{u}_z ds$  soit  $\Phi = \frac{\pi \mu_0 N_1 N_2 i(t) a^2 b^2}{2(d^2 + a^2)^{3/2}}$ .

B3. Il s'agit du phénomène d'induction électromagnétique, décrit par l'équation de Maxwell–Faraday :  $\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ .

B4. On utilise la loi de Faraday :  $e(t) = -\frac{d\Phi}{dt}$  soit ici  $e(t) = \frac{\pi \mu_0 N_1 N_2 a^2 b^2}{2(d^2 + a^2)^{3/2}} \omega I_0 \sin(\omega t)$ .

**B5.** La bobine 2 est parcourue par un courant d'intensité  $i_2$  telle que  $e(t) = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} \approx R_2 i_2$ . Donc  $P_{\text{gén}} = e(t) i_2 = \frac{e(t)^2}{R_2}$  soit

$$P_{\text{gén}} = \left( \frac{\pi \mu_0 N_1 N_2 a^2 b^2 \omega I_0}{2(d^2 + a^2)^{3/2}} \right)^2 \frac{\sin^2(\omega t)}{R_2}. \text{ La moyenne du sinus carré vaut } \frac{1}{2} \text{ donc } \langle P_{\text{gén}} \rangle = \frac{1}{2 R_2} \left( \frac{\pi \mu_0 N_1 N_2 a^2 b^2 \omega I_0}{2(d^2 + a^2)^{3/2}} \right)^2$$

**B6.**  $\eta = \frac{\langle P_{\text{gén}} \rangle}{\langle P_{\text{reçue}} \rangle} = \frac{1}{2 R_2} \left( \frac{\pi \mu_0 N_1 N_2 a^2 b^2 \omega I_0}{2(d^2 + a^2)^{3/2}} \right)^2 \frac{2}{R_1 I_0^2}$  soit  $\eta = \frac{\langle P_{\text{gén}} \rangle}{\langle P_{\text{reçue}} \rangle} = \frac{\pi^2 \mu_0^2 N_1^2 N_2^2 a^4 b^4 \omega^2}{4 R_1 R_2 (d^2 + a^2)^3}$ , ce qui correspond à  $k = \frac{\pi^2}{4}$ .

**C1.** Le flux du champ créé par la bobine 1 à travers la bobine 2 s'écrit :  $\Phi_{1 \rightarrow 2} = M i_1$ , et inversement  $\Phi_{2 \rightarrow 1} = M i_2$ .  $M$  est une inductance, comme  $L$ , et s'exprime en henrys.

**C2.** Circuit 1 :  $L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} + R_1 i_1 = E$ . Circuit 2 :  $L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} + R_2 i_2 = 0$ .

**C3.** On multiplie la première par  $i_1$  et la seconde par  $i_2$  :  $E i_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} i_1 + M \frac{di_2}{dt} i_1 + R_1 i_1^2$  et  $L_2 \frac{di_2}{dt} i_2 + M \frac{di_1}{dt} i_2 + R_2 i_2^2 = 0$ . Puis on additionne membre à membre :  $E i_1 = R_1 i_1^2 + R_2 i_2^2 + L_1 \frac{di_1}{dt} i_1 + L_2 \frac{di_2}{dt} i_2 + M \left( \frac{di_2}{dt} i_1 + \frac{di_1}{dt} i_2 \right)$  soit  $E i_1 = R_1 i_1^2 + R_2 i_2^2 + \frac{d\epsilon_{\text{mag}}}{dt}$  en posant

$\epsilon_{\text{mag}} = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2$ . La puissance instantanée fournie par le générateur ( $E i_1$ ) est d'une part dissipée par les résistances ( $R_1 i_1^2 + R_2 i_2^2$ ), d'autre part elle fait varier le stock d'énergie  $\epsilon_{\text{mag}}$  emmagasinée dans les bobines.

**C4.**  $\epsilon_{\text{mag}} = \frac{1}{2} L_1 \frac{i_1^2}{i_2^2} i_2^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M \frac{i_1}{i_2} i_2^2 = \frac{1}{2} i_2^2 \left( L_1 \frac{i_1^2}{i_2^2} + L_2 + 2M \frac{i_1}{i_2} \right)$  soit  $\epsilon_{\text{mag}} = \frac{1}{2} i_2^2 P(x)$  avec  $P(x) = L_1 x^2 + 2M x + L_2$ .

**C5.** Si  $\epsilon_{\text{mag}}$  est toujours positive,  $P(x)$  ne s'annule jamais pour changer de signe :  $\Delta = 4M^2 - 4L_1 L_2 \leq 0$ , soit  $M \leq \sqrt{L_1 L_2} = M_{\text{max}}$ .

**C6.** Dans un transformateur de tension, utilisé dans les réseaux de distribution électrique, l'induction permet d'élever ou d'abaisser l'amplitude d'une tension sinusoïdale. Dans les systèmes de paiement ou d'identification sans contact, l'induction dans une bobine réceptrice (puce RFID) crée un champ qui est détecté par l'antenne émettrice/réceptrice. Le fonctionnement d'un détecteur (de véhicule, de métaux...) à boucle inductive est analogue, mais le « circuit » récepteur est dans ce cas une masse métallique. Dans un dispositif de chauffage par induction, le récepteur est également une masse métallique, dans laquelle l'effet recherché est l'effet Joule.

**D1.** On lit  $\eta_{\text{max}} = 0,074 \pm 0,003$  pour la fréquence  $f_{\text{max}} = 15 \pm 1$  kHz.

**D2.** D'après la loi de Yates, le rendement doit augmenter avec la fréquence (de façon quadratique). Expérimentalement, cet effet est correctement vérifié en basses fréquences (jusqu'à  $f_{\text{max}}$ , quoique ce soit plutôt linéaire), mais n'est plus vérifié en hautes fréquences.

**D3.** Formule classique :  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ .

**D4.** On suppose  $\omega_0 = 2\pi f_{\text{max}} = \frac{1}{\sqrt{LC_p}}$  d'où  $C_p = \frac{1}{4\pi^2 L f_{\text{max}}^2}$ . An  $C_p = 0,13 \mu\text{F}$  (valeur de capacité moyenne usuelle).

**D5.** D'après les cartes de lignes de champ, quand la bobine 2 s'écarte latéralement par rapport à l'axe de la bobine 1, les lignes de champ qui la traversent sont de plus en plus inclinées par rapport à son axe, donc le flux diminue (car  $\vec{u}_z \cdot \vec{n}$  diminue), et le rendement aussi. Cet effet est d'autant plus grand que la distance est plus faible : à plus grande distance, les lignes de champ tournent moins.

**D6.** Comme les lignes de champ tournent, même lorsque la bobine 2 est inclinée il y a toujours des lignes de champ qui la traversent à angle droit, donc le flux reste sensiblement le même.

### □ Problème 2 (E3A PC 2018)

**A1.** Équation d'Euler :  $\mu \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} \right) = -\text{grad} P + \mu \vec{g}$  soit ici  $(\mu_0 + \rho) \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} \right) = -\text{grad}(P_0 + p) + (\mu_0 + \rho) \vec{g}$ . Or la pesanteur est ici négligée (dernier terme), ce qui veut dire aussi la pression statique  $P_0$  est uniforme (de même que la masse volumique statique  $\mu_0$ ), donc  $\text{grad} P_0 = \vec{0}$ . De plus les termes  $\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$  et  $\mu_0 (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v}$  sont des infiniment petits d'ordre 2, et

$\rho (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v}$  un infiniment petit d'ordre 3, donc on les néglige. Il reste :  $\mu_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\text{grad} p$ . Projection sur  $\vec{u}_x$  :  $\mu_0 \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x}$  (E).

**A2.** Équation locale de conservation de la masse :  $\frac{\partial \mu}{\partial t} = -\text{div}[\mu \vec{v}]$  soit ici  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\text{div}[(\mu_0 + \rho) \vec{v}]$ . On néglige le terme  $\rho \vec{v}$ , infiniment petit d'ordre 2, et on peut sortir la constante  $\mu_0$  de la divergence, d'où  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\mu_0 \text{div} \vec{v}$ . Projection :  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\mu_0 \frac{\partial v}{\partial x}$  (M).

**A3.** Par définition :  $\chi_s = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_s = +\frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial \mu}{\partial P} \right)_s$ . Dans l'approximation acoustique :  $\chi_s \approx \frac{1}{\mu_0} \frac{\mu - \mu_0}{P - P_0} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\rho}{p}$  soit  $\rho = \chi_s \mu_0 p$  (T).

**A4.** On injecte (T) dans (M) :  $\chi_s \frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\partial v}{\partial x}$ . On la dérive par rapport à  $t$  :  $\chi_s \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2 v}{\partial t \partial x}$ . On dérive (E) par rapport à  $x$  :

$$\mu_0 \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial t} = -\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}. \text{ Or } \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial t} = \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial x} \text{ d'où finalement : } \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \mu_0 \chi_s \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0, \text{ soit } \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \text{ avec } c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \chi_s}}.$$

Dans le cas tridimensionnel, le premier terme se généralise sous forme du laplacien :  $\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$ .

A5. Pour un gaz parfait, dans une transformation isentropique :  $PV^\gamma = \text{cte}$  donc  $\frac{dP}{P} + \gamma \frac{dV}{V} = 0$  soit  $-\frac{1}{V} \frac{dV}{dP} = \frac{1}{\gamma P} = \chi_S$ . De plus

$$\mu_0 = \frac{m}{V} = \frac{nM}{V} = \frac{MP}{RT} \text{ selon l'équation d'état. Donc } c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}. \text{ AN } [c = 343 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}].$$

B1. Une onde plane est uniforme dans tout plan orthogonal à sa direction de propagation ; cette onde l'est, car elle dépend d'une seule variable spatiale ( $x$ ), elle est donc uniforme dans tout plan  $x = \text{cte}$ . Une onde progressive dépend d'une combinaison de variables de la forme  $t \pm \frac{x}{v}$  ; cette onde est bien progressive, car son expression contient  $\omega t - kx = \omega \left( t - \frac{k}{\omega} x \right)$ , où le signe  $-$  indique une

propagation dans le sens des  $x$  croissants si on suppose  $k > 0$ . Une onde harmonique est décrite par une fonction sinusoïdale du temps, ce qui est bien le cas ici, puisque l'onde réelle s'écrit  $p(x,t) = p_0 \cos(\omega t - kx)$ .

B2. On injecte l'expression de l'onde dans l'équation de D'Alembert :  $-k^2 p(x,t) + \frac{\omega^2}{c^2} p(x,t) = 0$  d'où  $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$  ou encore  $k = \frac{\omega}{c}$ .

On en déduit que la propagation est non dispersive, car la vitesse de phase est indépendante de  $\omega$  :  $v_\phi = \frac{\omega}{k} = c$ .

B3. D'après l'équation (E) :  $\mu_0 \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} = +jk p_0 \exp[j(\omega t - kx)]$ . On intègre par rapport à  $t$  :  $v(x,t) = \frac{k}{\mu_0 \omega} p_0 \exp[j(\omega t - kx)]$  soit

$$p(x,t) = Z v(x,t) \text{ en posant } Z = \frac{\mu_0 \omega}{k} = \mu_0 c \text{ soit } Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\chi_S}}. \text{ Il s'agit de l'impédance acoustique.}$$

B4. Pour un gaz parfait :  $Z = P_0 \sqrt{\frac{\gamma M}{RT}}$ . AN  $[c = 408 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}]$ .

B5. Une puissance est un produit force×vitesse, et une (sur)pression est une force surfacique, donc  $I$  est bien une puissance surfacique.

B6. Le gain en décibels est défini à partir d'un rapport de puissances. Or une puissance électrique est proportionnelle au carré de la tension : ainsi  $G_{\text{dB}} = 10 \log \left( \frac{P_s}{P_e} \right) = 10 \log \left( \frac{u_s^2}{u_e^2} \right) = 20 \log \left( \frac{u_s}{u_e} \right)$ .

B7.  $I_M = \langle p(x,t)v(x,t) \rangle = \langle Zv(x,t)^2 \rangle = Zv_0^2 \langle \cos^2(\omega t - kx) \rangle = \frac{1}{2} Zv_0^2 = \frac{1}{2} \frac{p_0^2}{Z}$  d'où  $p_0 = \sqrt{2ZI_M}$  et  $v_0 = \sqrt{\frac{2I_M}{Z}}$ . Un son intense peut avoir une intensité jusqu'à  $[I_{\text{dB}} = 120 \text{ dB}]$ . Alors  $[I_M = I_0 10^{I_{\text{dB}}/10} = 1,0 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}]$ , d'où  $[p_0 = 29 \text{ Pa}]$  et  $[v_0 = 70 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}]$ . On vérifie bien  $[p_0 \ll P_0]$  et  $[v_0 \ll c]$ , même dans ce cas.

C1. Le son créé par un instrument de musique est un signal périodique : toutes les fréquences de son spectre sont multiples d'une fréquence fondamentale, alors que le spectre d'un bruit peut comporter toutes les fréquences audibles. L'équation d'onde étant linéaire, les résultats obtenus pour une onde harmonique s'étendent au son d'un instrument par superposition.

C2a. Sur le premier graphe on évalue la période :  $[T = 2,3 \pm 0,1 \text{ ms}]$  d'où une fréquence  $[f = 430 \pm 20 \text{ Hz}]$ . Sur le graphe du spectre, la fréquence du signal correspond au premier pic (fondamental) ; pour un repérage plus précis, on peut évaluer l'harmonique 8 à  $8f = 3500 \pm 50 \text{ Hz}$ , d'où  $[f = 440 \pm 6 \text{ Hz}]$ . Ces valeurs sont en accord : leurs intervalles d'incertitude se recouvrent. (La fréquence 440 Hz est d'ailleurs celle de la de référence.)

C2b. Le spectre de l'harmonium est le plus éloigné de la forme sinusoïdale, il comporte de nombreuses variations sur des temps courts, donc de hautes fréquences : son spectre comporte donc beaucoup d'harmoniques, c'est le spectre 1. Le signal de la flûte à l'allure d'une superposition de deux sinusoïdes seulement, il a donc le spectre 2.

D1. Il s'agit de l'effet Larsen, qui est dû à une boucle de rétroaction positive : le son de la voix du chanteur entre dans le micro, il est amplifié et réémis par le haut-parleur, puis entre à nouveau dans le micro, est encore amplifié, et ainsi de suite jusqu'à saturation.

D2. Il faut que l'intensité sonore soit dans le domaine de confort, c'est-à-dire d'après la figure 1, entre 50 et 80 dB environ (pour des fréquences autour de 500 Hz), et ceci pour toutes les rangées d'auditeurs, depuis la distance  $r_{\text{min}}$  cherchée jusqu'à  $r_{\text{max}} = 50 \text{ m}$ .

Si on modélise l'onde émise comme sphérique, l'intensité décroît en  $1/r^2$ , donc  $\frac{I_{\text{max}}}{I_{\text{min}}} = \frac{r_{\text{max}}^2}{r_{\text{min}}^2}$ , d'où  $I_{\text{dB,max}} - I_{\text{dB,min}} = 20 \log \frac{r_{\text{max}}}{r_{\text{min}}}$  et

finalement  $[r_{\text{min}} = r_{\text{max}} 10^{-(I_{\text{dB,max}} - I_{\text{dB,min}})/20}]$ . AN  $[r_{\text{min}} = 1,6 \text{ m}]$ . Cela paraît raisonnable !

D3. Si on multiplie le nombre de chanteurs par  $N$ , l'intensité en décibels devient  $I_{\text{dB}} + 10 \log N$ . Pour passer de 65 dB à 80 dB, il faut donc  $10 \log N = 15$  soit  $[N = 32]$ .

F1a. Pour une corde vibrante de longueur  $L$  dans le mode fondamental, il y a seulement deux nœuds aux deux extrémités, donc  $L = \frac{\lambda}{2}$  et la fréquence est  $f_1 = f_{\text{min}} = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2L}$  ; les autres fréquences sont multiples de  $f_1$ , donc plus grandes. Si on admet la même

formule pour un instrument à vent, on obtient  $[f_{\text{min}} = 520 \text{ Hz}]$  pour le piccolo et  $[f_{\text{min}} = 63 \text{ Hz}]$  pour le trombone.

F1b.  $f_{\text{max}} = 4f_{\text{min}}$  donc  $[f_{\text{max}} = 2,1 \text{ kHz}]$  pour le piccolo,  $[f_{\text{max}} = 250 \text{ Hz}]$  pour le trombone.

F2. Quand le piccolo est joué à 1000 Hz, son intensité de 55 dB est au-dessus de la courbe isophonique indiquée : le son du piccolo est gênant. Pour 60 dB à 125 Hz, c'est la même chose : le son du trombone est gênant également.