Exercices du chapitre Th1

Évolutions infinitésimales puis globales

1. Effet Joule : régime transitoire

Une résistance électrique R, de capacité thermique C, est placée dans l'air de température T_0. Lorsque la température de la résistance est T, le transfert thermique échangé avec le milieu extérieur pendant une durée infinitésimale $\mathrm{d}t$ est de la forme : $\delta Q = a\,C\,(T - T_0)\,\mathrm{d}t$ (a étant une constante).

a) Quel est le signe de a ? Quelle est sa dimension ?
b) À l'instant $t = 0$ on établit dans la résistance (initialement à la température ambiante T_0) un courant d'intensité constante I. Établir la loi de variation de T en fonction de t, et déterminer la température T_{lim} atteinte en régime permanent. Tracer l'allure du graphe de la fonction $T(t)$.
c) Conclusion : en quoi est transformé le travail électrique pendant le régime transitoire ? et en régime permanent ?

2. Dilatation et compression

Les variations du volume V d'un corps en fonction de la température T et de la pression P sont caractérisées par les coefficients de compressibilité isotherme et de dilatation isobare, respectivement $\chi_T = -\dfrac{1}{V}\left(\dfrac{\partial V}{\partial P}\right)_T$ et $\alpha = \dfrac{1}{V}\left(\dfrac{\partial V}{\partial T}\right)_P$.

a) Ces grandeurs sont-elles extensives ou intensives ? Préciser leurs unités SI.
b) Écrire la différentielle $\mathrm{d}V$ puis la différentielle logarithmique $\dfrac{\mathrm{d}V}{V}$ en utilisant ces deux coefficients.
c) Dans le cas d'un solide pour lequel χ_T et α sont des constantes, calculer $\dfrac{V_2}{V_1}$ lors d'un échauffement de T_1 à T_2 à P constante, et lors d'une compression de P_1 à P_2 à T constante.
d) Dans le cas d'un gaz parfait, déterminer les expressions, très simples, de χ_T en fonction de P et de α en fonction de T.

3. L'entropie, fonction caractéristique

Considérons un système constitué d'une quantité n de dioxyde de carbone. Il est caractérisé par la fonction $S(U,V)$:

$$S(U,V) = S_0 + C_V \ln\left(\frac{U + \dfrac{n^2 a}{V}}{U_0 + \dfrac{n^2 a}{V_0}}\right) + nR\ln\left(\frac{V - nb}{V_0 - nb}\right).$$

S_0, U_0 et V_0 sont les valeurs de l'entropie, de l'énergie interne et du volume de cette quantité de gaz dans un état de référence arbitraire. On donne les valeurs des constantes :

$$C_{V,\mathrm{m}} = 28{,}5\ \mathrm{J\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}}\ ;\ a = 0{,}37\ \mathrm{J\cdot m^3\cdot mol^{-2}}\ ;$$
$$b = 4{,}30\cdot 10^{-5}\ \mathrm{m^3\cdot mol^{-1}}\ ;\ R = 8{,}314\ \mathrm{J\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}}.$$

a) Calculer la différentielle de cette fonction $S(U,V)$.
b) Montrer qu'en identifiant l'expression trouvée à l'identité thermodynamique on obtient, d'une part, l'expression de l'énergie interne $U(T,V)$, et d'autre part l'équation d'état de ce gaz. Comparer au cas du gaz parfait : pouvez-vous identifier la signification des paramètres a et b ?

On réalise avec une quantité $n = 1{,}0$ mol de ce gaz l'expérience suivante, appelée *détente de Joule & Gay-Lussac*. Deux compartiments aux parois calorifugées et indéformables communiquent par un robinet. Ce robinet, initialement fermé, sépare le compartiment (1), de volume $V_1 = 5{,}00$ L, initialement rempli de la quantité n de gaz en équilibre à la température $T_1 = 293$ K, du compartiment (2), de même volume V_1, dans lequel on a fait le vide.

c) Montrer que l'énergie interne U du gaz ne varie pas au cours de la transformation, quelle que soit la nature du gaz.
d) Calculer les variations de température et d'entropie du gaz considéré lors de cette transformation. Les comparer à celles qu'on obtiendrait pour un gaz parfait de même capacité thermique, dans les mêmes conditions initiales.

Cycles de machines thermiques

4. Moteur avec pseudo-sources

Un moteur thermique supposé réversible fonctionne entre deux pseudo-sources, systèmes de même capacité thermique $C = 4{,}0\cdot 10^5\ \mathrm{J\cdot K^{-1}}$ et dont les températures T_1 et T_2 varient lentement sur un grand nombre de cycles du moteur ; leurs valeurs initiales sont $T_{1\mathrm{i}} = 370$ K et $T_{2\mathrm{i}} = 280$ K.

a) Représenter sur un schéma les échanges de chaleur et de travail. Appliquer les deux principes pour un cycle du moteur, considéré comme une transformation infinitésimale.
b) Après un grand nombre de cycles, le moteur cesse de fonctionner. Quelle est alors la température finale des deux sources ?
c) Calculer le travail fourni par le moteur jusqu'à son arrêt ; vérifier son signe.
d) Calculer le rendement global du moteur. Le comparer avec le rendement théorique maximal que l'on obtiendrait si les deux sources étaient de vraies sources, gardant constantes leurs températures initiales $T_{1\mathrm{i}}$ et $T_{2\mathrm{i}}$.

5. Machine thermique avec circuit de fluide

Dans une centrale thermique, l'eau subit différentes transformations (décrites ci-dessous) afin de produire un travail mécanique transformé en travail électrique grâce à un couplage de la turbine avec un alternateur.

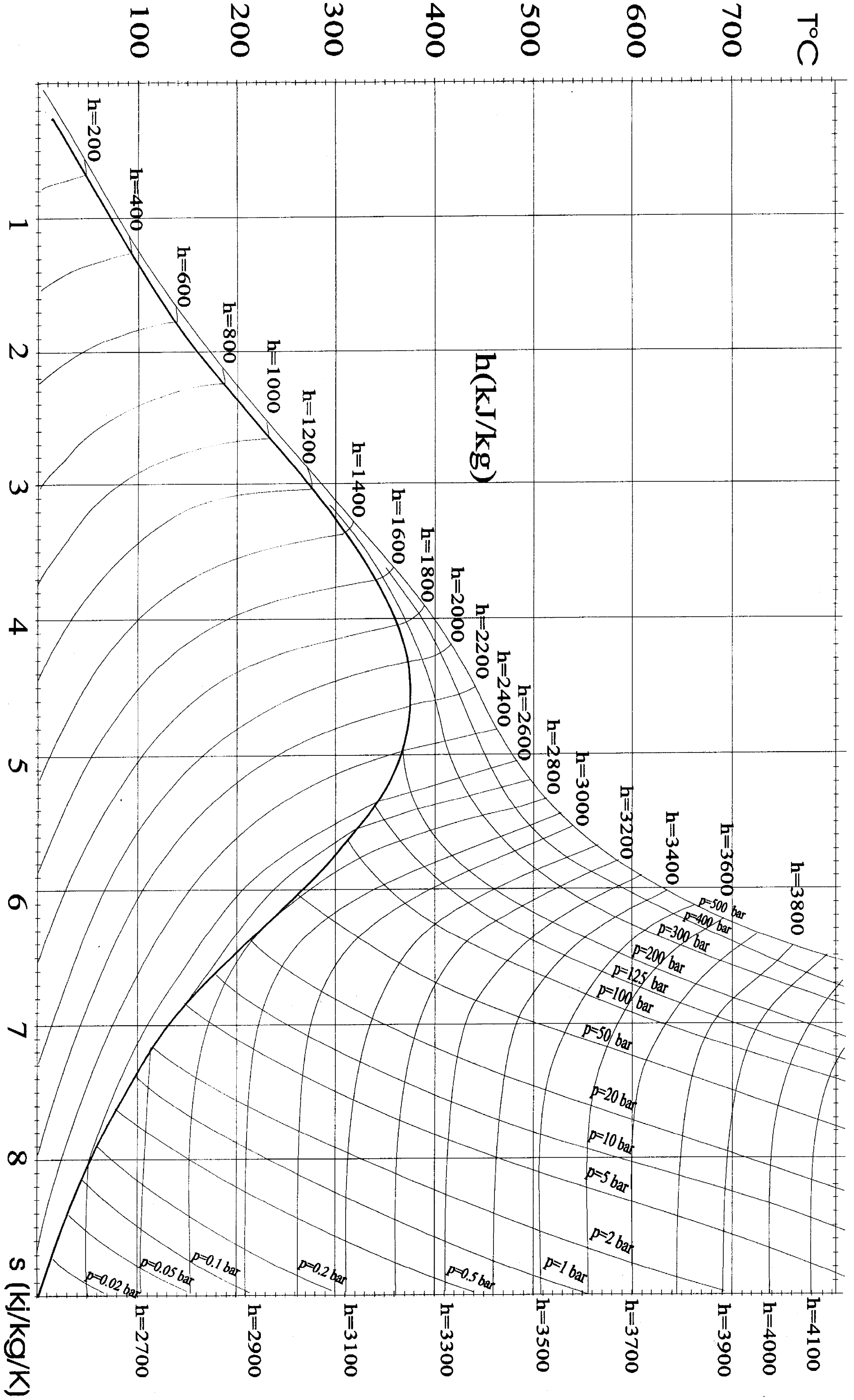
- À l'entrée A du compresseur, l'eau est à l'état liquide saturé à la pression $P_1 = 0{,}2$ bar. Elle subit une compression adiabatique réversible jusqu'à l'état B de pression $P_2 = 100$ bar.
- Dans l'évaporateur, l'eau est en contact avec la chambre de combustion. Elle subit un réchauffement isobare de B à C. Au point C, on donne la température $t_C = 500$ °C.
- Dans la turbine, l'eau subit une détente adiabatique réversible. On note D le point de sortie de pression P_1.
- Dans le condenseur, l'eau entre en contact avec un circuit d'eau froide et se condense jusqu'au point A. La transformation est supposée isobare.

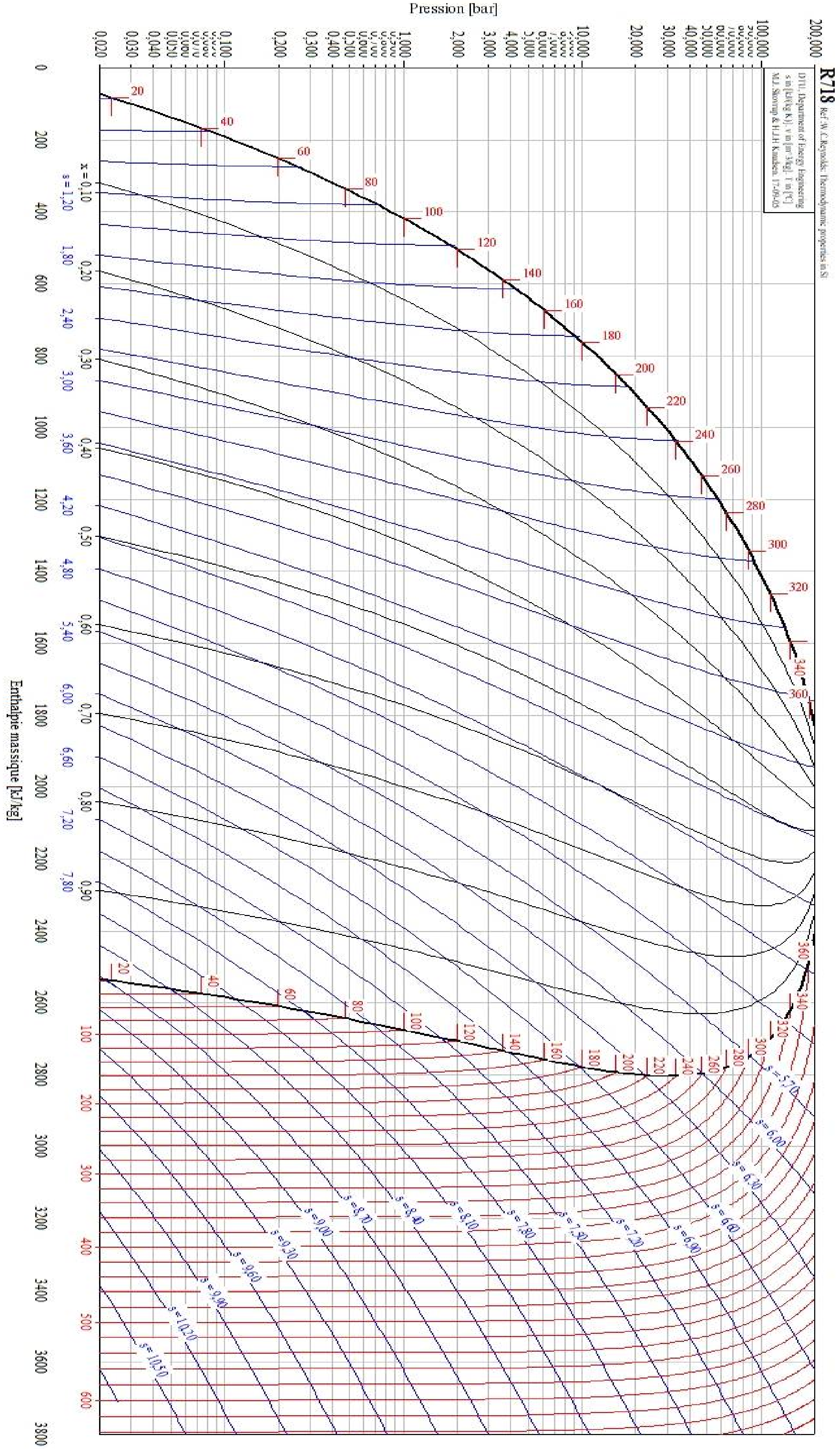
a) Placer les points A, B, C, D sur le diagramme (t,s) en page 2, puis sur le diagramme (P,h) en page 3.
b) En déduire l'état de l'eau en C, la température t_A de l'eau en A et la fraction massique x_D de vapeur au point D.
c) Déterminer l'enthalpie massique h_A, h_C et h_D aux points A, C et D, à partir de l'un des deux diagrammes. (Attention, les valeurs données par les deux diagrammes peuvent être éventuellement différentes, à cause du choix de l'origine.)
d) Déterminer q_{BC} et q_{DA} les transferts thermiques reçus par unité de masse d'eau au cours des transformations BC et DA.
e) En déduire le travail w reçu par unité de masse d'eau au cours d'un cycle et le rendement η de la centrale.
f) Quel est le débit massique d'eau d nécessaire pour avoir une centrale délivrant une puissance $\mathcal{P} = 250$ MW ?

☞ *Réponses partielles*

1. b) $T = T_0 + \dfrac{RI^2}{aC}(e^{at} - 1)$. **3.** b) $\left(P + \dfrac{n^2 a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$ (équation d'état dite de Van der Waals).
4. b) $T_\mathrm{f} = \sqrt{T_{1\mathrm{i}} T_{2\mathrm{i}}}$. **5.** b) $t_A = 60$ °C, $x_D = 0{,}82$.

Diagramme T- S de l'eau




R718
Pression [bar]
Enthalpie massique [kJ/kg]