

## Devoir d'entraînement de physique n° 2

### Premier problème

## *Loi de Moore*

Le premier circuit intégré composé de quelques transistors a été réalisé en 1958 par Jack Kibly. Un circuit intégré se compose d'une plaque de silicium dont on a localement modifié les propriétés électriques grâce au dopage afin de créer des transistors interconnectés. Depuis lors les avancées technologiques, ainsi que les avancées en physique fondamentale ont permis de multiplier le nombre de transistors sur un circuit intégré : de 2300 transistors en 1971, ce nombre est passé à  $2,6 \times 10^9$  en 2013.

L'augmentation des performances de stockage est allée de pair. Il fallait une petite armoire pour stocker un disque dur d'un mégaoctet en 1964 (figure 1), actuellement un téraoctet ( $10^{12}$  octets) tient dans une main. En 1965 Gordon Moore, un des fondateurs de la société Intel, énonce une conjecture (première loi de Moore) :

*La complexité des circuits intégrés d'entrée de gamme double tous les ans.*

Dans ce problème on étudie quelques aspects de la physique et de la chimie dans les ordinateurs, qui ont permis la réalisation de la loi de Moore jusqu'à nos jours.

#### Conseils généraux

- Les applications numériques seront faites avec un nombre de chiffres significatifs adapté.
- Les données numériques sont fournies en fin d'énoncé.
- Les quatre parties du problème sont largement indépendantes, mais les données numériques fournies dans les différentes parties sont susceptibles d'être utilisées dans toutes les parties.
- **Certaines questions, repérées par une barre en marge, ne sont pas guidées. Elles nécessitent plus de temps pour élaborer un modèle ou un raisonnement, le barème en tient compte.**

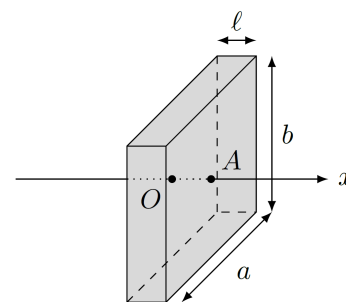


**Figure 1** Disque dur de 1 mégaoctet en 1964

## IV Dissipation thermique dans les systèmes électroniques

Les microprocesseurs des ordinateurs actuels sont constitués de plus d'un million de transistors répartis sur une plaque de silicium de quelques  $\text{cm}^2$ . L'évacuation de la chaleur dégagée par le microprocesseur est indispensable pour le bon fonctionnement du composant.

**IV.A** – On étudie tout d'abord le transport thermique à travers un objet solide parallélépipédique, de dimensions  $a \times b \times \ell$  avec  $a \gg \ell$  et  $b \gg \ell$ , lorsque les faces repérées par les points  $O$  et  $A$  sont uniformément aux températures  $T_1$  et  $T_0$  respectivement (cf figure 9). L'objet est caractérisé par sa masse volumique  $\mu$ , sa capacité thermique massique  $c$  et sa conductivité thermique  $\lambda$ . L'origine de l'axe des  $x$  est prise en  $O$ .



**Figure 9**

**IV.A.1)** Justifier qu'on puisse considérer que la température dans le solide est une fonction de  $x$  et  $t$  seulement.

**IV.A.2)** Établir l'équation de la diffusion thermique vérifiée par la température  $T(x, t)$  dans le solide considéré.

**IV.A.3)** Les températures  $T_0$  et  $T_1$  étant constantes, on étudie le régime stationnaire. Établir la loi d'évolution de la température dans le solide en fonction de  $x$ .

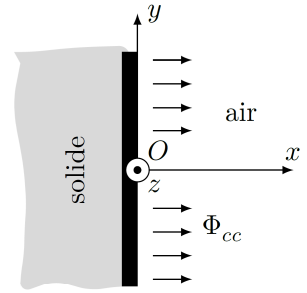
Exprimer la puissance thermique  $\Phi$  qui traverse le solide de  $O$  vers  $A$ .

**IV.A.4)** Montrer qu'on peut relier la différence de températures  $T_1 - T_0$  au flux  $\Phi$ , de façon analogue à la loi d'Ohm en électrocinétique, faire apparaître la résistance thermique  $R_{\text{th}}$  de l'objet parallélépipédique.

**IV.B** – Lorsqu'un solide est placé dans l'air dont la température est uniforme égale à  $T_a$ , l'échange thermique qui s'effectue à l'interface entre l'air et le solide est conducto-convectif. C'est à dire que dans une mince couche de fluide en surface du solide le gradient de température entraîne un mouvement de convection du fluide. Il en résulte une expression de la quantité de chaleur qui est transférée du solide vers l'air pendant  $dt$  à travers une surface de section  $dS = dy dz$  :

$$\delta Q_{cc} = h(T_0 - T_a) dy dz dt$$

où  $h$  est appelé coefficient de Newton, qui caractérise l'échange thermique entre le solide et le fluide et  $T_0$  est la température de surface du solide (cf. **figure 10**).



**Figure 10**

**IV.B.1)** Donner l'unité de  $h$  dans le système international d'unités.

Définir puis exprimer la résistance thermique  $R_h$  qui modélise l'échange thermique conducto-convectif pour une surface  $S$  de solide.

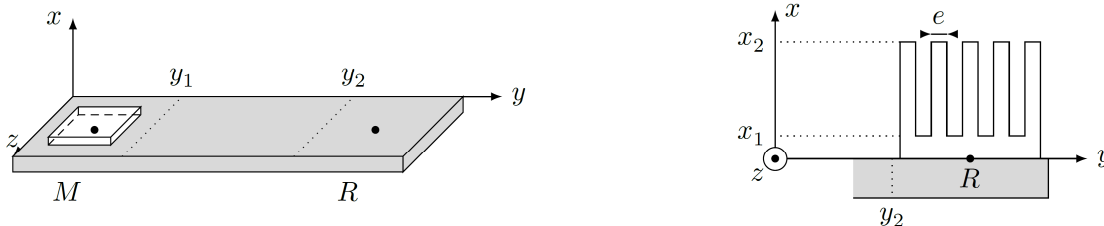
**IV.B.2)** Dans le cas d'une interface silicium/air,  $h_s = 30$  S.I. si l'air environnant est immobile et vaut  $h_c = 300$  S.I. si l'air environnant est brassé, par exemple grâce à un ventilateur.

On considère un parallélépipède de dimensions  $a \times b \times \ell = 40 \times 24 \times 1,5 \text{ mm}^3$ . Calculer les valeurs des résistances thermiques  $R_{th}$  dans le cas où l'objet est en cuivre puis en silicium, calculer aussi  $R_h$  l'air étant immobile, commenter.

**IV.C** – Dans le cas du microprocesseur dont la documentation est fournie en annexe, estimer la durée  $\Delta t$  au bout de laquelle celui-ci est détruit en l'absence de dispositif de refroidissement.

**IV.D** – Pour maintenir le microprocesseur à sa température de fonctionnement optimale  $\simeq 70 \text{ }^\circ\text{C}$ , on utilise un radiateur sur lequel souffle l'air brassé par un ventilateur d'une part et un dispositif appelé caloduc d'autre part, qu'on se propose d'étudier.

Le caloduc est une enceinte métallique (elle est parfois en silicium) creuse, de volume constant, plate et longue, qui relie thermiquement le microprocesseur situé en  $M$  au radiateur situé en  $R$ . La plupart des ordinateurs portables en sont équipés. La **figure 11** à gauche représente le caloduc vu de l'extérieur.



**Figure 11**

Dans un premier temps, on étudie le radiateur (cf **figure 11** à droite) qui est une pièce métallique qui présente une surface de contact avec l'air très importante, grâce à un grand nombre d'ailettes parallélépipédiques représentées en coupe sur la **figure 11**. La dimension des ailettes dans la direction  $\vec{e}_z$  est notée  $l_z$ ,  $e$  selon  $\vec{e}_y$  et  $H = x_2 - x_1$  selon  $\vec{e}_x$ .

Pour étudier l'évolution de la température dans les ailettes, on isole une ailette, que l'on assimile à un milieu unidimensionnel selon  $\vec{e}_x$ . La température est notée  $T(x)$ , elle est uniforme dans une section de l'ailette. Enfin, comme l'ailette est plongée dans l'air, qui est en permanence renouvelé grâce au ventilateur, on considère que l'air qui entoure l'ailette a une température  $T_a = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ , et on se limite à l'étude du régime stationnaire.

On note  $T_R$  la température au niveau du socle du radiateur, on considère que c'est la température en  $T(x_1)$  sur chacune des ailettes.

**IV.D.1)** Après avoir fait un schéma correspondant à l'étude d'une ailette considérée isolément, effectuer un bilan d'énergie sur une tranche de longueur  $dx$  de l'ailette.

Déduire de l'équation précédente l'équation différentielle vérifiée par  $T(x)$  :

$$\frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{1}{\delta^2} (T(x) - T_a) = 0$$

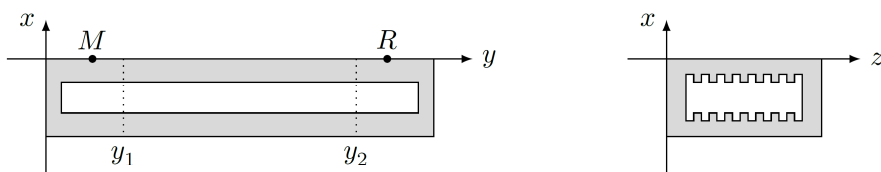
où  $\delta$  est à exprimer en fonction de  $\lambda$ ,  $e$ ,  $l_z$  et  $h$ .

Résoudre cette équation en considérant que la longueur  $H$  de l'ailette est très grande, c'est à dire  $H \rightarrow \infty$ .

**IV.D.2)** Calculer la puissance thermique évacuée par le radiateur complet, constitué de 6 ailettes et donner la valeur de la résistance thermique équivalente au radiateur.

Pour l'application numérique on prendra  $\lambda = 100 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$ ,  $e = 2 \text{ mm}$  et  $l_z = 1 \text{ cm}$ .

**IV.E** – On étudie désormais le caloduc. Celui-ci est un constitué d’une enceinte métallique ou semi-conductrice de volume constant de petite dimension, dont la paroi interne est tapissée de fines rainures, dans lesquelles un liquide peut se déplacer par capillarité. À l’intérieur de l’enceinte, un corps pur diphasé (de l’eau, mais il peut être autre que de l’eau) a été injecté. L’ensemble forme un système fermé et passif.



**Figure 12**

La **figure 12** représente deux coupes du caloduc. Le schéma de gauche représente une coupe dans la longueur du caloduc, dans un plan de direction  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$ , le schéma à droite représente une vue d’une section droite du caloduc.

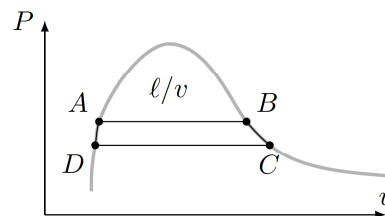
On suppose que le caloduc est parfaitement dimensionné pour un microprocesseur qui dissipe une puissance thermique  $\mathcal{P}_{\text{micro}} = 20 \text{ W}$ , la température en  $M$  sous le microprocesseur est égale à  $71 \text{ }^\circ\text{C}$ , celle sous le point  $R$  vaut  $70 \text{ }^\circ\text{C}$  et l’eau circule à l’intérieur du caloduc de façon permanente. On admet qu’une goutte de liquide qui arrive sous le microprocesseur se vaporise totalement et qu’une bulle de vapeur qui arrive sous le radiateur se liquéfie totalement et pénètre dans les rainures. L’eau reste liquide lorsqu’elle circule à l’intérieur des micro rainures entre  $y_1$  et  $y_2$ .

Enfin, la zone intermédiaire, entre  $y_1$  et  $y_2$  est considérée adiabatique. Toutes les transformations envisagées sont supposées réversibles.

**IV.E.1)** Analyser le terme caloduc, à quel autre terme du langage courant vous fait-il penser ? Proposer une signification du terme caloduc.

**IV.E.2)** Les forces de capillarité sont susceptibles de provoquer la montée d’un liquide dans un tube vertical plongé dans un liquide de petit diamètre. Justifier qualitativement que les forces de capillarité travaillent.

**IV.E.3)** La **figure 13** représente l’allure du cycle (en trait noir) décrit par une goutte de liquide à l’intérieur du caloduc, dans un diagramme représentant la pression  $P$  en fonction du volume massique  $v$ . La courbe grise est la courbe de saturation qui délimite le domaine où règne l’équilibre liquide-vapeur noté  $\ell/v$ .



**Figure 13**

Expliquer qualitativement le fonctionnement du caloduc, en reliant les positions internes au caloduc aux points  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  du cycle.

**IV.F** – En régime stationnaire de fonctionnement, le caloduc évacue toute la chaleur dissipée par le microprocesseur et les températures extrêmes sont séparées de  $T_R - T_M = 1 \text{ K}$ . Calculer la résistance thermique équivalente du caloduc et comparer celle-ci à celle d’un barreau de cuivre de mêmes dimensions.

Quel est l’intérêt du caloduc ?

### Données

#### Données sur le cuivre et le silicium

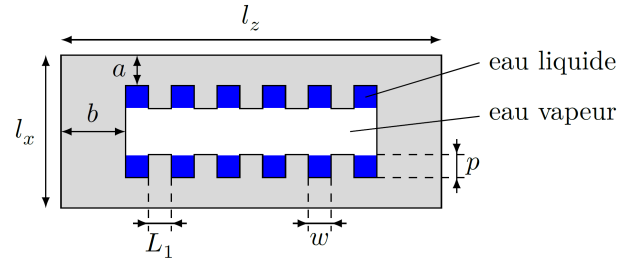
	Cu	Si
Numéro atomique	29	14
Masse atomique relative ( $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ )	63,546	28,0855
Température de fusion ( $^\circ\text{C}$ )	1083	1410
Température d’ébullition ( $^\circ\text{C}$ )	2567	2355
État de la matière à $20 \text{ }^\circ\text{C}$ et 1 bar	solide	solide
Densité à $20 \text{ }^\circ\text{C}$ ( $\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$ )	8,92	2,33
Niveaux d’oxydation	1 ou 2	-4 ou 4
Électronégativité	1,75	1,74
Rayon atomique (pm)	127,8	117,6
Configuration électronique	$[\text{Ar}]3d^{10}4s^1$	$[\text{Ne}]3s^23p^2$
Énergie d’ionisation (eV)	7,7264	8,1517
Fraction de masse dans le géosphère (%)	0,01	25,8
Conductivité électrique ( $\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$ )	$59,6 \times 10^6$	$2,52 \times 10^{-4}$
Conductivité thermique ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ )	401	148
Chaleur massique ( $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ )	380	700

*Équilibre liquide vapeur de l'eau au voisinage de 70 °C*

$T$ (K)	$P$ (kPa)	$\rho_\ell$ (kg·m <sup>-3</sup> )	$\rho_v$ (kg·m <sup>-3</sup> )	$h_\ell$ (kJ·kg <sup>-1</sup> )	$h_v$ (kJ·kg <sup>-1</sup> )	$S_\ell$ (kJ·kg <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup> )	$S_v$ (kJ·kg <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup> )	$C_{v,\ell}$ (kJ·kg <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup> )	$C_{v,v}$ (kJ·kg <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup> )
342	27,188	979,503	0,17440	279,866	2620,69	0,9165	7,8013	3,9416	1,4888
343	32,366	977,247	0,20537	296,628	2627,55	0,9655	7,7414	3,9208	1,4951
344	38,354	974,904	0,24077	313,401	2634,35	1,0140	7,6833	3,8999	1,5018

*Dimensions du caloduc*

$b$ (mm)	$a$ (mm)	$l_x$ (mm)	$l_z$ (cm)	$w$ (µm)	$L_1$ (µm)	$p$ (µm)	$y_2 - y_1$ (cm)
6	1	2,9	2	20	80	70	10



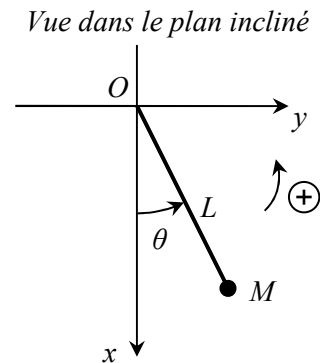
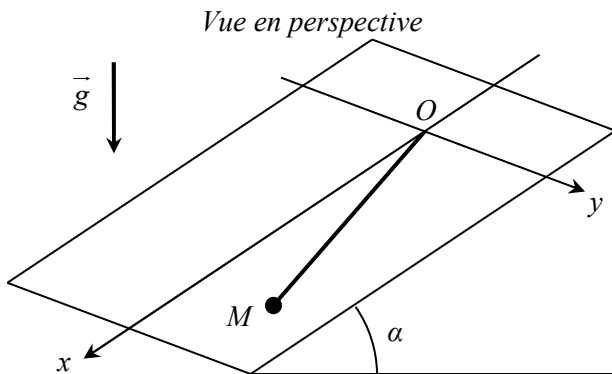
*Spécification du microprocesseur i7-4500U*

Status	Launched
Launch Date	Q3'13
DMI2	5 GT/s
Processor Number	i7-4500U
# of Cores	2
# of Threads	4
Clock Speed	1.8 GHz
Max Turbo Frequency	3 GHz
Intel® Smart Cache	4 MB
Instruction Set	64-bit
Instruction Set Extensions	SSE 4.1/4.2, AVX 2.0
Lithography	22 nm
Max TDP	15 W
Recommended Customer Price	TRAY: \$393.00
Max Memory Size (dependent on memory type)	16 GB
Memory Types	DDR3L-1333/1600; LPDDR3-1333/1600
# of Memory Channels	2
Max Memory Bandwidth	25.6 GB/s
PCI Express Revision	2.0
PCI Express Configurations <sup>†</sup>	4x1, 2x4
Max # of PCI Express Lanes	12
Max CPU Configuration	1
T <sub>JUNCTION</sub>	100°C
Package Size	40mm x 24mm x 1.5mm
Sockets Supported	FCBGA1168

## Deuxième problème

### Oscillations sur un plan incliné

Une masse  $m$ , assimilée à un point matériel  $M$ , est reliée à un point fixe  $O$  par un fil inextensible, de longueur  $L$  et de masse négligeable. D'autre part,  $M$  repose sur un plan incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontale ; dans ce plan on définit un axe  $(Oy)$  horizontal et un axe  $(Ox)$  descendant selon la ligne de plus grande pente.

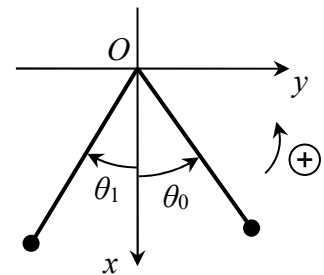


Le mouvement de  $M$  dans le plan  $(Oxy)$  est repéré par l'angle  $\theta$  du fil avec l'axe  $(Ox)$ . À l'instant initial ( $t = 0$ ),  $M$  est lâchée sans vitesse initiale avec un angle  $\theta_0$  (positif).

**1.** Déterminer l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur de  $M$ , à une constante près, en fonction de la variable  $x$  puis en fonction de la variable  $\theta$ .

*(Attention, le résultat de ce calcul sera utilisé dans toute la suite ! On prendra donc le temps de le faire soigneusement, en s'aidant d'un schéma.)*

**2.** Dans cette question on néglige tout frottement de l'air, mais on suppose que le contact entre le plan incliné et la masse se fait avec un coefficient de frottement solide  $f$  assez important. La masse s'arrête alors rapidement, après avoir effectué seulement une demi-oscillation (c'est-à-dire qu'elle s'est déplacée toujours dans le même sens). Son angle final est noté  $\theta_1$  et il est négatif (avec  $|\theta_1| < |\theta_0|$ ).



**2.1.** Calculer les travaux des différentes forces qui s'exercent sur  $M$ , entre la position initiale et la position finale.

**2.2.** En déduire l'expression du coefficient de frottement  $f$  en fonction des angles  $\alpha$ ,  $\theta_0$  et  $\theta_1$ .

**3.** On suppose maintenant que le plan est parfaitement lisse (soit  $f = 0$ ). En revanche on ne néglige plus les frottements fluides dus à l'air, que l'on modélise par une force linéaire de coefficient  $h$ .

**3.1.** Établir l'équation différentielle vérifiée par l'angle  $\theta$ .

**3.2.** En supposant que cet angle reste toujours faible ( $\theta \ll 1$ ), simplifier l'équation différentielle et la mettre sous la forme canonique :  $\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2 \theta = 0$

en précisant les expressions des deux coefficients  $Q$  et  $\omega_0$ .

**3.3.** On suppose que  $Q > \frac{1}{2}$ . Déterminer alors la solution  $\theta(t)$ . Tracer la courbe correspondante.

**3.4.** Quelle est l'expression de la pseudo-période  $T$ ? Comment se simplifie cette expression si  $Q \gg 1$ ? Donner également l'expression du temps de relaxation  $\tau$ .