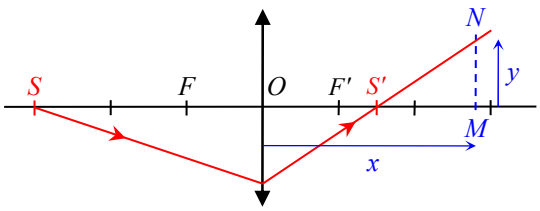
Op1 – Corrigé des exercices 2 à 5

¤ Exercice 2 (fin)

c) $\boxed{(SM) = n_a(3f' + x) + (n - n_a)e_0}$ comme précédemment.



Pour pouvoir tracer le rayon allant de S à N, il faut d'abord trouver l'image de S, graphiquement ou bien en utilisant une formule de conjugaison : $\frac{1}{\overline{OS'}} - \frac{1}{\overline{OS}} = \frac{1}{f'}$ d'où $\overline{OS'} = \frac{\overline{OS} \times f'}{\overline{OS} + f'} = \frac{-3f' \times f'}{-3f' + f'} = \frac{3}{2}f'$. On trace alors, en partant de la fin, le rayon émergent passant par S, S' et N.

$(SN) = (SS') + (S'N)$ si N est plus à droite que S' $\left(x > \frac{3}{2}f'\right)$. On trouve géométriquement $(S'N) = n_a S'N = n_a\sqrt{\left(x - \frac{3}{2}f'\right)^2 + y^2}$.

Pour (SS') il est plus simple d'utiliser un autre rayon joignant ces deux points conjugués, celui qui est confondu avec l'axe : $(SS') = n_a \frac{9}{2}f' + (n - n_a)e_0$. Finalement : $\boxed{(SN) = n_a\left(\frac{9}{2}f' + \sqrt{\left(x - \frac{3}{2}f'\right)^2 + y^2}\right) + (n - n_a)e_0}$.

Dans le cas où N est plus à gauche que S' $\left(\text{soit } x < \frac{3}{2}f'\right)$, la formule devient : $\boxed{(SN) = n_a\left(\frac{9}{2}f' - \sqrt{\left(\frac{3}{2}f' - x\right)^2 + y^2}\right) + (n - n_a)e_0}$.

Dans les deux cas, si on prend $y = 0$ on retrouve bien le cas particulier (SM).

¤ Exercice 3

a) La loi de Snell–Descartes pour la réfraction s'écrit (avec r l'angle de réfraction) : $n_c \sin\theta = n_g \sin r$. Il y a réflexion totale si ce calcul n'a pas de solution pour r, c'est-à-dire s'il donne $\sin r > 1$, soit $\sin\theta > \frac{n_g}{n_c}$ ou $\boxed{\theta > \arcsin\frac{n_g}{n_c} = \theta_{lim}}$. AN $\boxed{\theta > 70{,}0° = \theta_{lim}}$.

b) En notant B le point de contact du rayon avec le bas de la gaine (juste avant H) : $(AH) = (AB) + (BH) = n_c[AB + BH]$. Or $AB = \frac{2a}{\cos\theta}$, et dans le triangle ABH, le côté BH est adjacent à l'angle 2θ, donc $BH = AB\cos(2\theta) = \frac{2a\cos(2\theta)}{\cos\theta}$.

Alors $(AH) = n_c\frac{2a}{\cos\theta}(1 + \cos(2\theta)) = n_c\frac{2a}{\cos\theta}2\cos^2\theta$ soit finalement $\boxed{(AH) = 4n_c a\cos\theta}$.

c) Le déphasage entre A et H est : $\varphi(H) - \varphi(A) = \frac{2\pi}{\lambda_0}(AH)$. L'onde est en phase en A et H si $\varphi(H) - \varphi(A) = 2m\pi$ avec m entier, soit $(AH) = m\lambda_0$, ce qui donne $\boxed{\cos\theta = m\frac{\lambda_0}{4n_c a}}$.

d) On cherche les valeurs de l'entier m telles que $\theta > \theta_{lim}$, soit $\cos\theta < \cos\theta_{lim}$: cela donne $m < \frac{4n_c a}{\lambda_0}\cos\theta_{lim}$. AN $m < 102$, il y a donc <u>102 modes (de 0 à 101)</u>.

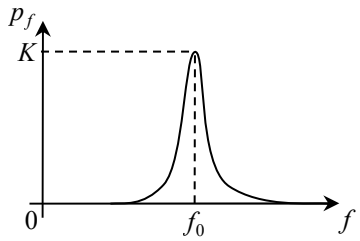
¤ Exercice 4

a) La longueur d'onde 643,8 nm est située dans le domaine du <u>rouge</u>.

b) $\ell_c = \frac{\lambda_{0m}^2}{\Delta\lambda_0}$. AN $\boxed{\ell_c = 0{,}3 \text{ mm}}$. $\tau_c = \frac{\ell_c}{c}$. AN $\boxed{\tau_c = 1 \cdot 10^{-12} \text{ s} = 1 \text{ ps}}$. $N = \frac{\tau_c}{T} = \frac{c\tau_c}{\lambda_0} = \frac{\ell_c}{\lambda_0} = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda_0}$. AN $\boxed{N = 500}$.

Il est inutile de donner plus d'un chiffre significatif pour toutes ces valeurs, qui sont essentiellement des ordres de grandeur.

¤ Exercice 5



a) L'allure de la fonction $p_f = \frac{d\mathcal{P}}{df} = K\exp\left[-\left(\frac{f - f_0}{\Delta f}\right)^2\right]$ est donnée ci-contre : ce type de courbe est appelé *gaussienne*. p_f est maximale en f_0, et tend vers 0 pour $|f - f_0| \gg \Delta f$.

La largeur du pic à mi-hauteur est donnée par : $\exp\left[-\left(\frac{f - f_0}{\Delta f}\right)^2\right] = \frac{1}{2} \Leftrightarrow f = f_0 \pm \Delta f\sqrt{\ln 2}$

donc elle vaut $2\sqrt{\ln 2}\,\Delta f = 1{,}7\,\Delta f$. La valeur Δf elle-même est la largeur du pic un peu plus haut (à une hauteur de 78 %).

La grandeur Δf donne donc l'ordre de grandeur de la <u>largeur spectrale</u> de la source.

b) AN $\boxed{\frac{\Delta f}{f_0} = 1 \cdot 10^{-6}}$.

c) $\ell_c = c\tau_c \sim \frac{c}{\Delta f_{exp}}$ donc $\frac{\Delta f_{exp}}{f_0} \sim \frac{c}{\ell_c f_0}$. AN $\boxed{\frac{\Delta f_{exp}}{f_0} \sim 5 \cdot 10^{-5}}$. La raie est donc nettement plus large que s'il n'y avait que l'effet Doppler : la cause principale de l'élargissement spectral est ici le <u>raccourcissement des trains d'ondes</u> par les <u>collisions entre les atomes</u>, dont la fréquence est liée notamment à la pression dans la vapeur.