Devoir d'entraînement de physique nº 4

Cet énoncé comporte deux problèmes.

Premier problème

Mesure d'épaisseur par interférométrie

Frits Zernike, qui a obtenu le prix Nobel en 1953 pour son microscope à contraste de phase, a dans un premier temps utilisé un montage interférentiel à trois fentes, pour contrôler ou mesurer l'épaisseur d'une fine lame transparente à faces parallèles.

Frits Zernike (1888-1966)

Dans cette partie, on suppose tous les rayons lumineux très peu inclinés par rapport à l'axe horizontal.

D.1 Système interférentiel à deux fentes

On considère d'abord un système de deux fentes F_1 et F_2 très fines perpendiculaires au plan de la figure 15. Elles sont distantes de 2a et de grande longueur. L'ensemble est éclairé par une source S ponctuelle et monochromatique de longueur d'onde λ placée au foyer objet d'une lentille convergente. L'observation de la figure d'interférences se fait sur un écran placé dans le plan focal image d'une lentille convergente de distance focale image f '.

On s'intéresse aux ondes reçues au point M d'ordonnée z sur l'écran et on suppose z et a très petits devant f ' : x, a << f '.

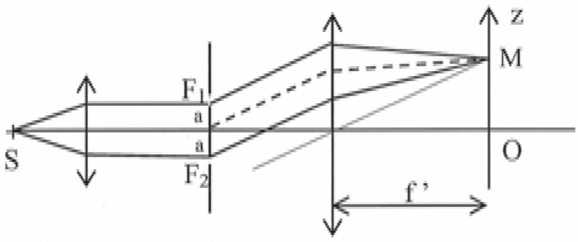


Figure 15

On adopte le modèle scalaire de la lumière et on note s_0 l'amplitude associée au rayon fictif (en pointillés sur la figure) provenant du milieu des deux fentes. Les amplitudes complexes des deux rayons issus de F_1 et F_2 et déphasés d'un angle 2φ sont alors : $\underline{s_1} = s_0\, e^{+j\varphi}$ et $\underline{s_2} = s_0\, e^{-j\varphi}$.

On note $E_0 = \underline{s_1}.\underline{s_1}^* = \underline{s_2}.\underline{s_2}^* = s_0^2$ l'éclairement (ou intensité lumineuse) émis par chacune des deux fentes. s_0 est une constante liée à l'intensité de la source.

D.1.1 Après avoir cité le théorème utile, exprimer φ en fonction de a, f ', λ et z.

D.1.2 Exprimer l'éclairement E résultant de l'interférence des deux ondes en fonction de E_0 et φ. Tracer l'allure de la courbe E en fonction de φ.

D.2 Système interférentiel à trois fentes

On ajoute une troisième fente F_0 au milieu des deux autres et identique à celles-ci.

D.2.1.1 Montrer que le nouvel éclairement peut se mettre sous la forme : $E = E_0\left(1+2\cos(\varphi)\right)^2$.

On rappelle la formule trigonométrique : $\cos(2\varphi)=2\cos^2\varphi - 1$.

D.2.1.2 Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant :

φ en rad	0	$2\pi/3$	π	$4\pi/3$	2π
E/E_0					

D.2.1.3 Tracer l'allure de la courbe E/E_0 en fonction de φ.

D.2.2 A partir du montage à trois fentes, on ajoute devant la fente centrale F_0 et parallèlement au plan des fentes, une lame de verre à faces parallèles d'épaisseur e et d'indice n=1,5.

e étant très faible, on considèrera que le rayon lumineux qui traverse la lame, parcourt une distance e dans le verre, sans être dévié.

D.2.2.1 Montrer que si l'épaisseur de la lame est telle qu'elle induit un retard de phase de $\pi/2$ pour le rayon central, on retrouve une alternance régulière de franges brillantes et de franges sombres (pas nécessairement noires), contrairement à la question précédente.

D.2.2.2 Si on veut contrôler par cette méthode que la lame a bien l'épaisseur souhaitée e=0,3 µm, quelle valeur faut-il choisir pour λ ?

D.2.2.3 Si on veut mesurer l'épaisseur e, on peut déplacer l'écran d'une distance $x=\overline{OO'}$, de façon à retrouver la même figure d'interférences que celle qu'on avait en l'absence de lame.

Le point O' de la figure 16 est tel que les trois rayons issus des trois fentes sont à nouveau en phase (comme en O sans la lame).

Exprimer x en fonction de n, e et de l'angle $\alpha \approx \frac{a}{f'}$.

On donne a=0,1 mm, f '=10 cm et n=1,5 et on mesure à l'aide d'un microscope viseur : x = -1 cm.

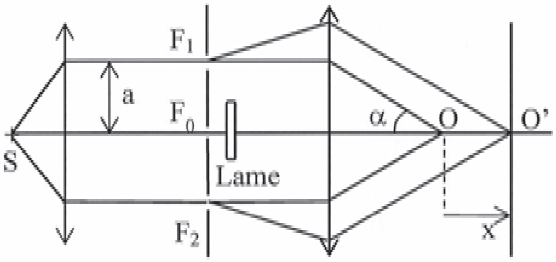


Figure 16

Sachant que $\cos\alpha \approx 1-\alpha^2/2$, en déduire l'ordre de grandeur de l'épaisseur e.

D.2.3 A quel âge Monsieur Zernike a-t-il obtenu son prix Nobel ?

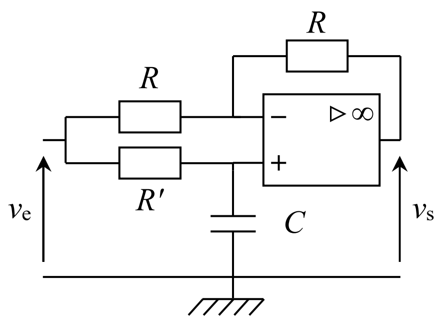
Deuxième problème
Utilisation de quadripôles

A. Montage passe-tout déphaseur

Dans le circuit représenté ci-contre, utilisé en régime sinusoïdal, R' et R sont des résistances et C une capacité. L'ALI est supposé idéal.

A.1. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}$ de ce circuit. On posera $x = R'C\omega = \frac{\omega}{\omega_0}$ (pulsation réduite).

A.2. Déterminer le gain $G = |\underline{H}|$ et le déphasage $\varphi = \arg(\underline{H})$ introduits pas ce circuit. Expliquer alors le nom de ce montage.



B. Filtrage du signal obtenu avec un multiplieur

Un multiplieur est un circuit électronique à deux entrées et une sortie ; lorsque les tensions d'entrée sont $x(t)$ et $y(t)$, la tension de sortie est $z(t) = K\,x(t)\,y(t)$, où K est une constante. On envoie sur les deux entrées d'un multiplieur une même tension : $v(t) = v_m \sin(\omega t)$, et on note $w(t)$ la tension obtenue en sortie.

B.1. Déterminer les composantes du spectre de Fourier de $w(t)$. Représenter graphiquement ce spectre.

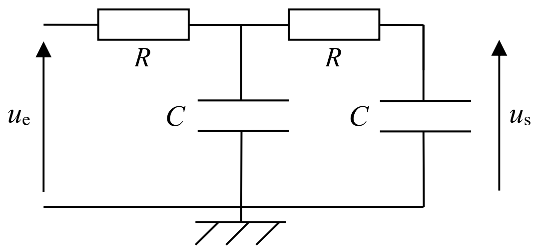
B.2. On envoie alors $w(t)$ à l'entrée d'un filtre. Quelle est la tension $v_s(t)$ obtenue en sortie, si le filtre est :

– un passe-bas de pulsation de coupure $\omega_0 \ll \omega$?

– un passe-bas de pulsation de coupure $\omega_0 \gg \omega$?

– un passe-bande de pulsation centrale $\omega_0 = \omega$ et de facteur de qualité élevé ?

C. Filtre *RCRC*



On considère le quadripôle ci-contre, utilisé en régime sinusoïdal forcé, en sortie ouverte (rien n'est branché entre les bornes de sortie).

On étudie la fonction de transfert en tension $\underline{H} = \dfrac{\underline{U}_{\rm s}}{\underline{U}_{\rm e}}$.

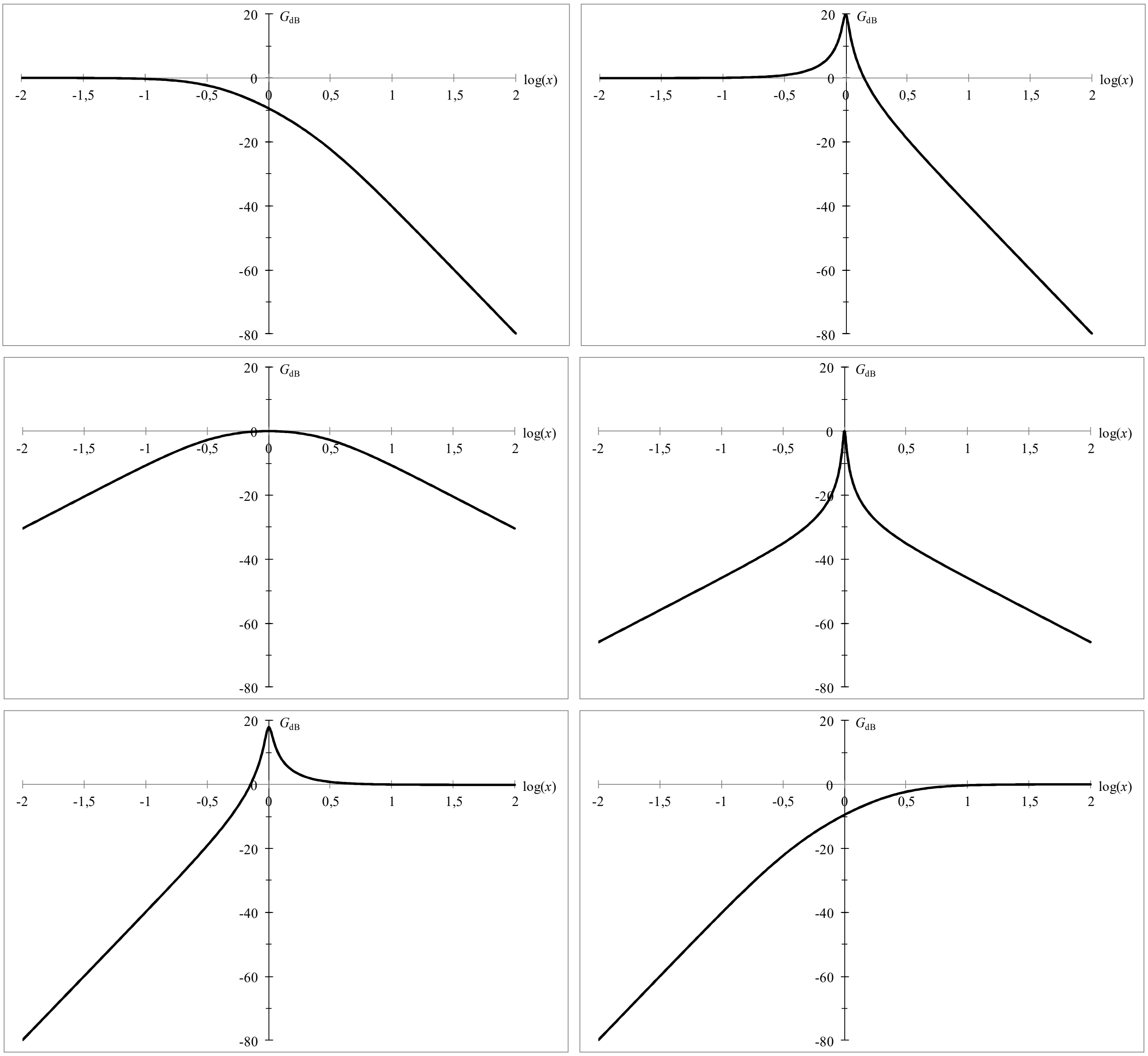
C.1. Déterminer sans calcul la nature du filtre, en étudiant le comportement limite des dipôles en BF et HF.

C.2. En déduire laquelle des deux fonctions de transfert ci-dessous lui correspond :

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)} \quad \text{ou bien} \quad \underline{H} = \frac{H_0}{1 + j\dfrac{\omega}{Q\omega_0} - \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}}.$$

C.3. Montrer que $H_0 = 1$, $\omega_0 = \dfrac{1}{RC}$ et $Q = \dfrac{1}{3}$.

C.4. On pose $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$. Identifier le diagramme de Bode de ce quadripôle parmi les suivants.



C.5. On met en entrée de ce quadripôle donne un signal $u_{\rm e}(t) = U_1 + U_2\cos\left(\dfrac{\omega_0 t}{100}\right) + U_3\cos(100\omega_0 t)$, où U_1, U_2 et U_3 sont des valeurs constantes positives. Donner approximativement le signal $u_{\rm s}(t)$ obtenu en sortie.