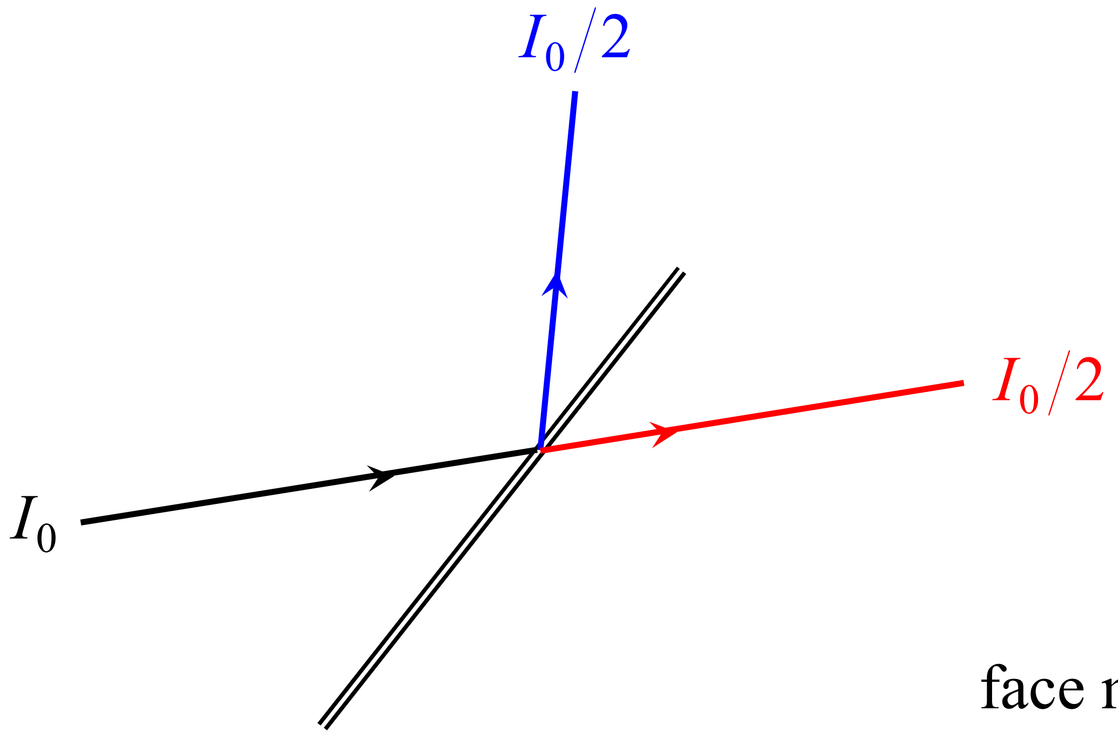
Chapitre **Op4** **Division d'amplitude : interféromètre de Michelson**

1. Principe de l'interféromètre de Michelson
   a) Lame séparatrice
   b) Structure de l'interféromètre
   c) Configurations et schémas équivalents
2. Utilisation en lame d'air (à faces parallèles)
   a) Localisation des franges et conditions d'observation
   b) Figure d'interférences : anneaux de Haidinger
   c) Élargissement de la source
   d) Applications
3. Utilisation en coin d'air
   a) Localisation des franges et conditions d'observation
   b) Figure d'interférences : franges d'égale épaisseur
   c) Applications

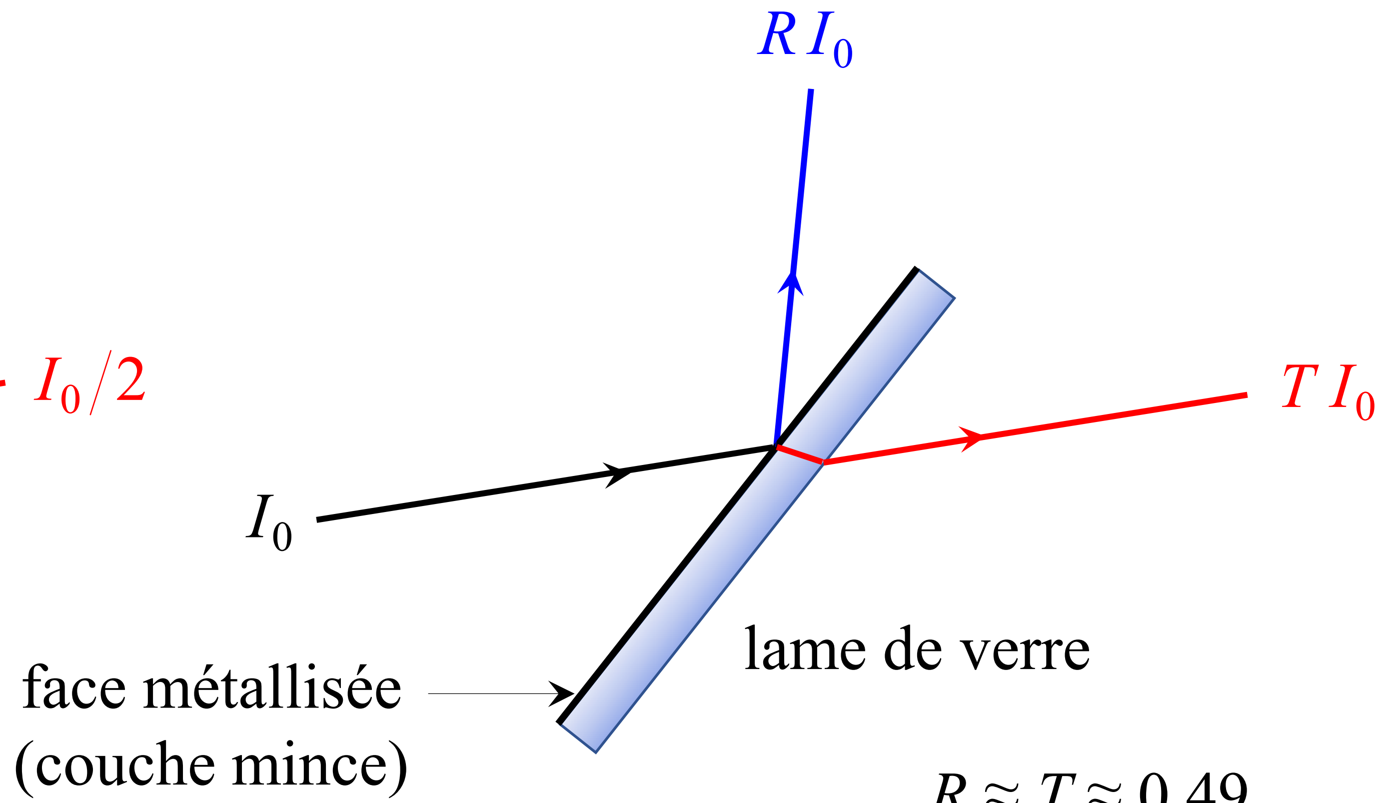
1. Principe de l'interféromètre de Michelson

a) Lame séparatrice

- Lame séparatrice idéale



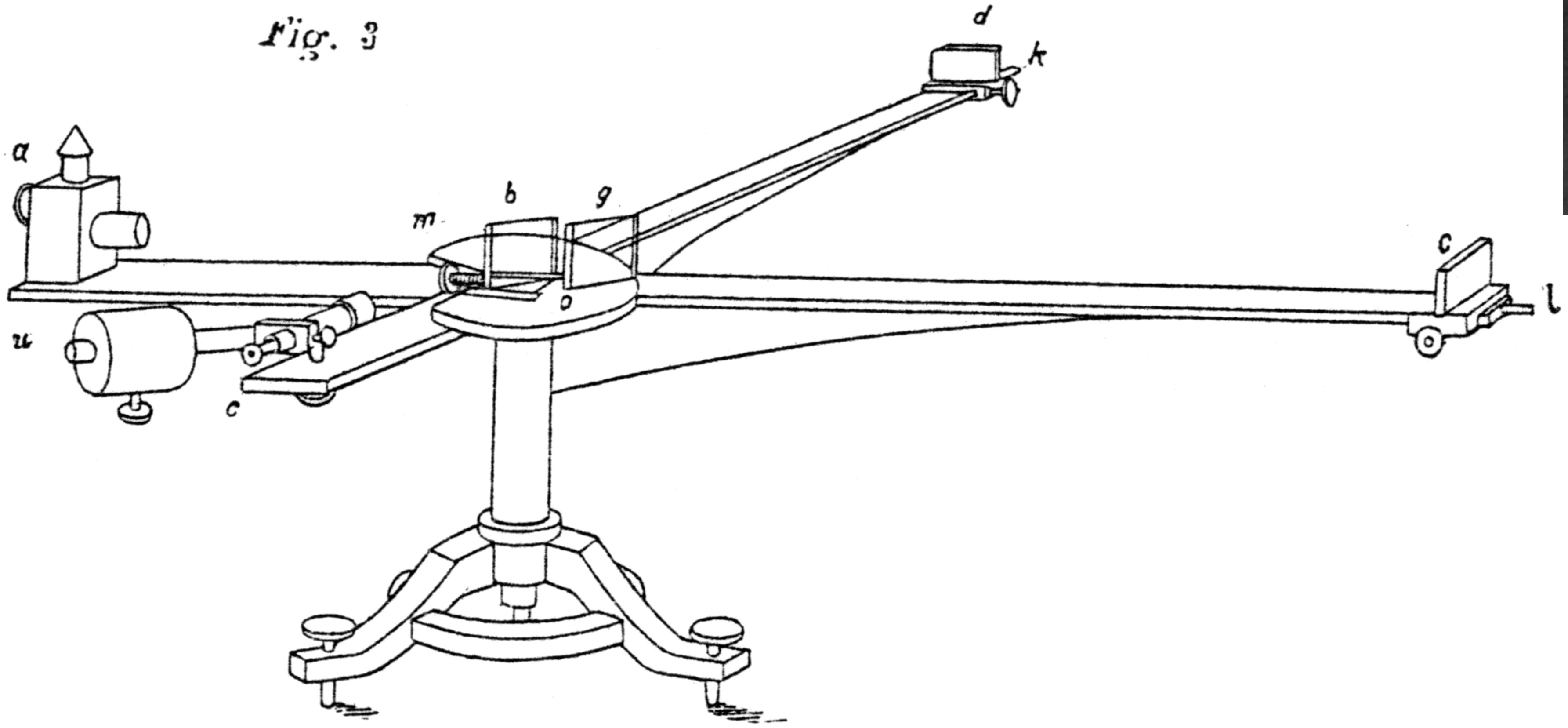
- Lame séparatrice réelle



$R \approx T \approx 0{,}49$

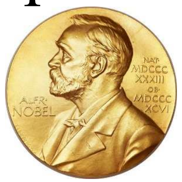
1. b) Structure de l'interféromètre

Schéma de l'article de MICHELSON
(« The relative motion of the Earth and the luminiferous ether », *Am. J. Sc.*, 1881)



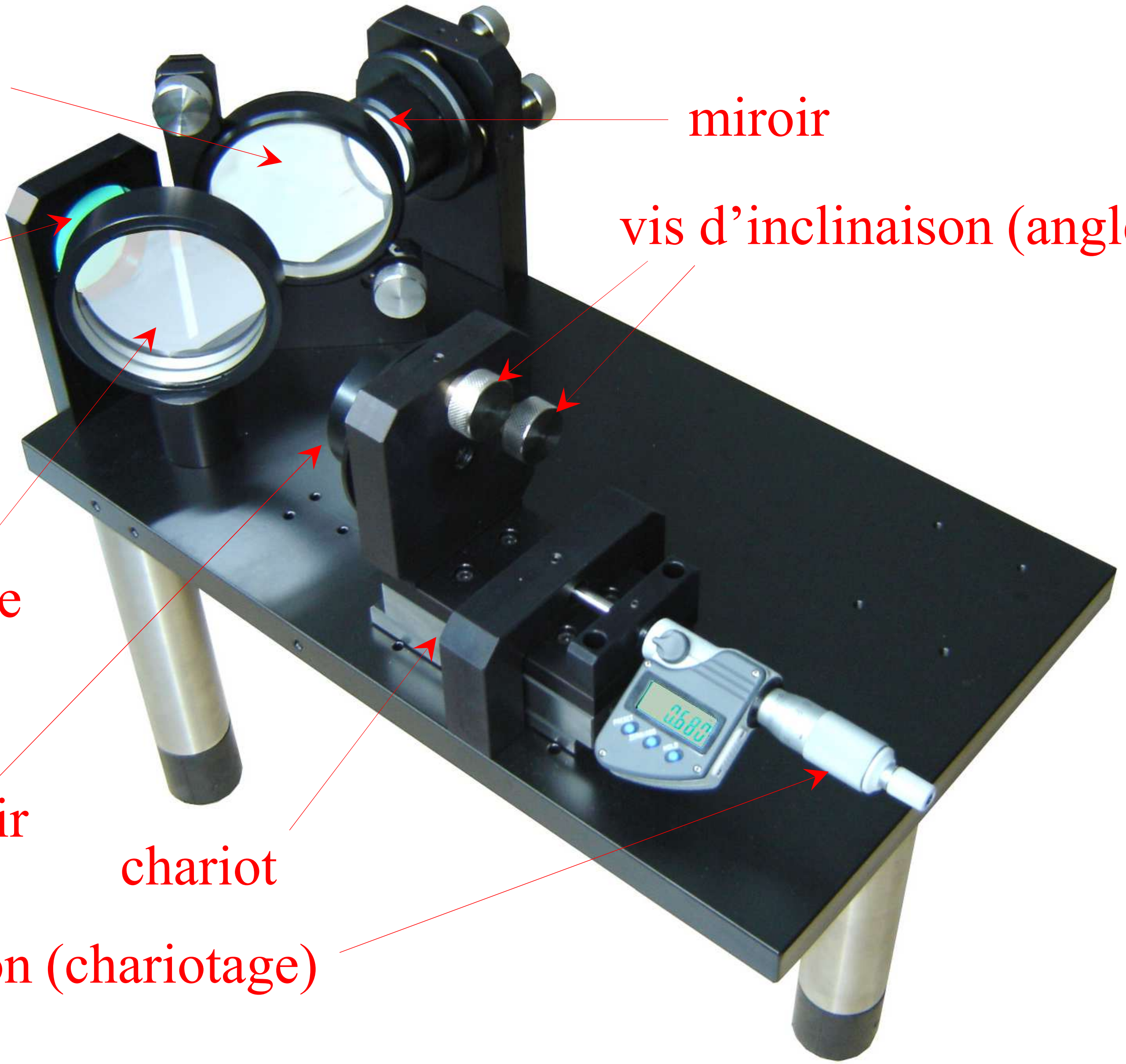
Albert Abraham MICHELSON (1852-1931)

prix Nobel de physique 1907



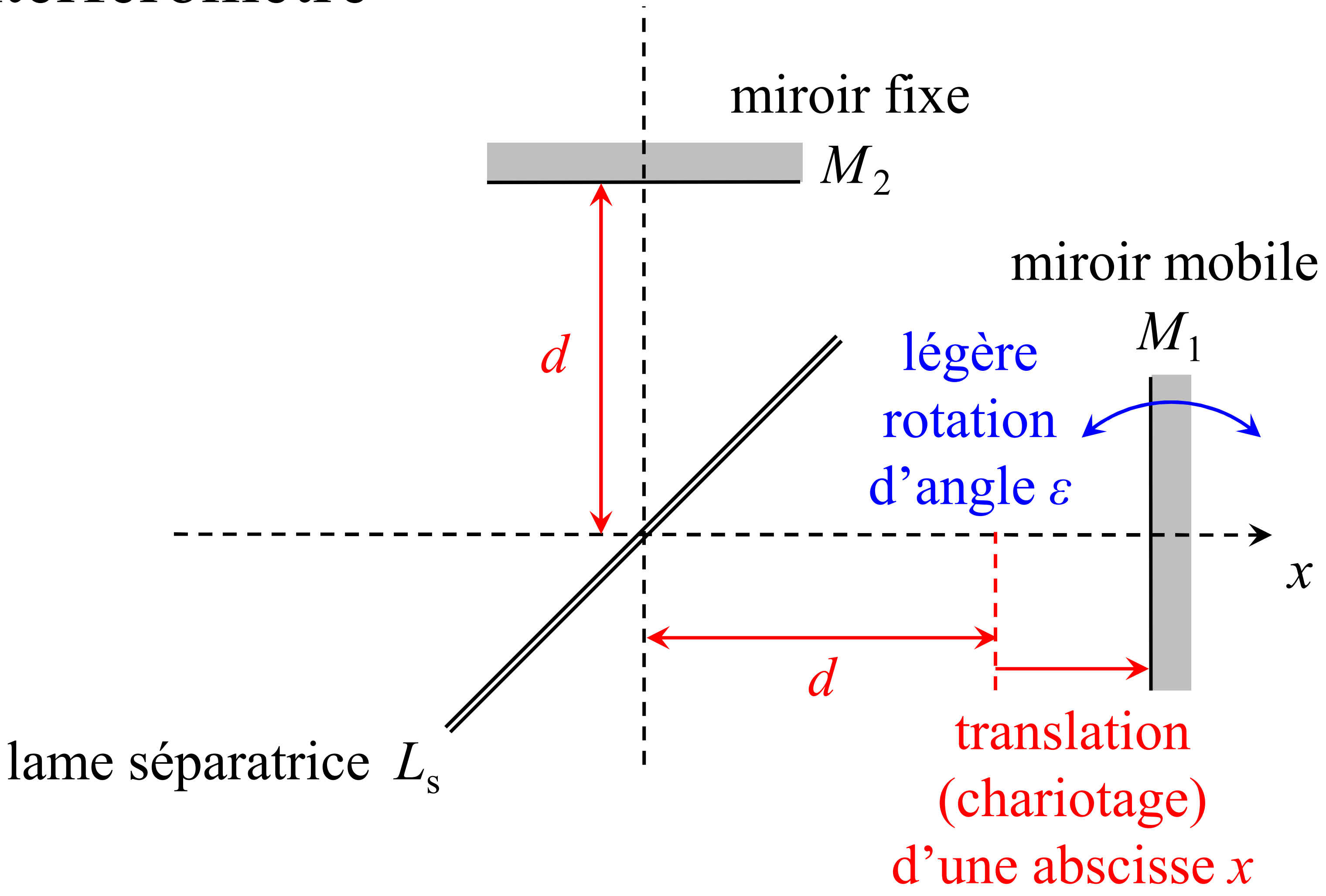
1. b) Structure de l'interféromètre

- Interféromètre de Michelson utilisé en TP



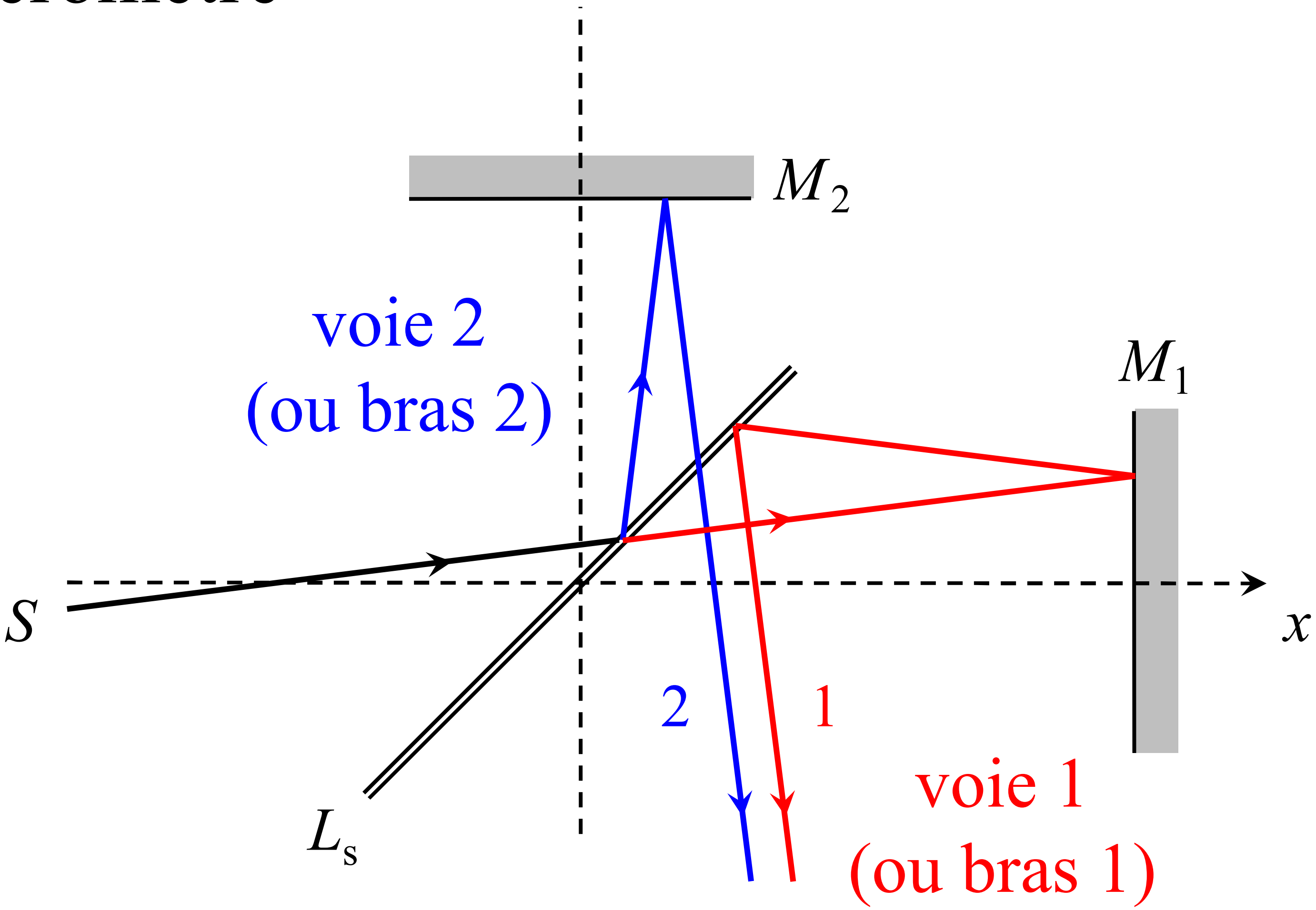
1. b) Structure de l'interféromètre

- Éléments principaux de l'interféromètre de Michelson



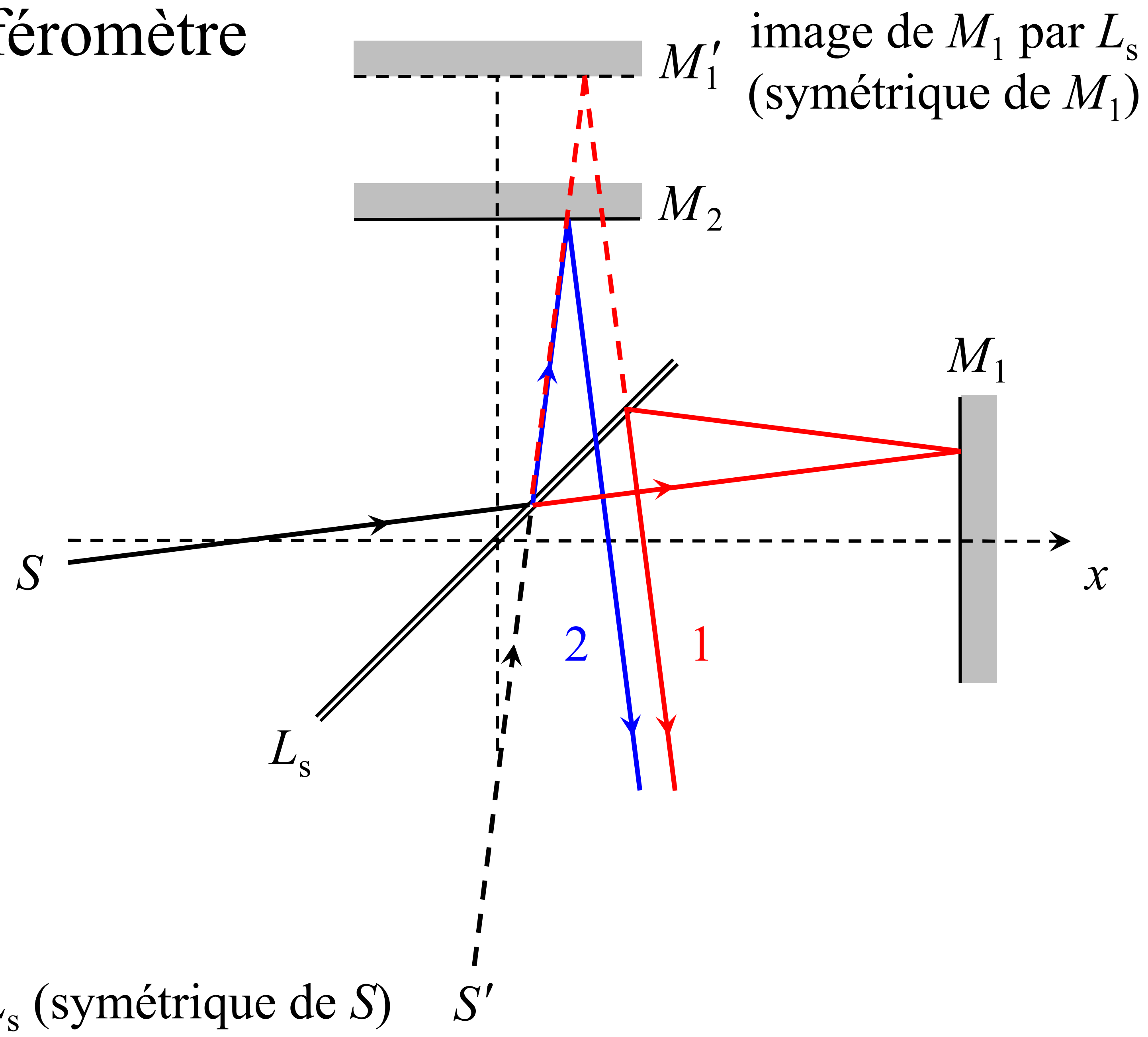
1. b) Structure de l'interféromètre

- Deux voies possibles pour la lumière



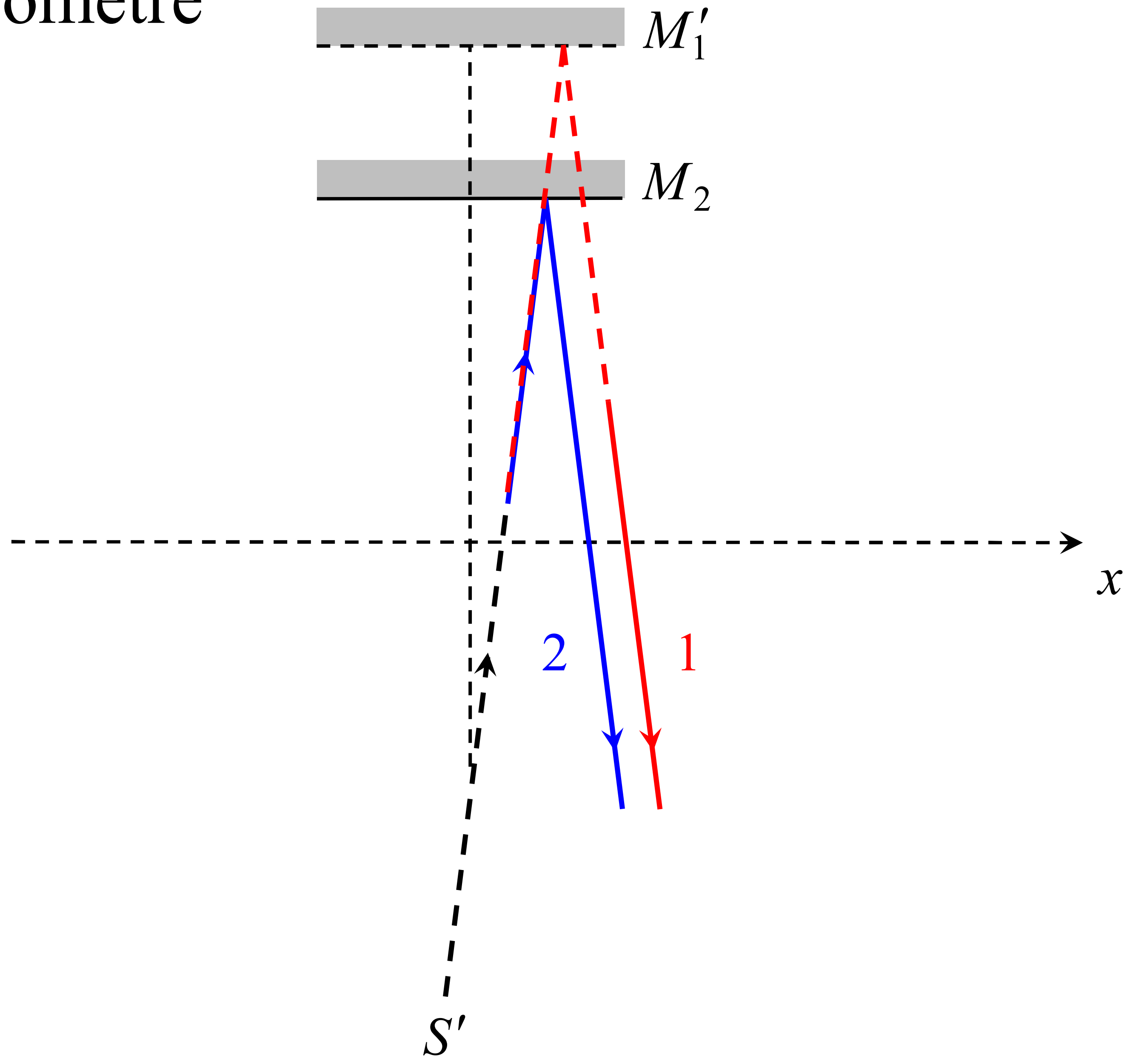
1. b) Structure de l'interféromètre

- Deux voies possibles
pour la lumière
et trajets équivalents



1. b) Structure de l'interféromètre

- Deux voies possibles pour la lumière et trajets équivalents



1. b) Structure de l’interféromètre

● Lame compensatrice

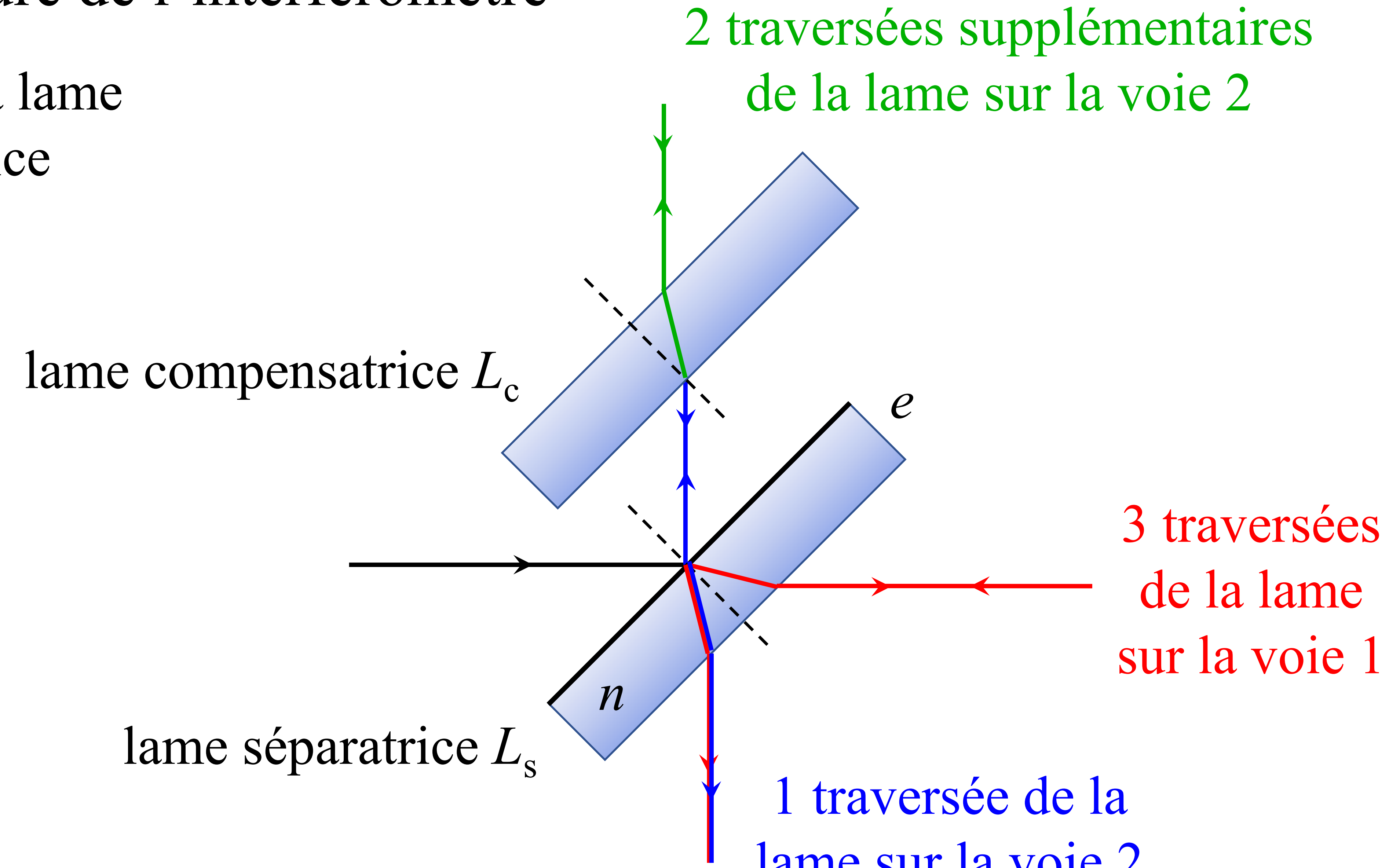
C’est une lame de verre de même épaisseur e et de même indice n que la lame séparatrice, mais sans face métallisée.

Elle est placée parallèlement à la séparatrice.

Ce parallélisme peut être réglé avec deux vis.

1. b) Structure de l'interféromètre

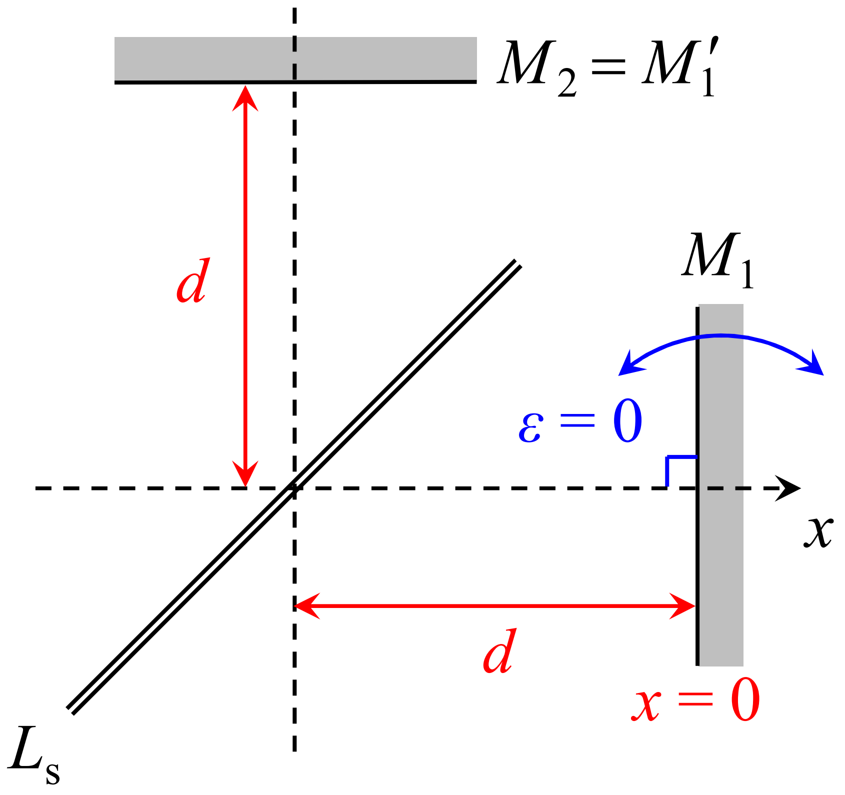
- Rôle de la lame compensatrice



1. c) Configurations et schémas équivalents

- Contact optique

C'est la configuration dans laquelle :
$x = 0$ (le miroir M_1 est à la même distance d de L_s que le miroir M_2) ;
$\varepsilon = 0$ (le miroir M_1 est orthogonal au miroir M_2).



Alors le symétrique M_1' de M_1 est confondu avec M_2. La différence de marche entre les voies 1 et 2 est donc nulle, quel que soit l'angle d'incidence.

Le contact optique est donc le « réglage à zéro » de l'interféromètre de Michelson. L'éclairement sur l'écran est alors uniforme (pas de franges d'interférences) : c'est la *teinte plate*.

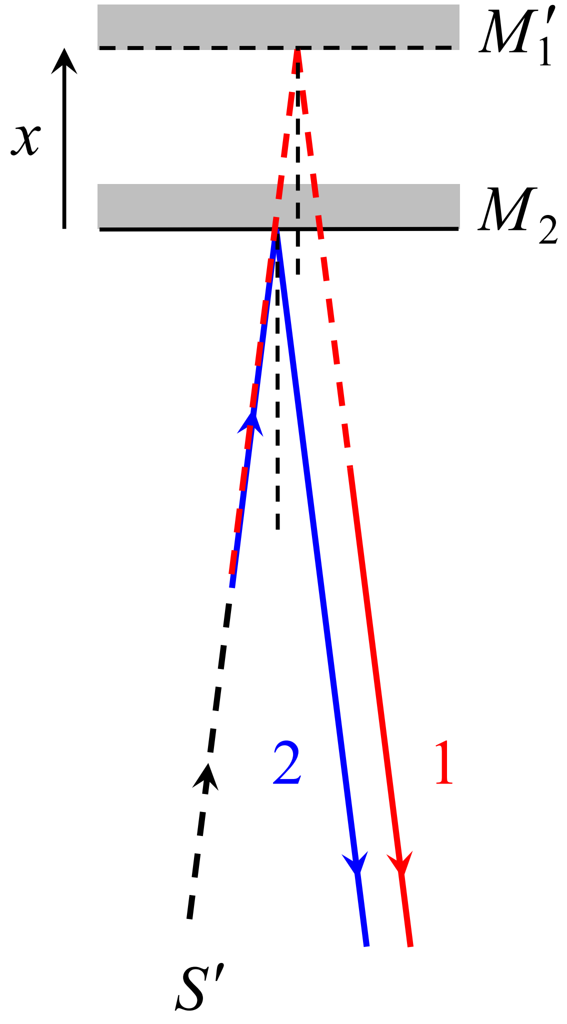
1. c) Configurations et schémas équivalents

● Lame d'air (à faces parallèles)

C'est la configuration dans laquelle :

$x \neq 0$ (le miroir M_1 est translaté de x à partir du contact optique, il est à la distance $d + x$ de L_s) ;

$\varepsilon = 0$ (le miroir M_1 reste orthogonal au miroir M_2).



Cela correspond au schéma précédent.

L'interféromètre est équivalent à une lame d'épaisseur $e = |x|$ entre deux faces parallèles, mais cette lame (virtuelle) est constituée d'air et non de verre.

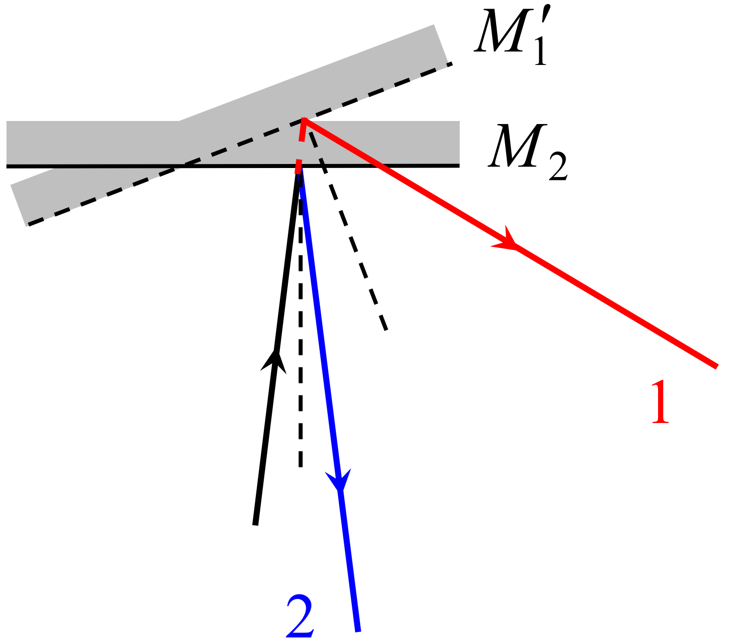
1. c) Configurations et schémas équivalents

● Coin d’air

C’est la configuration dans laquelle :
$\varepsilon \neq 0$ (le miroir virtuel M_1' est incliné de l’angle ε par rapport à M_2) ;
$x = 0$ ou x assez faible.

Cela correspond au schéma ci-contre.

L’interféromètre est équivalent à une lame d’air d’épaisseur variable, appelée *coin d’air*.



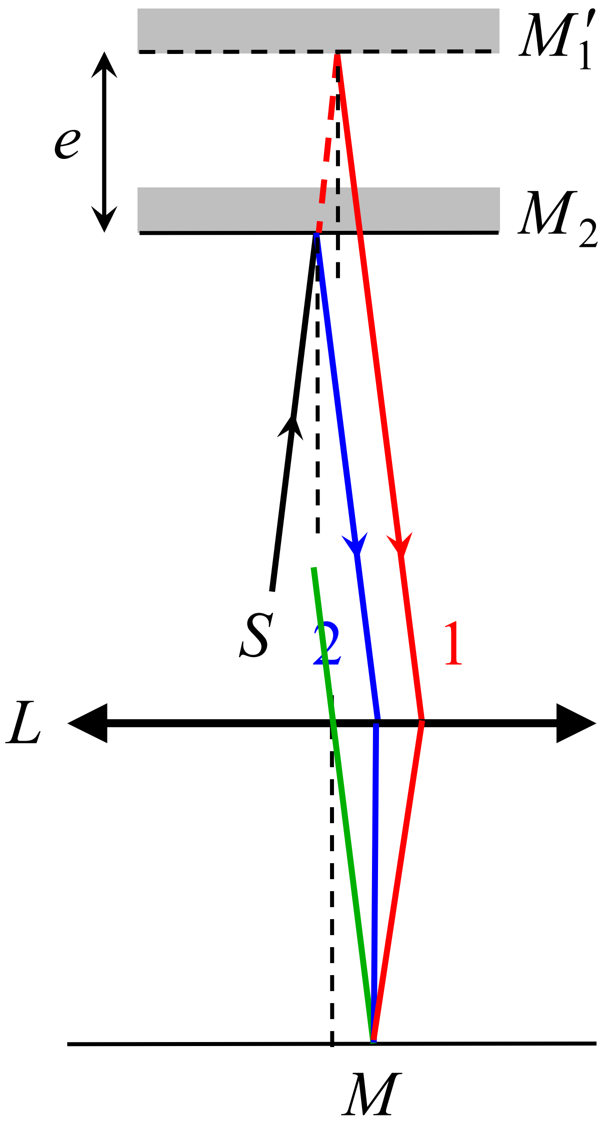
2. Utilisation en lame d'air (à faces parallèles)

a) Localisation des franges et conditions d'observation

● Les rayons des deux voies sont parallèles entre eux : ils « se coupent à l'infini ».

On dit que les interférences sont *localisées à l'infini*.

● Pour observer une figure d'interférences, on ajoute une lentille convergente L, et on place un écran dans son plan focal image.



2. b) Figure d'interférences : anneaux de Haidinger

- Différence de marche en fonction de l'angle i

$$\delta_{1/2}(M) = (SM)_1 - (SM)_2 = (SA) + (AM)_1 - (SA) - (AM)_2$$
$$= (AM)_1 - (AM)_2$$

− Calcul 1

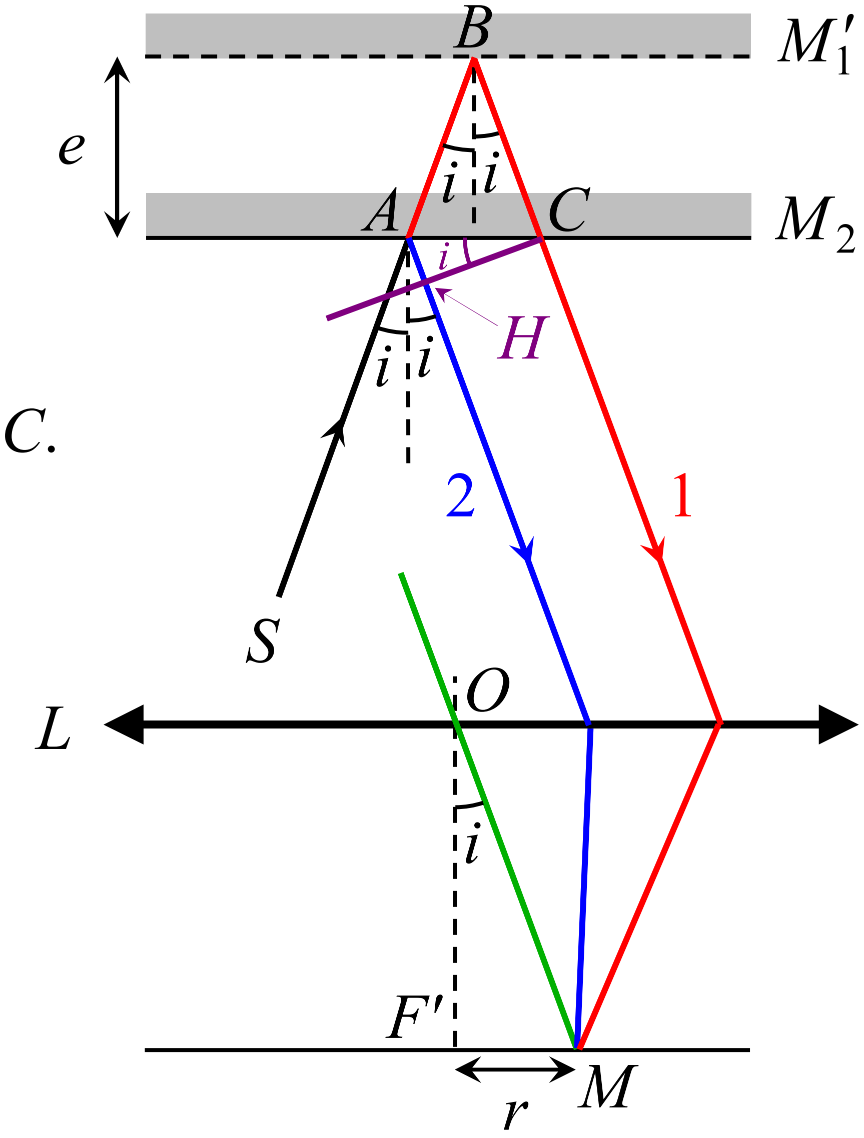
Avec les arguments déjà vus (source virtuelle en M, LRIL, Malus), on trace une surface d'onde virtuelle passant par C.

Alors $(HM) = (CM)$

donc $\delta_{1/2}(M) = (AB) + (BC) + (CM) - (AH) - (HM)$

$$= (AB) + (BC) - (AH) = n_{air}[2AB - AH]$$
$$= n_{air}\left[2\frac{e}{\cos i} - AC\sin i\right]$$
$$= n_{air}\left[2\frac{e}{\cos i} - 2e\tan i \sin i\right] = 2n_{air}e\frac{1-\sin^2 i}{\cos i}$$

soit finalement $\boxed{\delta_{1/2}(M) = 2n_{air}e\cos i}$



2. b) Figure d'interférences : anneaux de Haidinger

- Différence de marche en fonction de l'angle i

$$\delta_{1/2}(M) = (AM)_1 - (AM)_2$$

– Calcul 2

On fait apparaître le point A' image de A par M_1' et la surface d'onde virtuelle passant par A.

Alors $(AM)_2 = (KM)$

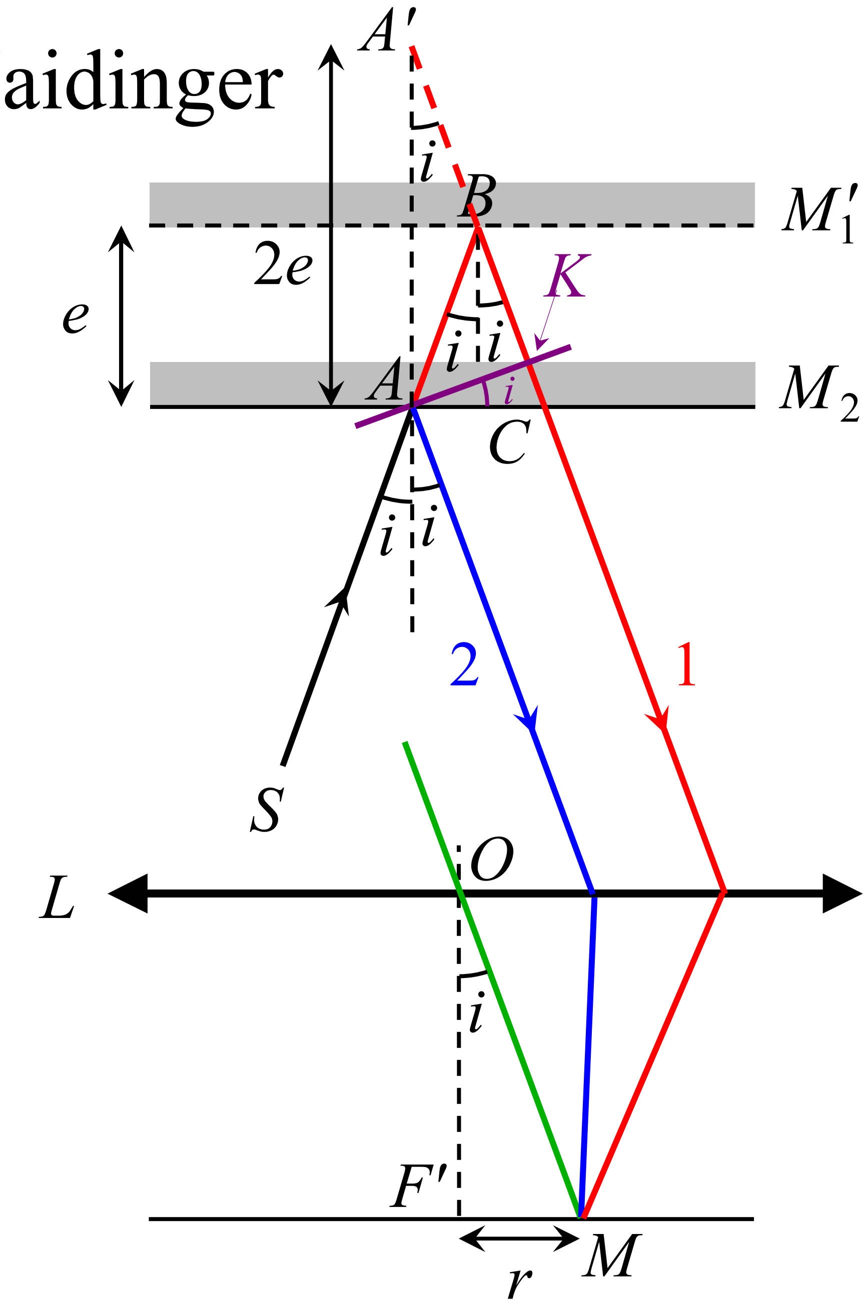
donc $\delta_{1/2}(M) = (AB) + (BK) + (KM) - (AM)_2$

$$= (AB) + (BK) = n_{air}[AB + BK]$$

$$= n_{air}[A'B + BK] = n_{air} A'K$$

soit simplement $\boxed{\delta_{1/2}(M) = 2n_{air} e \cos i}$

La différence de marche ne dépend que de l'angle i (angle d'inclinaison par rapport à la normale) : on va obtenir des *franges d'égale inclinaison*.



2. b) Figure d'interférences : anneaux de Haidinger

- Forme des franges

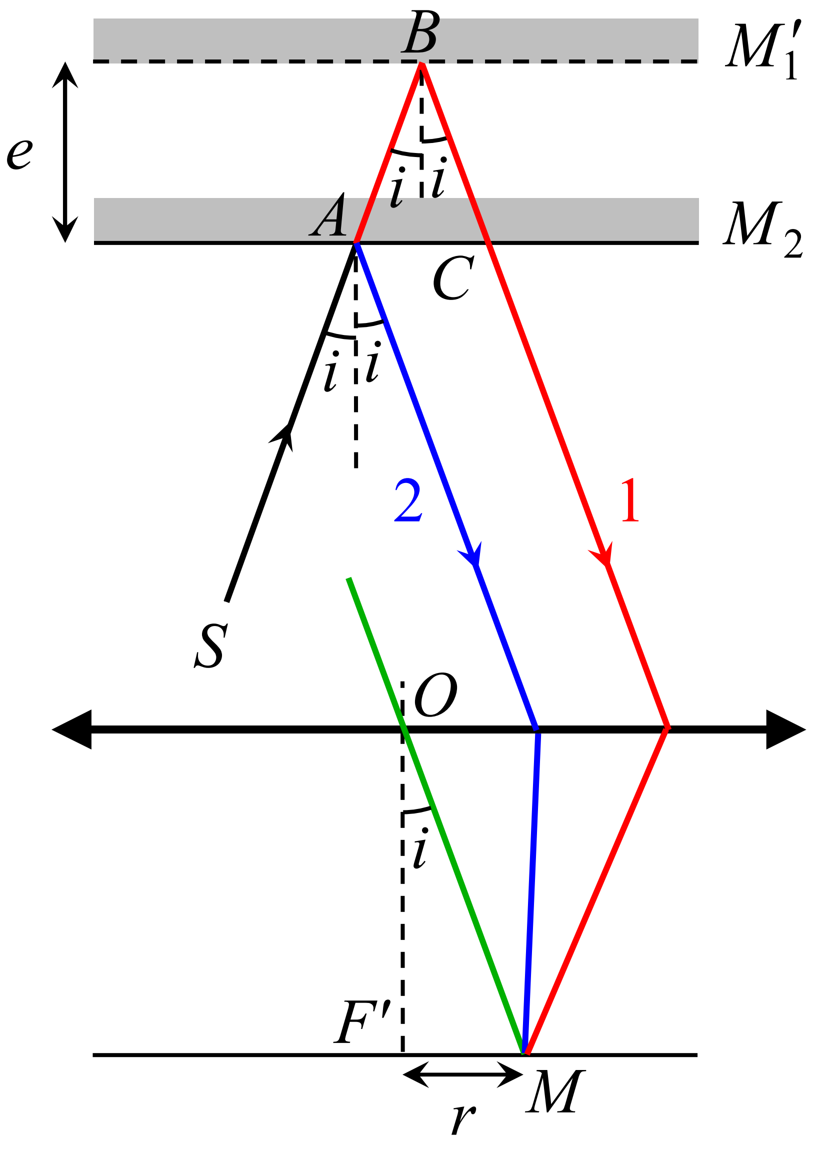
On a trouvé $\delta_{1/2}(M) = 2n_{\text{air}}e\cos i$

Or $\tan i = \dfrac{r}{f'} \approx i$ (car $i \ll 1$) avec $r = F'M$

Avec $\cos i \approx 1 - \dfrac{i^2}{2}$ on obtient : $\boxed{\delta_{1/2}(M) = 2n_{\text{air}}e\left[1 - \dfrac{r^2}{2f'^2}\right]}$

Ordre : $p(M) = \dfrac{\varphi_{1/2}(M)}{2\pi} = \dfrac{\delta_{1/2}(M)}{\lambda_0} = \dfrac{2e}{\lambda}\left[1 - \dfrac{r^2}{2f'^2}\right]$

Il y a invariance par rotation autour de l'axe (OF') : tous les points M à la même distance r de F' ont le même ordre d'interférences.
Les franges sont donc des *cercles* de centre F', appelés *anneaux de Haidinger*.



2. b) Figure d’interférences : anneaux de Haidinger

Anneaux (franges d’égale inclinaison) obtenus en lumière monochromatique

2. b) Figure d'interférences : anneaux de Haidinger

- Variation de l'ordre p sur l'écran

$$p(M) = \frac{2e}{\lambda}\left[1 - \frac{r^2}{2f'^2}\right]$$

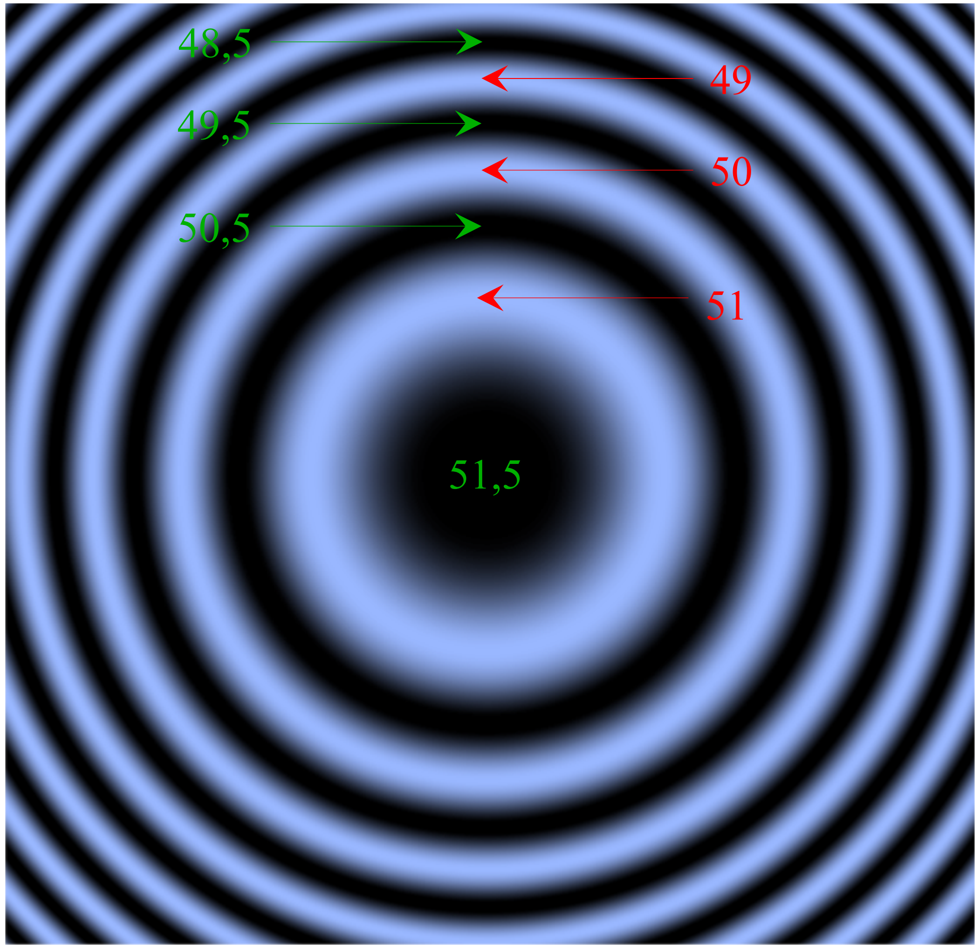
Quand r augmente, p diminue.

– Ordre au centre (point F') : $p_0 = \dfrac{2e}{\lambda}$

Exemple : pour $e = 12{,}0$ µm, $\lambda = 466$ nm, $p_0 = 51{,}5$

– Premier anneau brillant : ordre $\lfloor p_0 \rfloor$

Anneaux brillants suivants : $\lfloor p_0 \rfloor - 1$, $\lfloor p_0 \rfloor - 2\ldots$



- Remarque

Il n'y a pas d'anneau d'ordre 0. En effet, l'ordre 0 correspondrait à un angle i = 90°, donc à un point M à l'infini sur l'écran.

2. b) Figure d'interférences : anneaux de Haidinger

● Modification de l'épaisseur *e* (par chariotage)

Pour un anneau donné (ordre p fixé), le rayon est $r_p = f'\sqrt{2 - \frac{\lambda p}{e}}$

C'est une fonction croissante de e.

Quand on diminue e pour se rapprocher du contact optique, chaque anneau rétrécit et finalement « entre » au centre de la figure.

Les anneaux sont alors de moins en moins serrés, de moins en moins nombreux.

Quand on arrive au contact optique, il n'y a plus d'anneaux, l'éclairement est uniforme.

● Interfrange ?

La distance entre deux anneaux voisins n'est pas constante : les anneaux de plus grand rayon sont plus serrés, On ne peut donc pas définir une interfrange.

2. b) Figure d'interférences : anneaux de Haidinger

● Anneaux de Haidinger en lumière de spectre large (lampe à vapeur de mercure)

− Pas d'anneau blanc (pas d'ordre 0)

− Au voisinage du contact optique ($|\delta| < \ell_c$), quelques anneaux colorés

− Loin du contact optique, pas d'anneaux visibles, blanc d'ordre supérieur

− Au contact optique : teinte plate (écran uniforme)

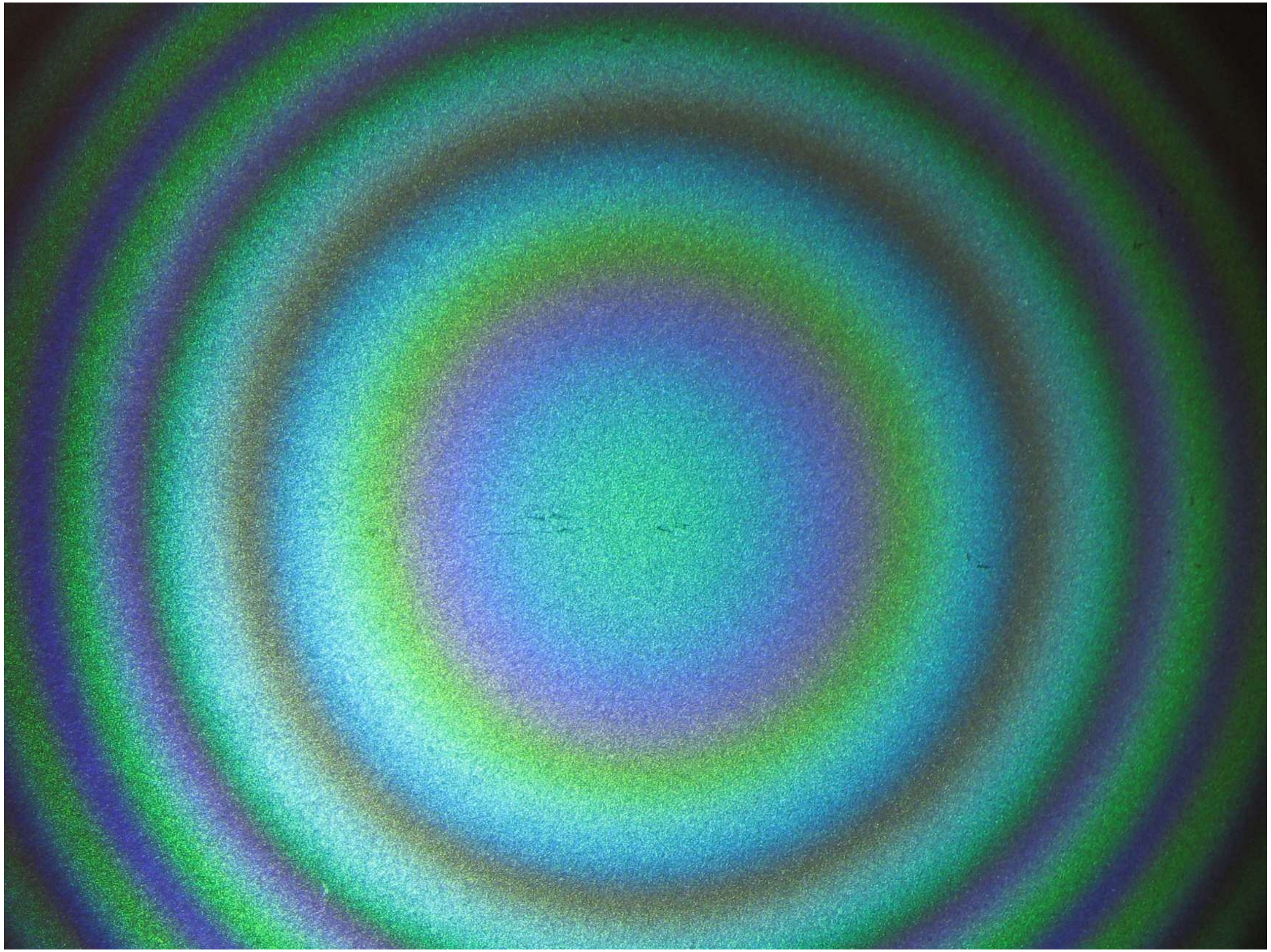


Photo
Alain Le Rille

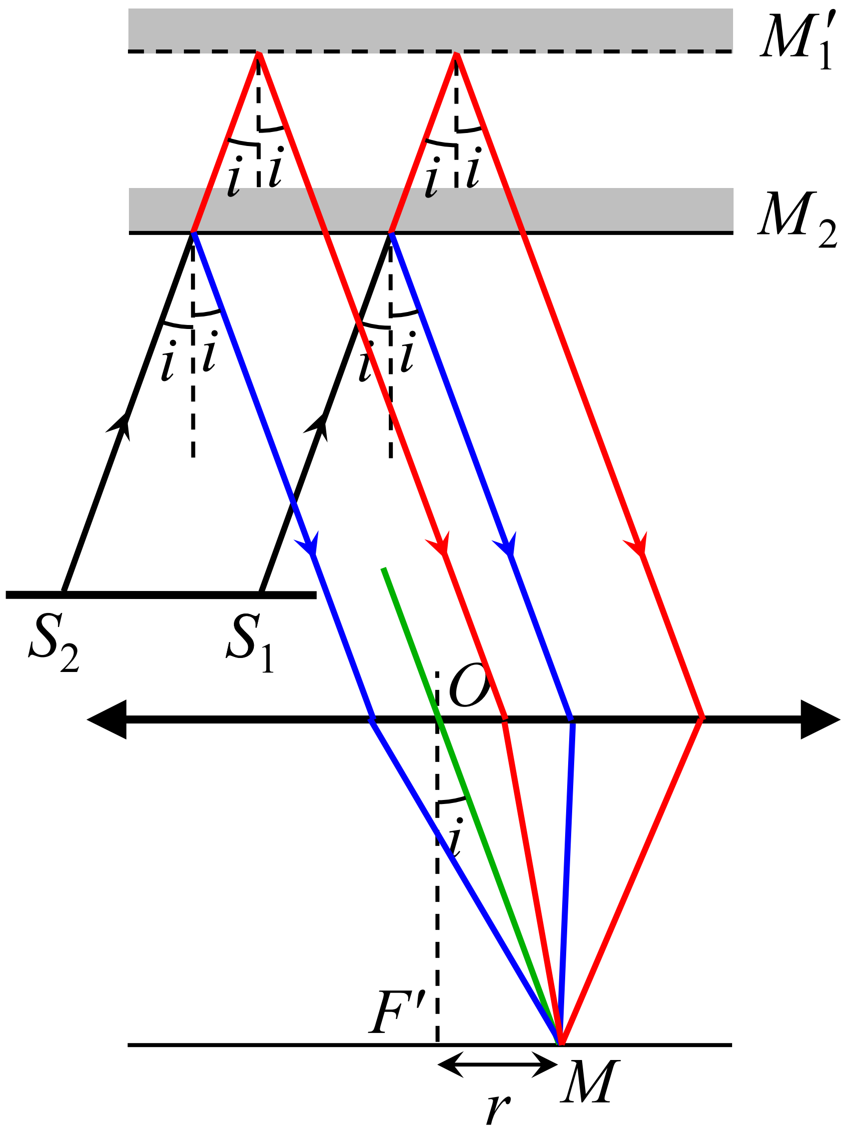
2. c) Élargissement de la source

● Effet de l'élargissement

Deux rayons de même angle i, venant de deux points sources différents S_1 et S_2, arrivent au même point M avec le même déphasage.

Donc S_1 et S_2 donnent la même figure d'interférence.

Il n'y a donc *pas de diminution de contraste*, quelle que soit la largeur de la source.



● Comparaison avec les trous de Young

Avec les trous (ou fentes) de Young, le contraste diminue quand on élargit la source, et s'annule (disparition des franges) pour la largeur de brouillage $d_{\max}$.

2. c) Élargissement de la source

● Généralisation

Avec un dispositif à *division de front d'onde* (trous de Young…) :

– le contraste diminue quand la source s'élargit ; 

– les interférences ne sont pas localisées (on peut mettre l'écran n'importe où). 

Avec un dispositif à *division d'amplitude* (Michelson…) :

– le contraste reste bon quand la source s'élargit ; 

– les interférences sont localisées (on doit mettre l'écran à un endroit précis). 

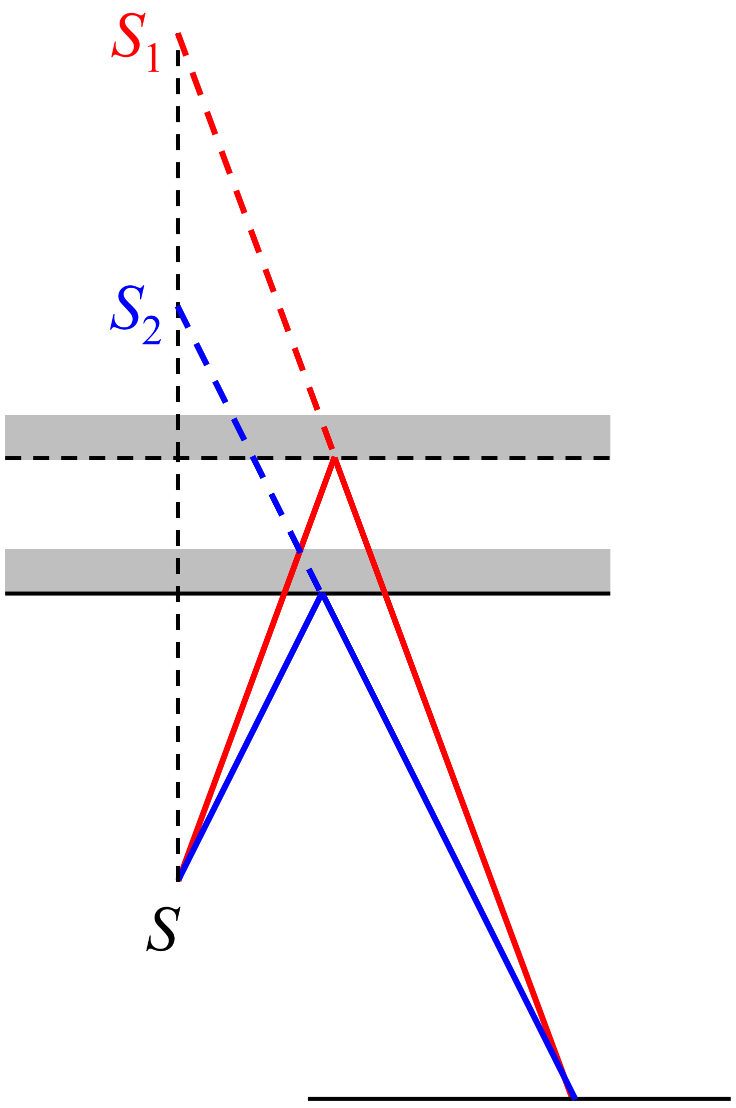
2. c) Élargissement de la source

- **Remarque**

Avec un Michelson en lame d'air, et avec une source ponctuelle S, on observe des anneaux sur un écran, même s'il n'est pas à l'infini (interférences non localisées). Pourquoi ?

Il y a dans ce cas une division de front d'onde (donc on ne peut pas élargir la source).

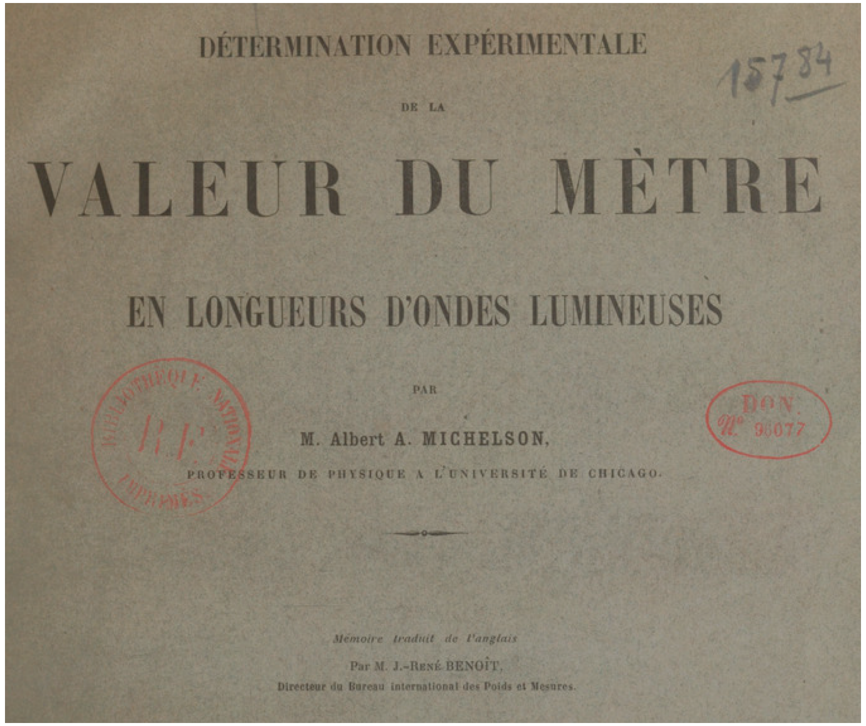
L'ensemble est équivalent à deux sources ponctuelles S_1 et S_2 (les images de S par les deux miroirs), cohérentes et en phase.



2. d) Applications

● Mesures historiques

Vitesse de la lumière (Michelson, 1881 ; Michelson & Morley, 1887)



DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE

DE LA

VALEUR DU MÈTRE

EN LONGUEURS D'ONDES LUMINEUSES

PAR

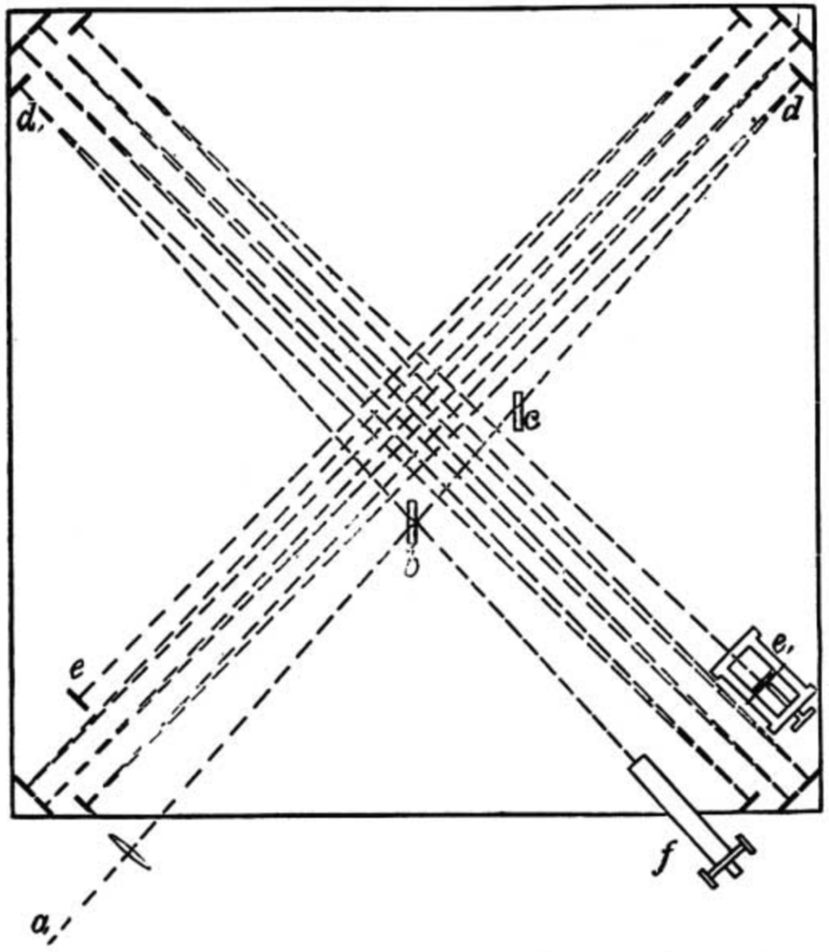
M. Albert A. MICHELSON,

PROFESSEUR DE PHYSIQUE A L'UNIVERSITÉ DE CHICAGO.

Mémoire traduit de l'anglais

Par M. J.-René BENOÎT,

Directeur du Bureau international des Poids et Mesures.



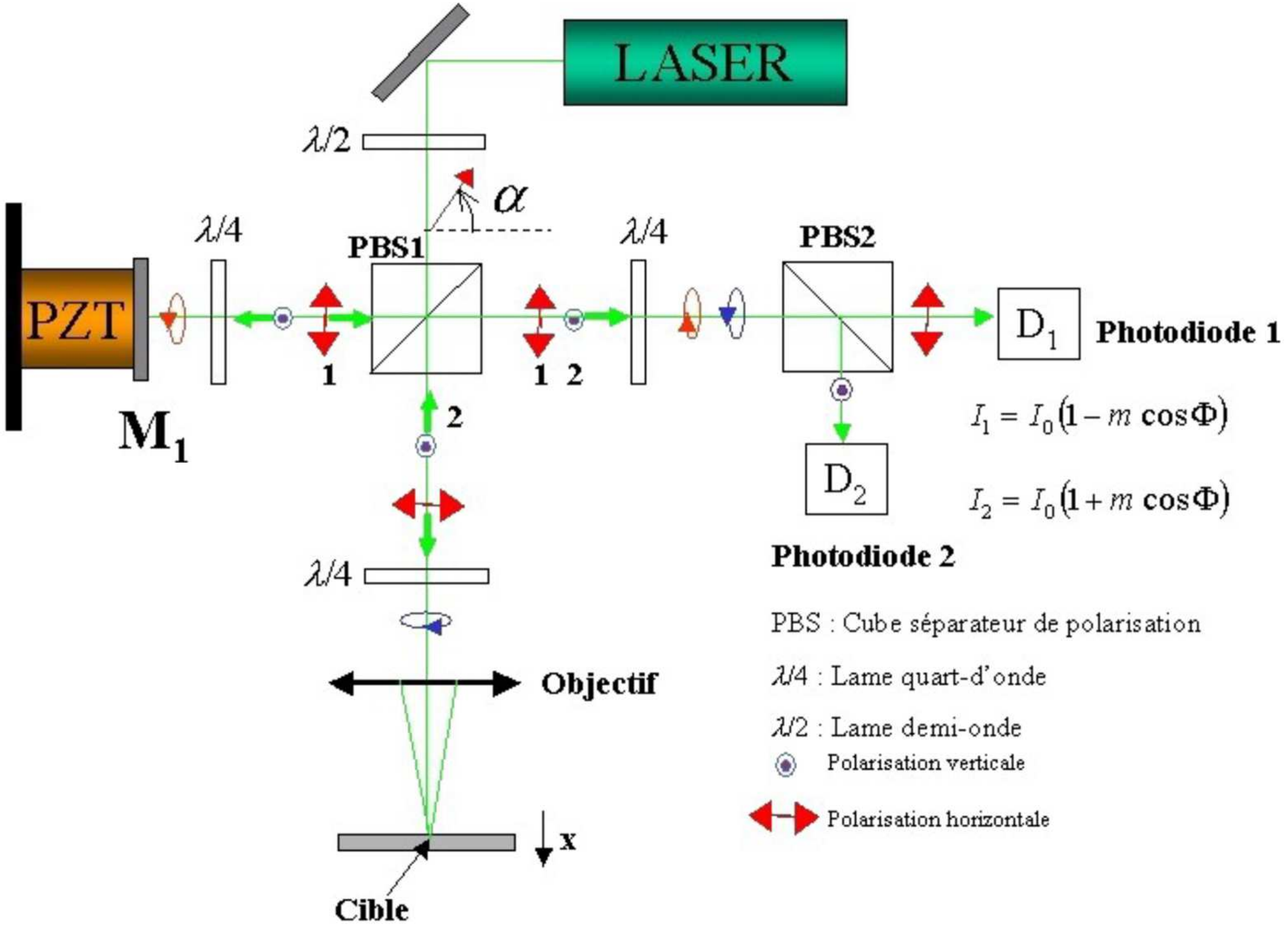
Valeur du mètre en longueurs d'onde de vibration du cadmium (Michelson & Benoît, 1894)

● Mesure de l'indice d'un gaz *(voir exercice et TP)*

2. d) Applications

● Mesure d'un mouvement lent ou de faible amplitude

Si le miroir mobile est lié à un objet (cible) effectuant un petit mouvement, l'enregistrement des variations d'intensité ou le comptage des franges permet de mesurer une vitesse, une amplitude…



2. d) Applications

● Détection des ondes gravitationnelles

Détecteurs LIGO (États-Unis, première détection en 2015, prix Nobel  2017 pour Weiss, Barish et Thorne), Virgo (Europe, 2017), KAGRA (Japon, 2020)…

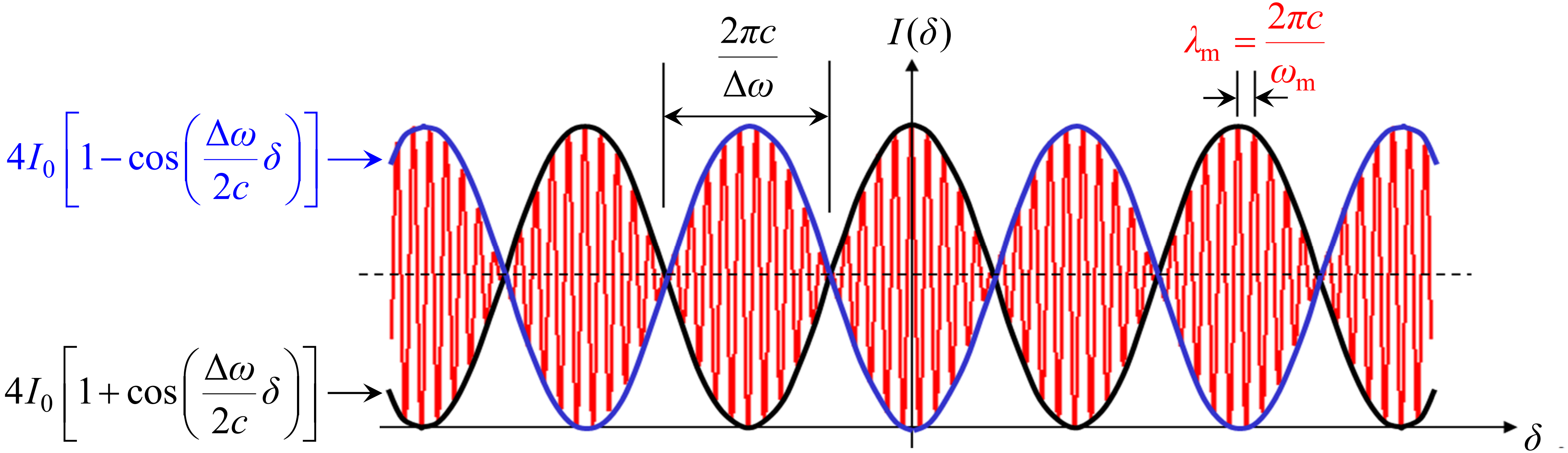
2. d) Applications

- Spectroscopie : résolution d'un doublet spectral

$$I(\delta) = 4I_0\left[1+\underbrace{\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2c}\delta\right)}_{\substack{\text{variation lente}\\ \text{en fonction de } \delta}}\underbrace{\cos\left(\frac{\omega_m}{c}\delta\right)}_{\substack{\text{variation rapide}\\ \text{en fonction de } \delta}}\right] = 4I_0\left[1+\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2c}\delta\right)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_m}\delta\right)\right]$$

$\rightarrow$ franges de période $\lambda_m = \dfrac{2\pi c}{\omega_m}$

$\rightarrow$ deux enveloppes, chacune de période $\dfrac{4\pi c}{\Delta\omega}$, période globale $\dfrac{2\pi c}{\Delta\omega}$



2. d) Applications

- Spectroscopie : résolution d'un doublet spectral

$$I(\delta) = 4I_0\left[1+\underbrace{\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2c}\delta\right)}_{\substack{\text{variation lente}\\ \text{en fonction de } \delta}}\underbrace{\cos\left(\frac{\omega_m}{c}\delta\right)}_{\substack{\text{variation rapide}\\ \text{en fonction de } \delta}}\right] = 4I_0\left[1+\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2c}\delta\right)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_m}\delta\right)\right]$$

$\rightarrow$ franges de période $\lambda_m = \dfrac{2\pi c}{\omega_m}$

Au voisinage d'une certaine valeur de δ : $\quad \cos\left(\dfrac{\Delta\omega}{2c}\delta\right) \approx \text{cte}$

Si $\cos\left(\dfrac{\Delta\omega}{2c}\delta\right) > 0$: $\quad I_{max} = 4I_0\left[1+\cos\left(\dfrac{\Delta\omega}{2c}\delta\right)\right] \quad I_{min} = 4I_0\left[1-\cos\left(\dfrac{\Delta\omega}{2c}\delta\right)\right]$

Si $\cos\left(\dfrac{\Delta\omega}{2c}\delta\right) < 0$: $\quad I_{max} = 4I_0\left[1-\cos\left(\dfrac{\Delta\omega}{2c}\delta\right)\right] \quad I_{min} = 4I_0\left[1+\cos\left(\dfrac{\Delta\omega}{2c}\delta\right)\right]$

Contraste : $\quad \gamma = \dfrac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad$ soit $\quad \boxed{\gamma(\delta) = \left|\cos\left(\dfrac{\Delta\omega}{2c}\delta\right)\right|}$

Il y a donc une diminution du contraste, mais celui-ci est *local* : il varie en fonction de δ.

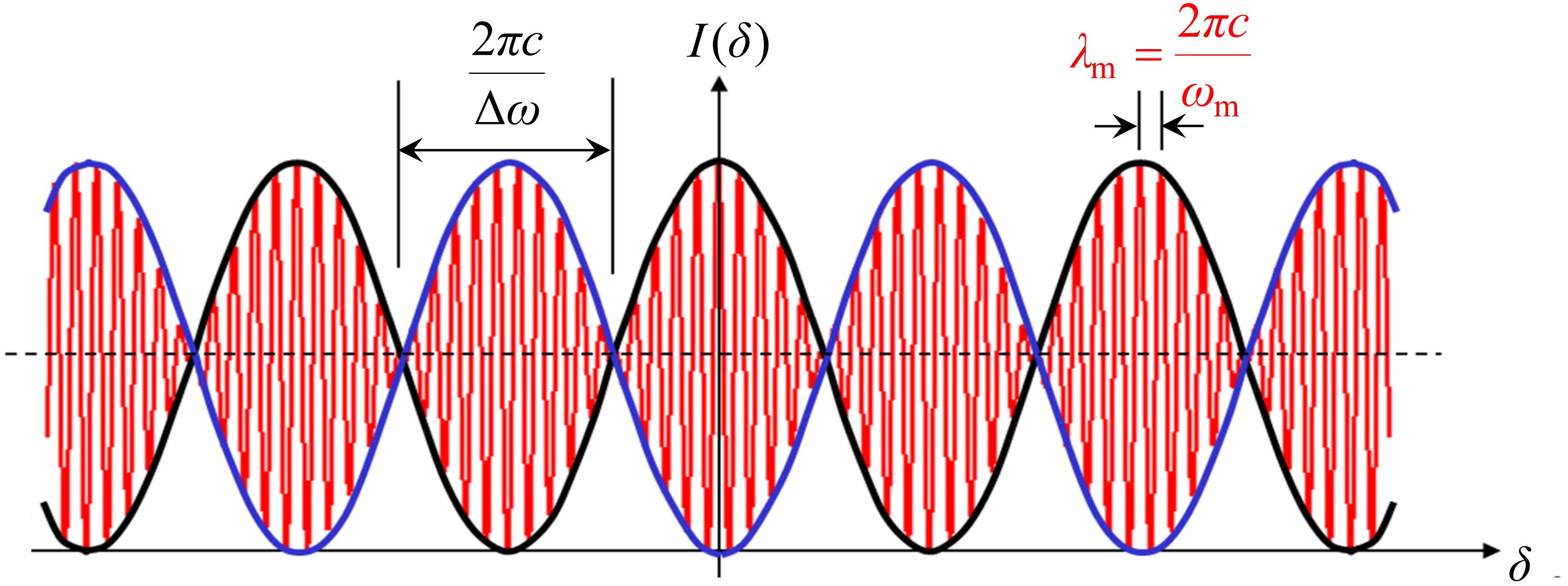
2. d) Applications

- Spectroscopie : résolution d'un doublet spectral

Contraste local : $\gamma(\delta) = \left|\cos\left(\dfrac{\Delta\omega}{2c}\delta\right)\right|$

Il y a brouillage des franges lorsque $\gamma(\delta) = 0$, soit : $\dfrac{\Delta\omega}{2c}\delta = \dfrac{\pi}{2} + m\pi$ donc $\delta = \dfrac{\pi c}{\Delta\omega} + m\dfrac{2\pi c}{\Delta\omega}$

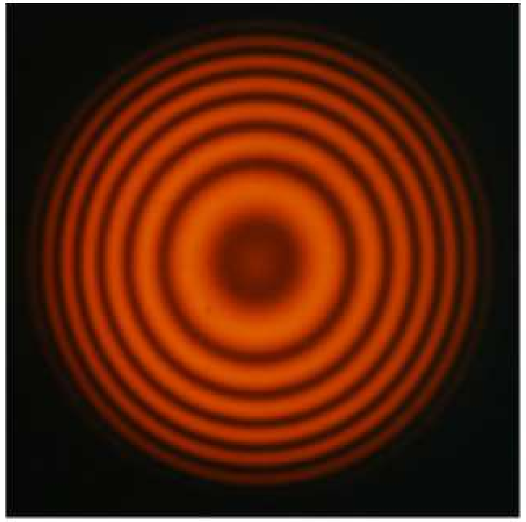
Entre deux brouillages, la différence de marche varie de $\dfrac{2\pi c}{\Delta\omega} = \dfrac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda}$.

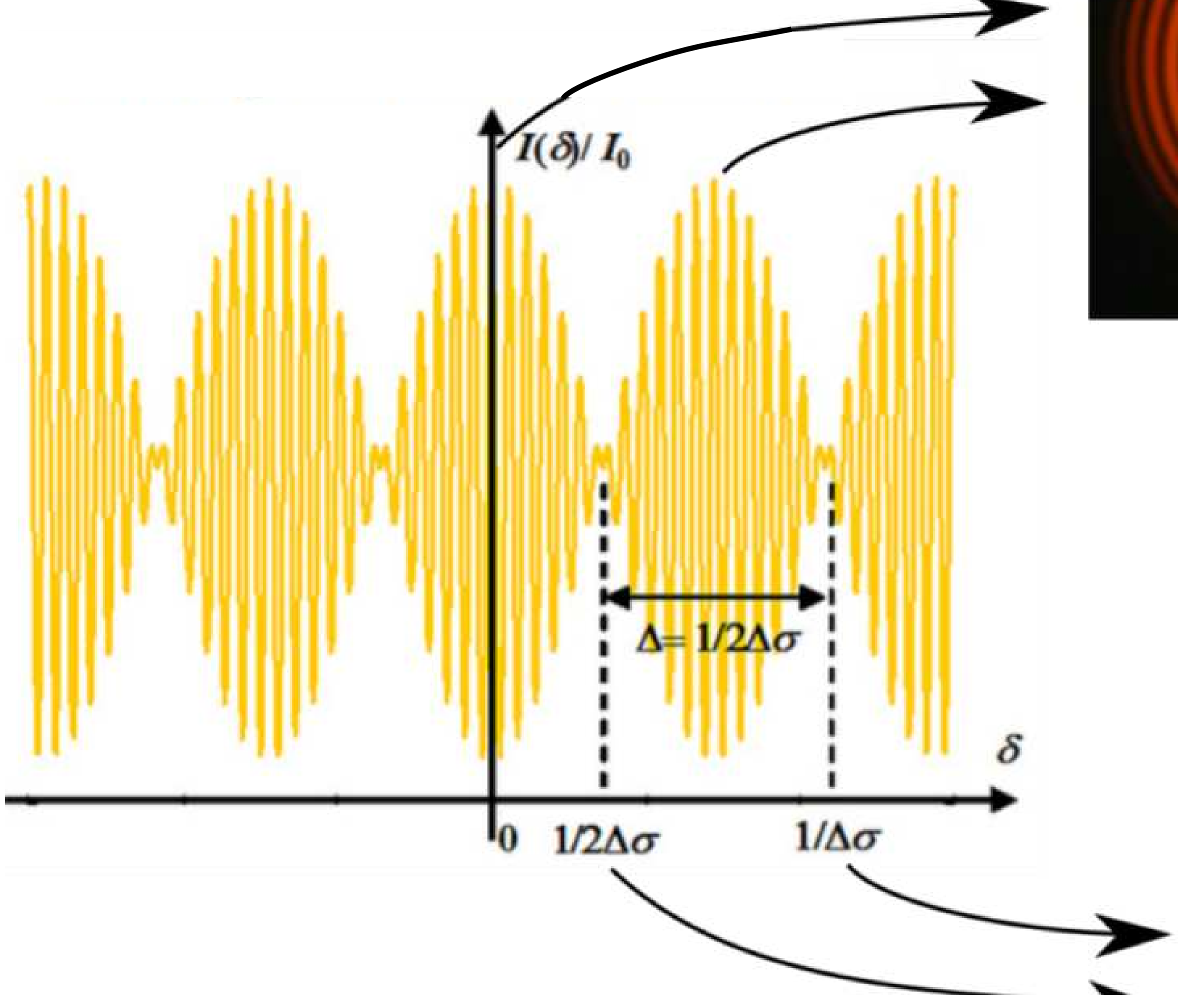


2. d) Applications

● Spectroscopie : résolution d'un doublet spectral

En configuration lame d'air de l'interféromètre de Michelson, on chariote M_1 et on observe un brouillage périodique des anneaux (voir TP).





Pour $\delta = 2n_{\text{air}}e\cos i \approx 2e$,

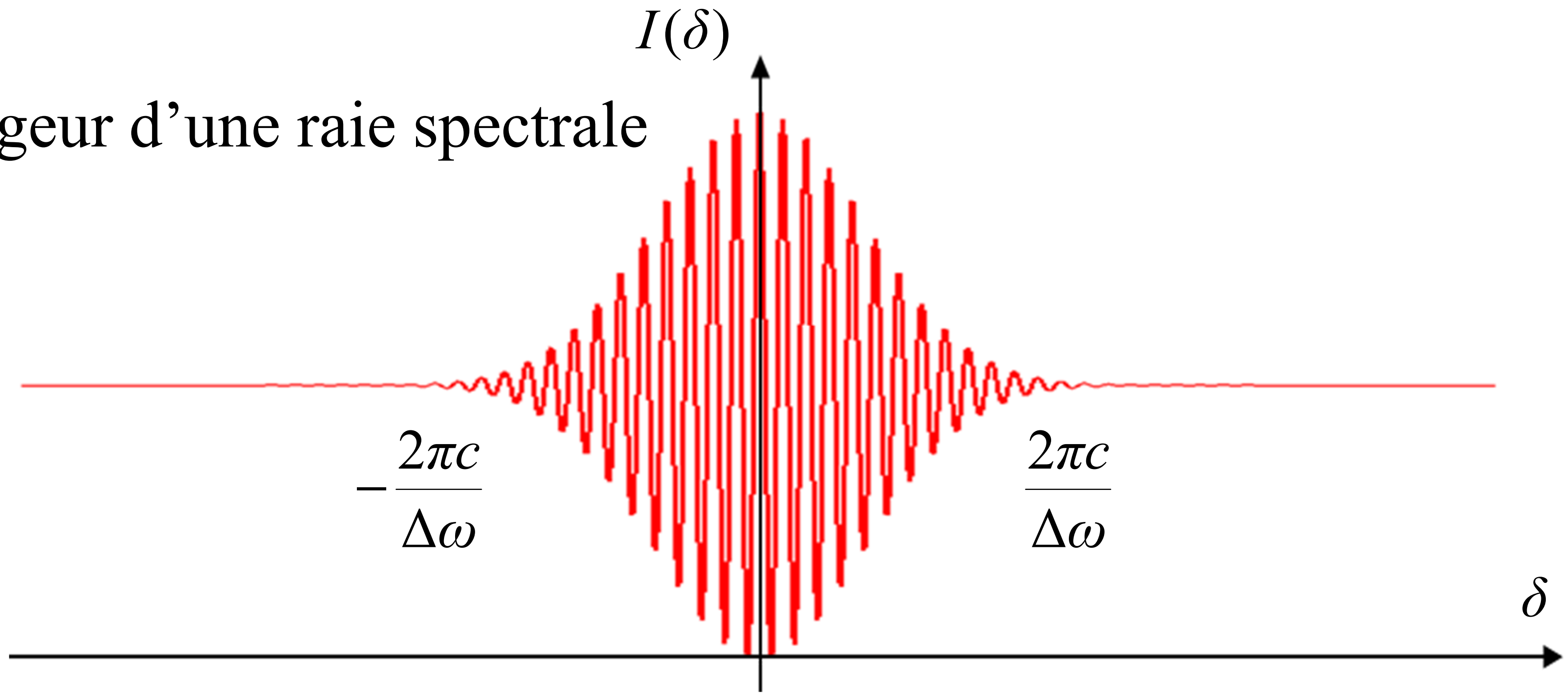
e varie de $\dfrac{\pi c}{\Delta\omega} = \dfrac{\lambda_{\text{m}}^2}{2\Delta\lambda}$

entre deux brouillages.

On peut alors en déduire l'écart $\Delta\lambda$ entre les deux raies.

2. d) Applications

● Spectroscopie : largeur d'une raie spectrale



Les franges sont visibles pour $|\delta| < \ell_c \sim \dfrac{2\pi c}{\Delta\omega} = \dfrac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda}$ soit $e < \dfrac{\ell_c}{2} \sim \dfrac{\pi c}{\Delta\omega} = \dfrac{\lambda_m^2}{2\Delta\lambda}$.

On chariote M_1 et on observe un brouillage progressif des anneaux : on en déduit un ordre de grandeur de ℓ_c, puis de la largeur $\Delta\lambda$ de la raie.

3. Utilisation en coin d'air

a) Localisation et conditions d'observation

Les miroirs ont entre eux un angle ε très faible ($\varepsilon \sim 10''$ soit $\varepsilon \sim 10^{-4}$ rad).

● Localisation des franges

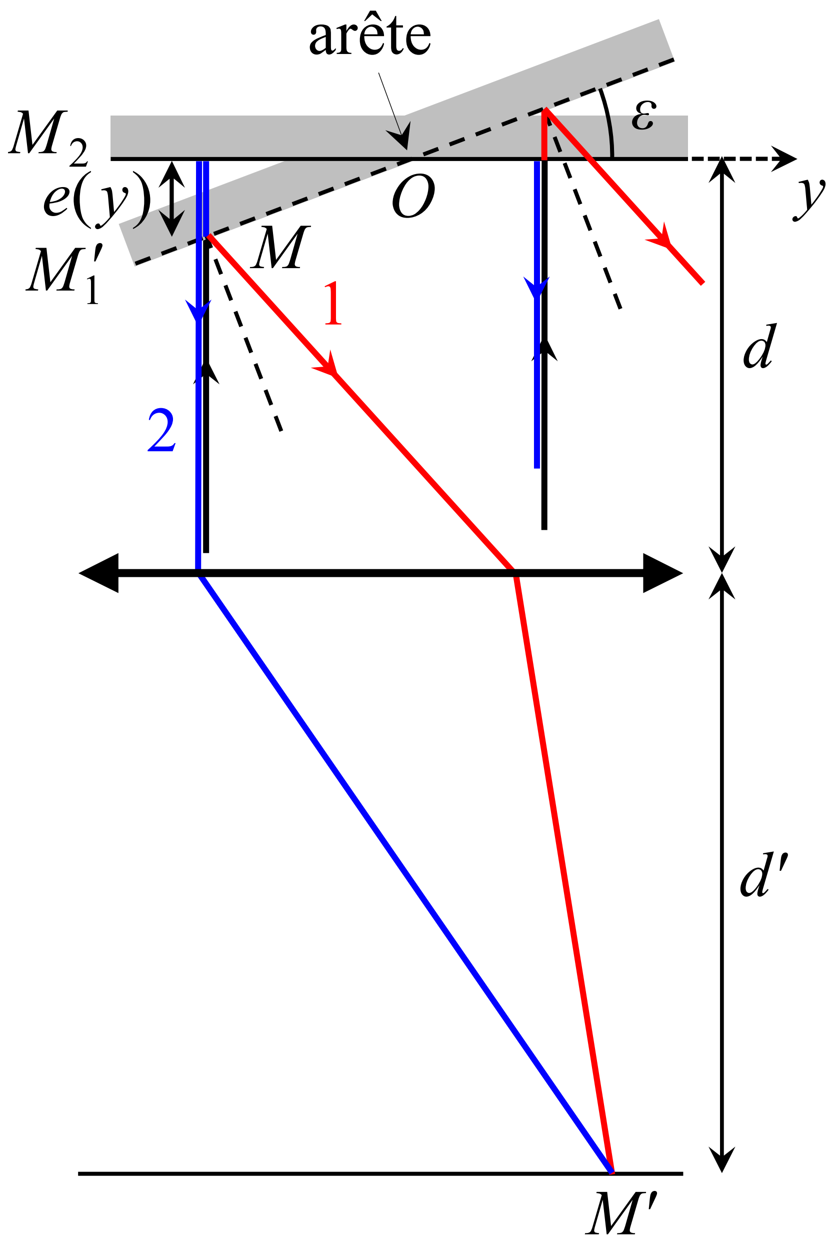
On éclaire les miroirs sous incidence normale (ou très proche de la normale).

Deux rayons qui interfèrent se coupent sur l'un des miroirs. Les franges d'interférences du coin d'air sont donc *localisées sur les miroirs*.

● Observation

On peut les voir en regardant directement les miroirs.

Pour pouvoir faire des mesures, on forme une image (agrandie et inversée) des miroirs sur un écran avec une lentille de courte focale. Grandissement : $|\gamma| = \dfrac{d'}{d}$



3. b) Figure d'interférences : franges d'égale épaisseur

● Différence de marche

Pour un angle d'incidence i très faible : $\boxed{\delta_{2/1}(M) \approx 2n_{\text{air}}e(y)}$

Or $\tan\varepsilon = \dfrac{e(y)}{y} \approx \varepsilon$ donc $\boxed{\delta_{2/1}(M) = 2n_{\text{air}}\varepsilon y}$

La différence de marche ne dépend que de l'épaisseur $e(y)$: *franges d'égale épaisseur*.

● Forme des franges

Ordre d'interférences : $$p(M) = \frac{\varphi_{1/2}(M)}{2\pi} = \frac{\delta_{1/2}(M)}{\lambda_0} = \frac{2\varepsilon y}{\lambda}$$

$p(M) = \text{cte} \Leftrightarrow y = \text{cte}$ donc les franges sont *rectilignes, parallèles à l'arête*.

Frange d'ordre 0 : $p(M) = 0 \Leftrightarrow y = 0$ donc c'est l'arête du coin d'air

Franges brillantes : $p(M) = m$ (entier) pour $y = m\dfrac{\lambda}{2\varepsilon}$ Franges sombres : $y = \left(m + \dfrac{1}{2}\right)\dfrac{\lambda}{2\varepsilon}$

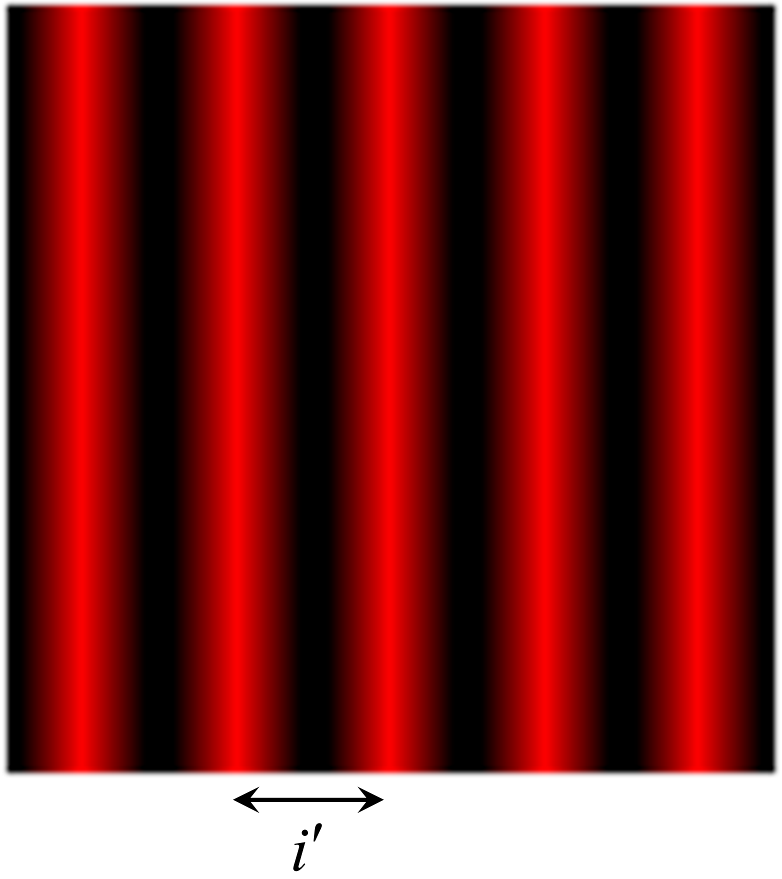
Interfrange : $\boxed{i = \dfrac{\lambda}{2\varepsilon}}$ sur les miroirs ; $i' = |\gamma|\dfrac{\lambda}{2\varepsilon} = \dfrac{d'}{d}\dfrac{\lambda}{2\varepsilon}$ sur l'écran

Exemple : pour $\varepsilon = 1{,}0\cdot10^{-4}$ rad, $\lambda = 0{,}546$ µm, $|\gamma| = 4{,}0$: $i = 2{,}7$ mm, $i' = 1{,}1$ cm

3. b) Figure d'interférences

Franges du coin d'air
sur les miroirs

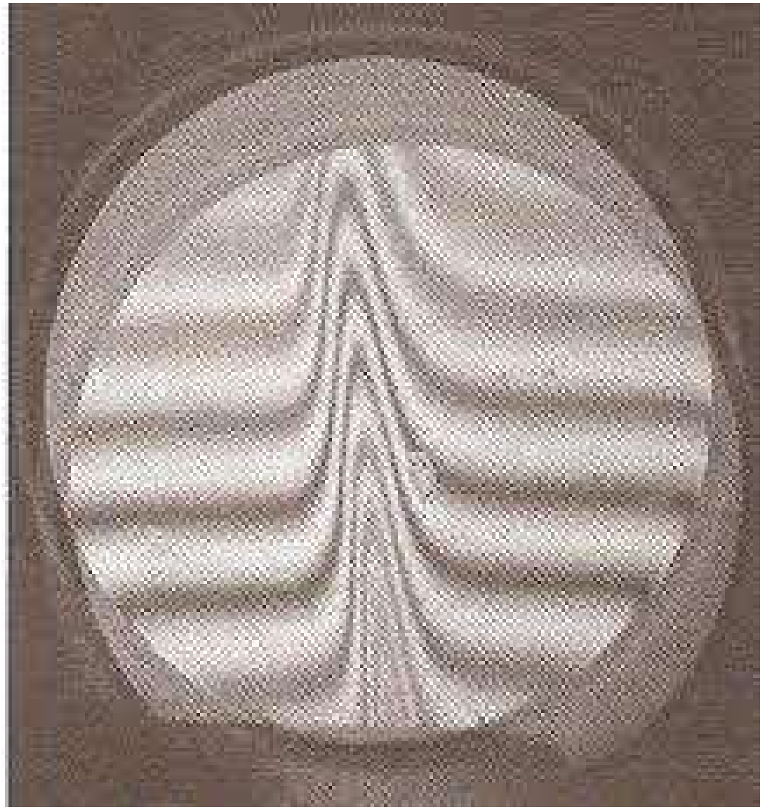
Franges du coin d'air
projetées sur un écran



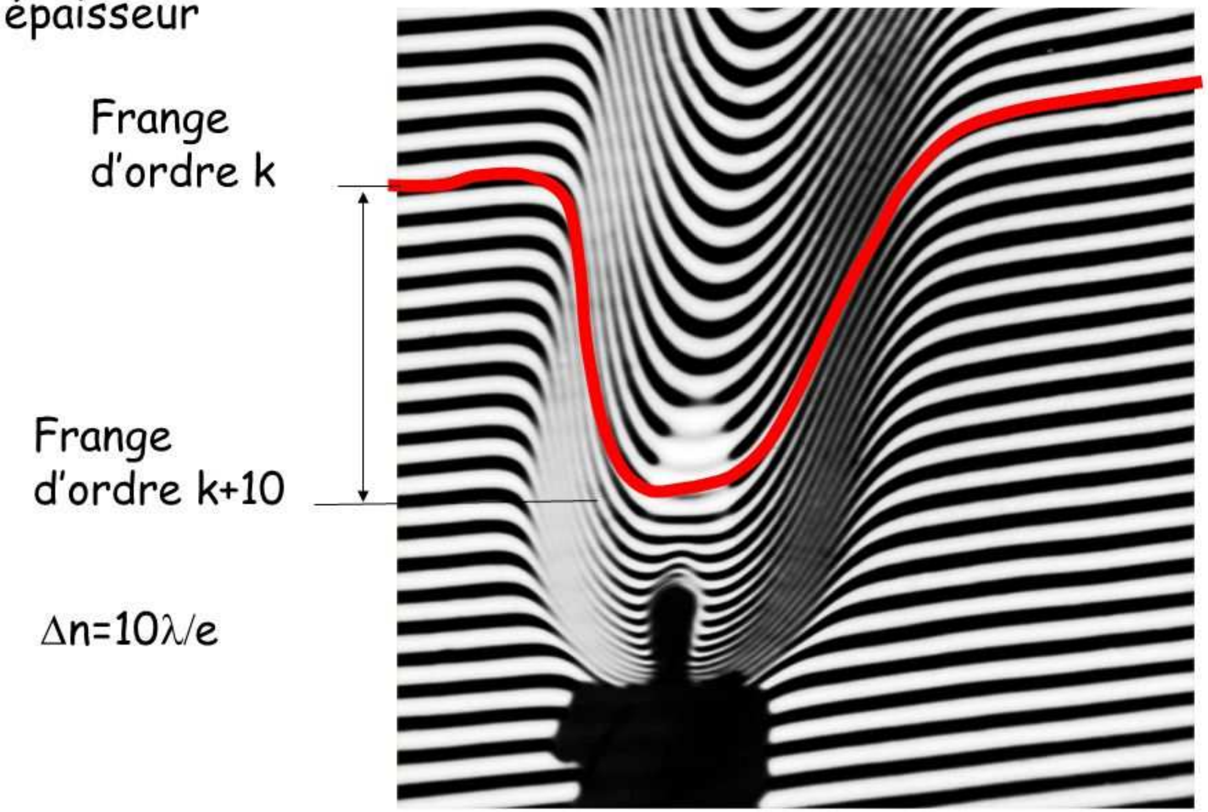
3. c) Applications

- Mesure d'une très petite rotation d'un objet
- Visualisation des variations d'indice d'un gaz

Écoulement du gaz d'un briquet



Visualisation interférentielle d'une flamme de diffusion en configuration en franges d'égale épaisseur



3. c) Applications

● Mesure d'une déformation sur un miroir

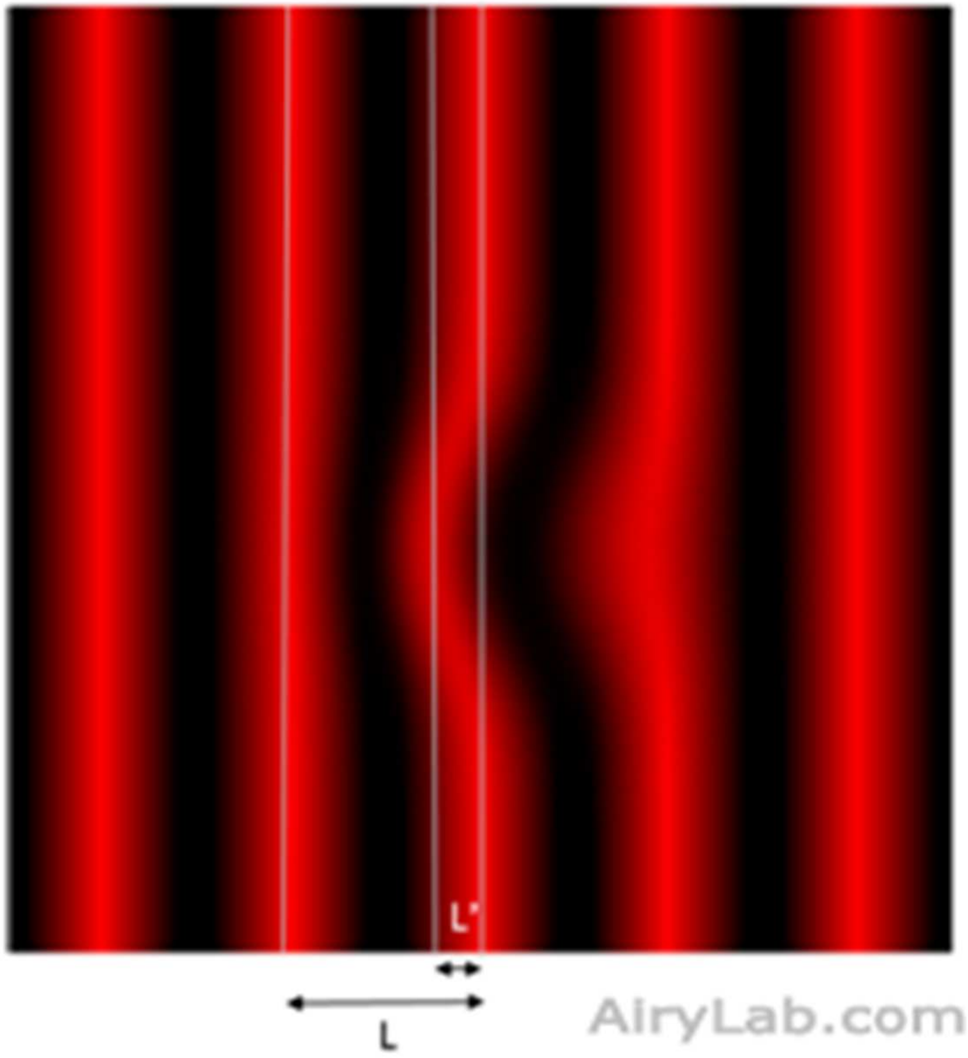
Si l'épaisseur $e(y)$ varie de h :

$$\delta_{2/1}(M) \text{ varie de } 2n_{\text{air}}h$$

$$p \text{ varie de } \frac{2h}{\lambda}$$

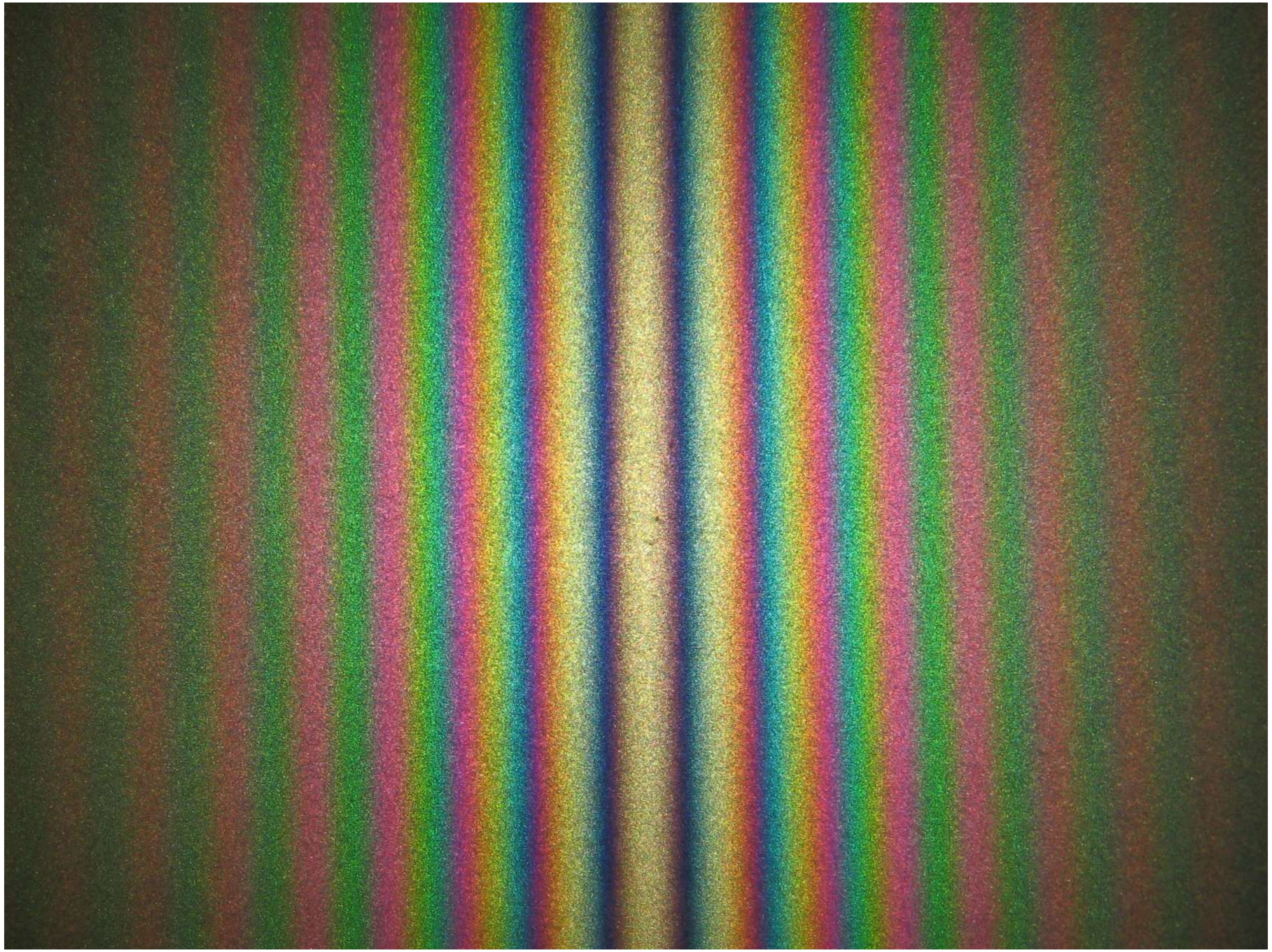
d'où un décalage de $L' = \frac{2h}{\lambda}L$

dont on peut déduire $h = \frac{\lambda}{2}\frac{L'}{L}$



3. c) Applications

● Observation en lumière blanche



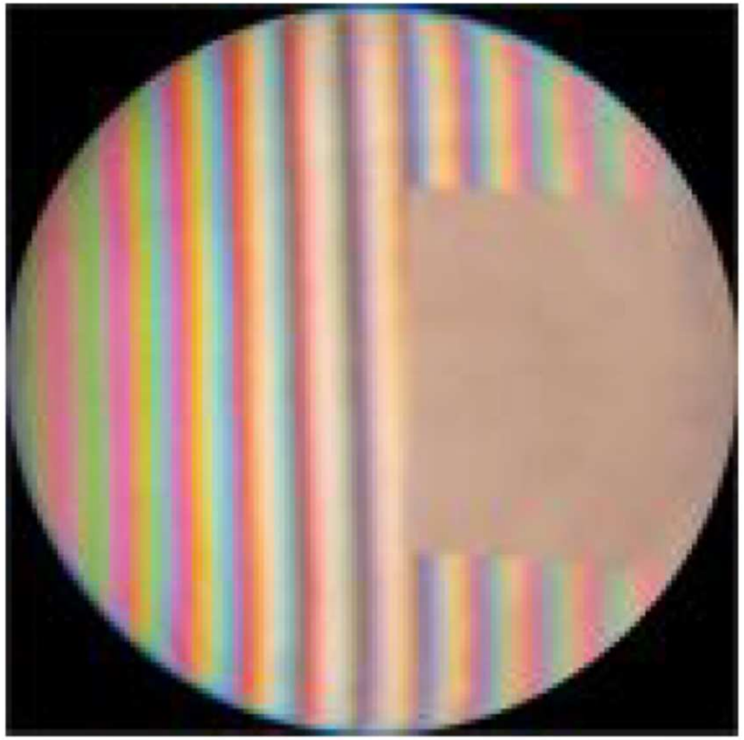
Franges du coin d'air en lumière blanche

Photo
Alain Le Rille

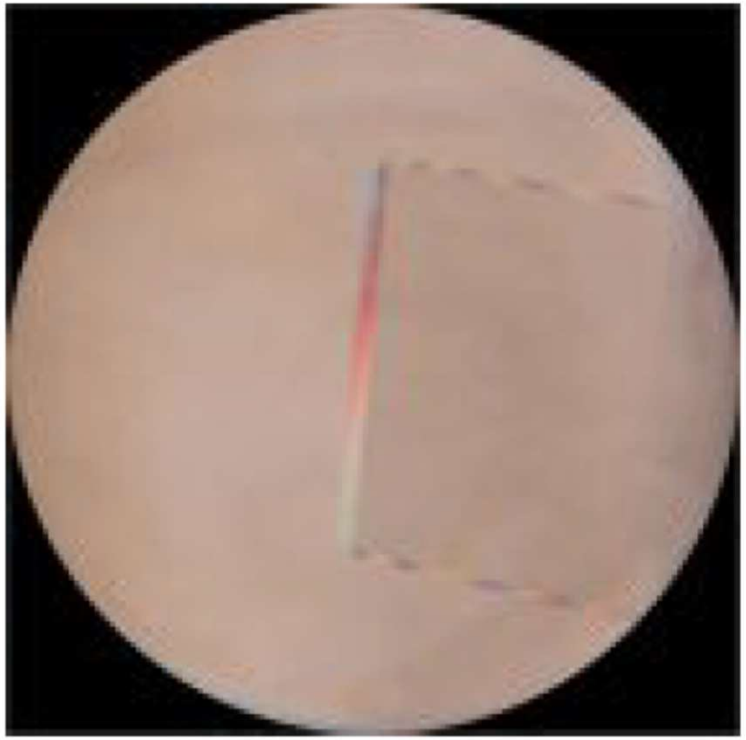
3. c) Applications

● Mesure d’épaisseur

Mesure d’épaisseur d’une fine lame de mica, en TP



Réglage initial



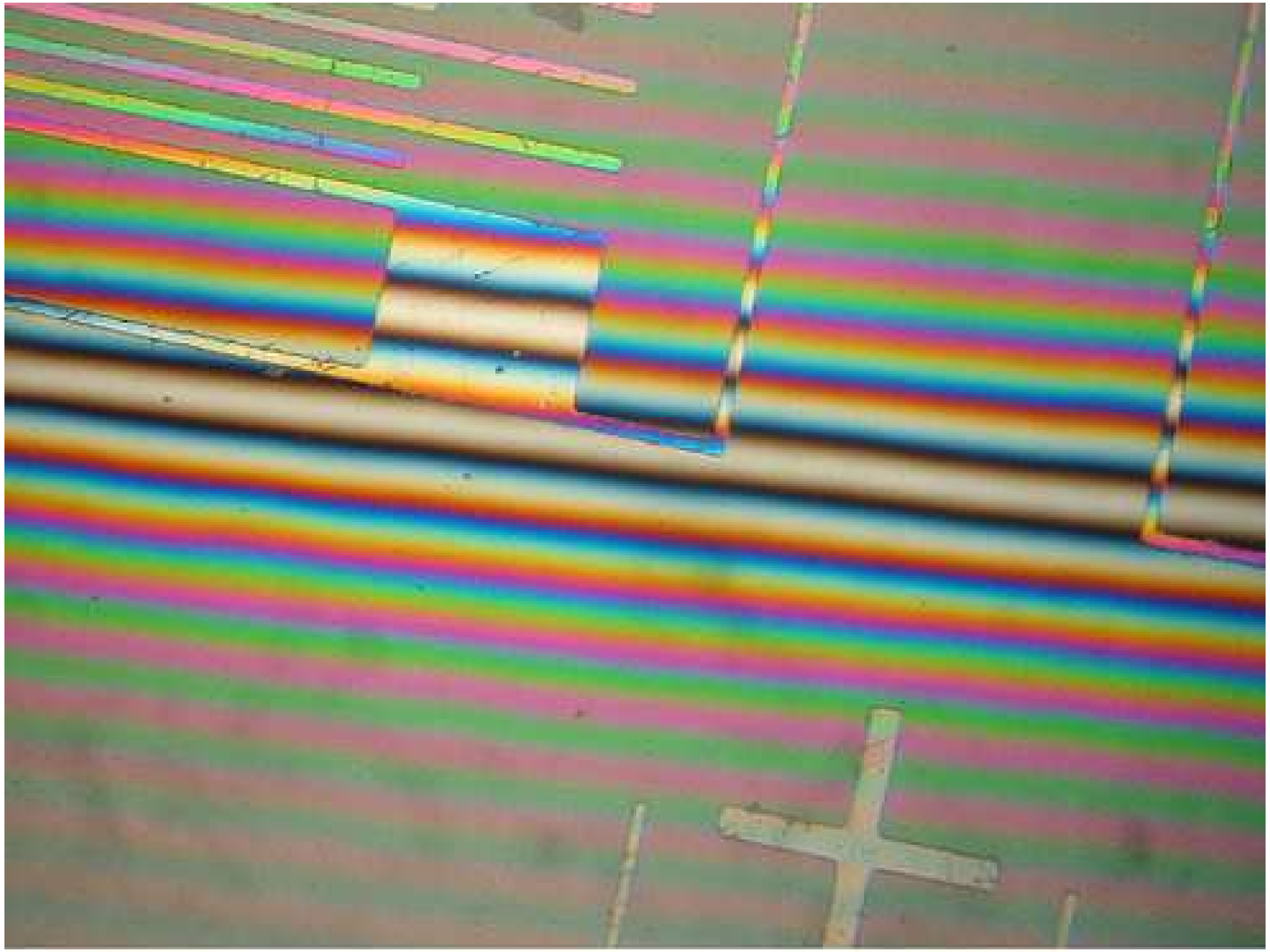
Réglage intermédiaire

Réglage final

3. c) Applications

- Mesure d'épaisseur

Mesure d'épaisseur sur un circuit électronique (avec un *objectif de Mirau*)



Microphotographie de pistes (épaisses, ~0,5µm) d'aluminium sur un substrat plan de silicium. Objectif de Mirau 10×/0,30 ∞/0.

3. c) Applications

● Imagerie

Imagerie de la rétine de l'œil par la méthode de *tomographie en cohérence optique* (OCT)

3. c) Applications

● Autres exemples de franges d’égale épaisseur