

Corrigé du devoir d'entraînement de physique n° 4

▣ Premier problème (corrigé rédigé par Delphine Arcizet et Bruno Martens)

D.1. 1. Les ondes sont planes, on utilise le théorème de Malus pour calculer la différence de marche.

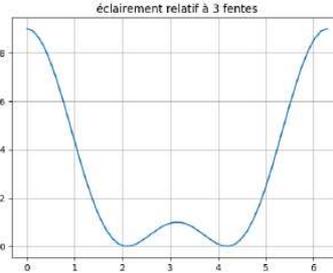
Calcul classique : $\delta \simeq \frac{2az}{f'}$ et donc $2\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} \Rightarrow \varphi \simeq \frac{2\pi az}{\lambda f'}$

2. les ondes sont cohérentes, il faut sommer les amplitudes : $\underline{s} = \underline{s}_1 + \underline{s}_2 = 2s_0 \cos(\varphi)$ et $E = \underline{s}\underline{s}^* = 4s_0^2 \cos^2(\varphi) = 4E_0 \cos^2(\varphi) = 2E_0(1 + \cos(2\varphi))$

D.2. 1. on reprend les calculs précédents : $\underline{s} = \underline{s}_0 + \underline{s}_1 + \underline{s}_2 = s_0(1 + e^{j\varphi} + e^{-j\varphi}) = s_0(1 + 2\cos(\varphi))$ d'où le résultat demandé

2. on obtient comme valeurs : 9,0,1,0,9

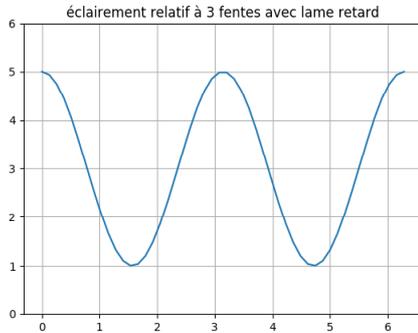
3. il vient :



4. (a) Soit φ_0 le déphasage supplémentaire induit au niveau de F_0 par la présence de la lame. Le calcul précédent devient : $\underline{s} = s_0(e^{j\varphi_0} + e^{j\varphi} + e^{-j\varphi}) = s_0(j + 2\cos(\varphi))$

Et donc $E = s_0^2(j + 2\cos(\varphi))(-j + 2\cos(\varphi)) = s_0^2(1 + 4\cos^2(\varphi))$

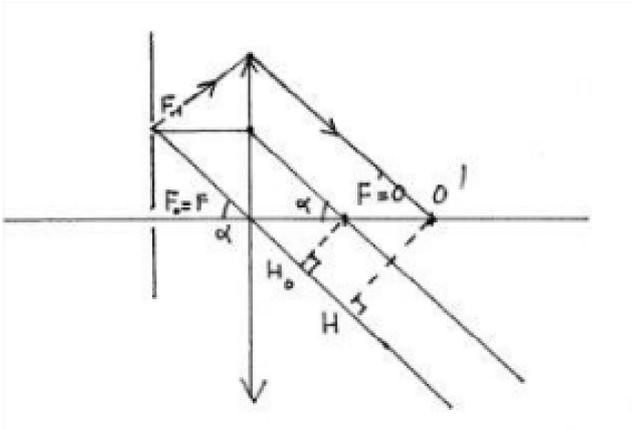
l'allure de la courbe est la suivante :



on note bien une alternance périodique de franges brillantes (E max) et sombres (E min mais non nul).

(b) On a : $\varphi_0 = \frac{2\pi(n-1)e}{\lambda}$ et donc $\varphi_0 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \lambda = 4(n-1)e = 0.6 \mu m$, correspondant donc à de l'orange.

(c) signalons ici un oubli de l'énoncé, remarqué par notre collègue B. Salamito. Il est nécessaire de préciser que les fentes sont dans le plan focal objet de la seconde lentille. On obtient alors la figure suivante :



en supposant $F_0 = F$, $(F_1O') - (F_0O') = (F_1H) - (F_0O')(Malus) = (F_1H) - (F_0O) - (OO') = (F_1H) - (F_1O) - (OO') = (F_1H) - (F_1H_0) - (OO')(Malus) = \overline{H_0H} - \overline{OO'} = x \cos(\alpha) - x \simeq -\frac{\alpha^2}{2}x$

D'où : $e \simeq -\frac{\alpha^2 x}{2(n-1)}$

D.2.3. (Vous voyez, il faut toujours lire un sujet jusqu'à la fin !)

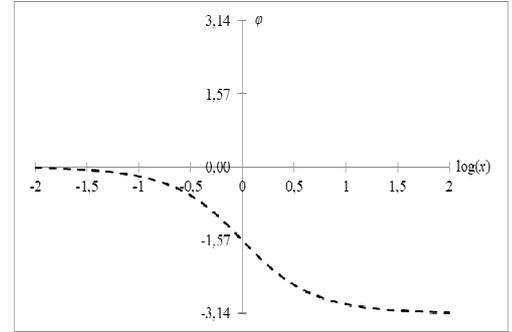
□ Deuxième problème

A.1. Le montage comporte une boucle de rétroaction sur l'entrée - de l'ALI, celui-ci fonctionne donc en régime linéaire (si le signal d'entrée n'est pas trop grand), donc les potentiels de ses deux entrées sont égaux : $v^+ = v^-$. De plus, l'ALI étant supposé idéal, les courants dans ses entrées sont nuls : ainsi les deux résistances R peuvent être considérées en série, et de même pour R' et C .

R' et C constituent donc un (pont) diviseur de tension : $v_{\pm} = \frac{1/jC\omega}{1/jC\omega + R'} v_e = \frac{1}{1 + jR'C\omega} v_e$.

Et l'intensité est la même dans les deux R : $i = \frac{v_e - v^-}{R} = \frac{v^- - v_s}{R}$ d'où $v^- = \frac{v_e + v_s}{2}$ (en réels ou en complexes)

Finalement : $v^+ = v^- \Leftrightarrow \frac{1}{1 + jR'C\omega} v_e = \frac{v_e + v_s}{2}$ d'où $\boxed{\frac{H}{v_e} = \frac{v_s}{v_e} = \frac{1 - jR'C\omega}{1 + jR'C\omega} = \frac{1 - jx}{1 + jx}}$.



A.2. $G = |H| = \frac{|1 - jx|}{|1 + jx|} = \frac{\sqrt{1 + x^2}}{\sqrt{1 + x^2}}$ soit $\boxed{G = 1}$ à toute fréquence. Aucune fréquence

n'est amplifiée ou atténuée, d'où le terme *passé-tout*.

$\varphi = \arg(H) = \arg(1 - jx) - \arg(1 + jx) = \arctan(-x) - \arctan(x)$ soit $\boxed{\varphi = -2 \arctan(x)}$.

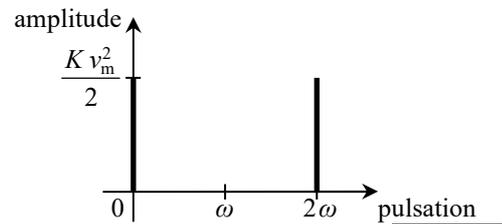
Ce filtre n'agit que sur la phase du signal, d'où le terme *déphaseur*. À partir de $\log(x) = 1$ environ, soit $\omega = 10\omega_0$, le déphasage devient pratiquement constant et égal à $-\pi$.

B.1. On doit décomposer le signal en une somme de fonctions sinusoïdales :

$w(t) = K v(t)^2 = K v_m^2 \sin^2(\omega t) = \frac{K v_m^2}{2} [1 - \cos(2\omega t)]$.

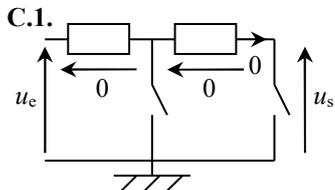
Le spectre de Fourier de ce signal comporte donc deux composantes, de pulsations 0

(composante continue) et 2ω , et de même amplitude $A = \frac{K v_m^2}{2}$.

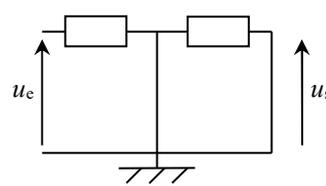


B.2. Un passe-bas de pulsation $\omega_0 \ll \omega$ élimine la composante à 2ω mais laisse passer la composante continue : on obtient $v_s(t) \approx A$ (s'il n'y a pas d'amplification ou d'atténuation dans la bande passante). Un passe-bas de pulsation $\omega_0 \gg \omega$ laisse passer les deux

composantes : on obtient $v_s(t) \approx w(t)$. Enfin un passe-bande de pulsation centrale ω et de facteur de qualité élevé (donc très sélectif) ne garderait que des pulsations très proches de ω , il élimine donc les deux composantes : on obtient $v_s(t) \approx 0$.



En BF : les condensateurs se comportent comme des coupe-circuits. Alors $u_s \approx u_e$ car les tensions aux bornes des résistances (sans courant) sont nulles.



En HF : les condensateurs se comportent comme de simples fils. Alors $u_s \approx 0$ car c'est la tension aux bornes d'un fil.

Ce quadripôle est donc un filtre passe-bas.

C.2. Modules des deux fonctions de transfert : $\underline{H} = \frac{|H_0|}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}$ pour la première, $\underline{H} = \frac{|H_0|}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right)^2 + \frac{\omega^2}{Q^2 \omega_0^2}}}$ pour la

deuxième. Lorsque ω tend vers zéro (c'est-à-dire $\omega \ll \omega_0$), le module de la première fonction tend vers 0, tandis que celui de la deuxième tend vers $|H_0|$. Lorsque ω tend vers l'infini (c'est-à-dire $\omega \gg \omega_0$), le module des deux fonctions tend vers zéro. C'est donc la deuxième fonction de transfert qui correspond à un passe-bas (la première étant celle d'un passe-bande).

C.3. On peut identifier deux ponts diviseurs de tension successifs, en introduisant une tension intermédiaire u aux bornes de la capacité du milieu. On rappelle qu'un diviseur de tension est constitué de *deux impédances en série*, et que la formule donne le

rapport entre la tension aux bornes de l'un des deux dipôles et la tension aux bornes de l'ensemble : $\frac{u_2}{u} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{Y_1}{Y_2 + Y_1}$ (et il est

souvent plus simple travailler avec les *admittances* plutôt qu'avec les impédances).

D'une part, les dipôles R et C de droite peuvent être considérés en série, puisqu'on ne branche rien en sortie, c'est-à-dire aux bornes de C , ils constituent donc un premier diviseur. La formule du diviseur de tension s'écrit alors : $\frac{u_s}{u} = \frac{1/jC\omega}{1/jC\omega + R} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$.

En revanche les dipôles R et C de gauche **ne sont pas** en série, puisqu'il y a un nœud entre les deux. Mais la résistance R de gauche est en série avec le dipôle constitué des trois autres (C du milieu en parallèle avec l'association RC série), ayant la tension u à ses bornes, et une *admittance* $jC\omega + \frac{1}{R + 1/jC\omega}$. La formule du diviseur de tension s'écrit alors, avec les admittances :

$\frac{u}{u_e} = \frac{1/R}{1/R + jC\omega + \frac{1}{R + 1/jC\omega}} = \frac{1}{1 + jRC\omega + \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega}}$. Donc $\frac{u_s}{u_e} = \frac{u_s}{u} \times \frac{u}{u_e} = \frac{1}{1 + jRC\omega} \times \frac{1}{1 + jRC\omega + \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega}} = \frac{1}{(1 + jRC\omega)^2 + jRC\omega}$

soit en développant : $\boxed{\frac{H}{u_e} = \frac{u_s}{u_e} = \frac{1}{1 + 3jRC\omega - R^2 C^2 \omega^2}}$. Cela correspond à la forme canonique en posant $\boxed{H_0 = 1}$, $\boxed{\omega_0 = \frac{1}{RC}}$ et $\boxed{Q = \frac{1}{3}}$.

C.4. Seuls les deux premiers diagrammes correspondent à des filtres passe-bas, tous les deux d'ordre 2 (pente de -40 dB/décade pour l'asymptote de haute fréquence). La courbe de droite, avec un pic de résonance, correspond à un assez grand facteur de qualité, ce qui n'est pas le cas ici. C'est donc le premier diagramme qui est le bon.

C.5. La fonction de transfert et le diagramme de Bode permettent d'étudier l'action du filtre sur un signal *sinusoidal*. Pour un signal quelconque, par exemple celui qui est donné ici, on doit donc considérer chaque composante de Fourier séparément, puis additionner les résultats obtenus (car le quadripôle est linéaire).

La première composante est le terme U_1 constant, c'est-à-dire de pulsation nulle. Pour cette pulsation, $\underline{H} = H_0 = 1$, donc on obtient en sortie un terme U_1 inchangé.

La deuxième composante est le terme $U_2 \cos\left(\frac{\omega_0 t}{100}\right)$, de pulsation $\frac{\omega_0}{100}$ (soit $\log(x) = -2$ sur le graphe), pulsation très basse pour

laquelle on a encore $\underline{H} \approx H_0 = 1$, donc on récupère aussi en sortie le terme inchangé $U_2 \cos\left(\frac{\omega_0 t}{100}\right)$.

La troisième composante est le terme $U_3 \cos(100\omega_0 t)$, de pulsation $100\omega_0$ (soit $\log(x) = 2$ sur le graphe). À cette haute fréquence,

$\underline{H} \approx -\frac{H_0 \omega_0^2}{\omega^2}$ donc $|\underline{H}| \approx \frac{H_0 \omega_0^2}{\omega^2} = \frac{1}{10^4} \ll 1$, donc ce terme est pratiquement éliminé.

On obtient donc finalement :
$$u_s(t) \approx U_1 + U_2 \cos\left(\frac{\omega_0 t}{100}\right)$$
