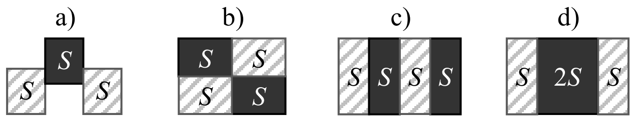
Exercices du chapitre Ém3

Distributions dipolaires ou autres

1. Nature d'une distribution

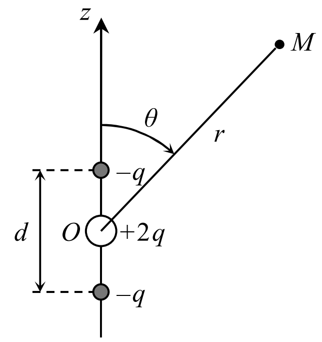
Chacune des quatre distributions ci-dessous est constituée de plaques uniformément chargées, soit avec la densité surfacique uniforme + σ (parties sombres), soit avec la densité opposée – σ (parties claires).

L'aire de chaque rectangle chargé est indiquée à l'intérieur.



Indiquer laquelle/lesquelles de ces quatre distributions, vues à grande distance, est/sont dipolaire(s) électrostatique(s).

2. Distribution quadrupolaire



a) Calculer le premier terme non nul (terme quadrupolaire) du potentiel électrostatique créé en M, à grande distance r, par la distribution $(-q,+2q,-q)$ représentée sur le schéma.

b) En déduire le champ électrostatique en M.

c) Représenter sur un schéma l'allure des surfaces équipotentielles, en déterminant d'abord la nature géométrique de l'équipotentielle $V = 0$. Ajouter quelques lignes de champ.

Actions subies par un dipôle

3. Interaction d'une charge et d'un dipôle

Une charge positive Q étant immobile en O, un dipôle de moment $\vec{p}$ est placé en un point M à la distance r de O, $\vec{p}$ ayant la direction et le sens de $\overrightarrow{OM}$.

Calculer de deux manières différentes la force qui s'exerce sur le dipôle. Vérifier le sens du vecteur obtenu.

4. Énergie d'interaction de Debye

Une molécule apolaire peut acquérir un moment dipolaire induit $\vec{p}$ sous l'effet d'un champ $\vec{E}$: on pose alors $\vec{p} = \varepsilon_0 \alpha \vec{E}$ où α est une constante caractéristique de la molécule (polarisabilité).

a) Déterminer la dimension de α. Expliquer pourquoi cette constante est toujours positive.

b) Énoncer l'équation de Maxwell–Faraday pour l'électrostatique, et en déduire trois relations entre dérivées partielles d'un champ électrostatique $\left(\dfrac{\partial E_x}{\partial y}, \text{etc.}\right)$.

c) On note $\vec{F}$ la force subie par un dipôle induit (donc *non rigide*), de la part du champ $\vec{E}$ qui le crée. À partir de la formule générale $F_x = \left(\vec{p}\cdot\overrightarrow{\text{grad}}\right)E_x$ pour chaque composante, et des résultats de la question b, montrer que $\vec{F}$ dérive d'une énergie potentielle $\mathcal{E}_\text{p}$, que l'on exprimera en fonction de ε_0, α et E (norme de $\vec{E}$), puis en fonction des vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{p}$.

On considère maintenant un gaz comportant d'une part des molécules polaires (dipôles permanents), d'autre part des molécules apolaires de polarisabilité α. Une molécule polaire ayant un moment permanent $\overrightarrow{p_0}$ est placée en O, et une molécule apolaire, placée en M, subit le champ $\vec{E}(M)$ créé par $\overrightarrow{p_0}$.

d) À partir de l'expression du champ créé par un dipôle, exprimer l'énergie potentielle $\mathcal{E}_\text{p}$ d'interaction entre les deux molécules, en fonction de ε_0, p_0 et des coordonnées sphériques de M.

e) En déduire la force subie par le dipôle induit.

f) La probabilité d'une colatitude comprise entre θ et $\theta + \mathrm{d}\theta$ est $\mathrm{d}P = \dfrac{1}{2}\sin\theta\,\mathrm{d}\theta$. Calculer la moyenne $<\mathcal{E}_\text{p}>$ de l'énergie potentielle.

☞ *Réponses partielles*

2. a) $V(M) = \dfrac{q\,d^2}{4\pi\,\varepsilon_0}\dfrac{1-3\cos^2\theta}{4\,r^3}$. **3.** $\vec{F}_{Q\to\vec{p}} = -\dfrac{Q\,p}{2\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e_r}$.

4. b) $\dfrac{\partial E_x}{\partial y} = \dfrac{\partial E_y}{\partial x}$, etc. c) $\mathcal{E}_\text{p} = -\dfrac{1}{2}\varepsilon_0\,\alpha\,E^2$.