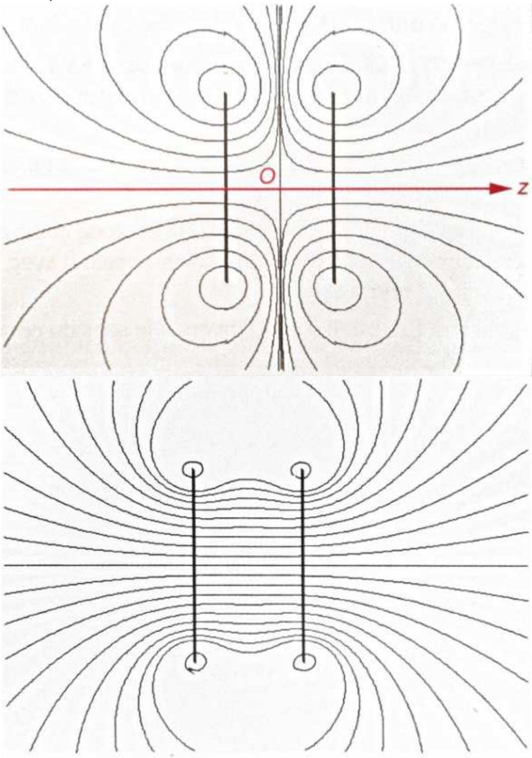
Exercices du chapitre Ém4

Topographie du champ magnétique

1. Analyse de cartes de champ

Les figures ci-dessous représentent les cartes de champs magnétostatiques créés par deux spires circulaires parallèles (vues en coupe dans un plan orthogonal aux spires). Dans l'un des deux cas, les courants dans les deux spires sont dans le même sens, dans l'autre cas ils sont de sens contraires.

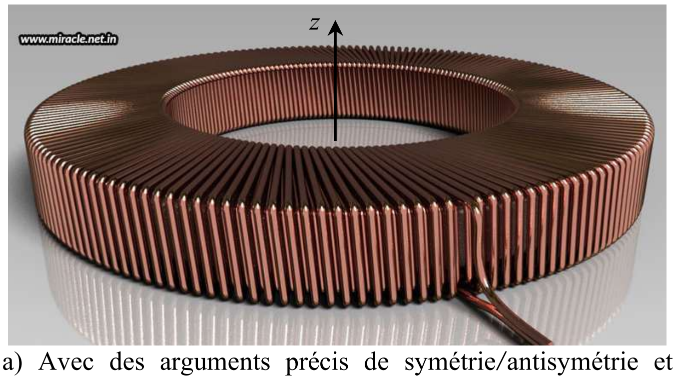


a) Identifier les deux cas avec des arguments de symétrie, et ajouter sur chaque schéma les orientations des courants et celles des lignes de champ.
b) Indiquer les zones où le champ est le plus intense.
c) Indiquer les zones éventuelles où le champ est pratiquement uniforme.

Théorème d'Ampère et inductance

2. Bobine torique (ou toroïdale)

Une bobine de transformateur est constituée de N spires enroulées sur un tore, d'axe de révolution (Oz) ; le courant qui passe dans chaque spire a une intensité I. Les spires étant jointives, cette distribution peut être assimilée à une distribution surfacique de courants.



a) Avec des arguments précis de symétrie/antisymétrie et d'invariance, simplifier la forme du champ magnétostatique $\vec{B}(M)$ créé en tout point M de l'espace par cette bobine.
b) Calculer $\vec{B}(M)$ avec le théorème d'Ampère, en indiquant clairement les étapes du calcul. On distinguera le cas d'un point à l'extérieur du bobinage et celui d'un point à l'intérieur.

Les calculs précédents sont indépendants de la forme des spires. Pour simplifier la suite, on suppose maintenant que les spires sont des carrés de côté a, les côtés verticaux étant situés aux distances R et $R + a$ de l'axe (Oz).
c) Calculer le flux du champ magnétique à travers une spire.
d) L'inductance L de la bobine est définie par la relation $\Phi = LI$, où Φ est le flux du champ à travers l'ensemble de la bobine (flux propre). Déterminer l'expression de L.

Dipôles et aimants

3. Interaction entre deux dipôles

On considère deux dipôles magnétostatiques rigides, l'un de moment $\overrightarrow{m_1}$ placé au point O, l'autre de moment $\overrightarrow{m_2}$ placé au point M. On donne l'expression en coordonnées sphériques du champ créé par $\overrightarrow{m_1}$: $\vec{B}(M) = \dfrac{\mu_0}{4\pi} \dfrac{3\left(\overrightarrow{m_1} \cdot \overrightarrow{e_r}\right)\overrightarrow{e_r} - \overrightarrow{m_1}}{r^3}$.

a) Exprimer l'énergie potentielle d'interaction des deux dipôles (c'est-à-dire l'énergie potentielle du dipôle 2 dans le champ créé par le dipôle 1, ou l'inverse). Comment peut-on calculer la force subie par $\overrightarrow{m_2}$ à partir de l'énergie potentielle ?
b) Déterminer la force subie par $\overrightarrow{m_2}$ dans les cas suivants :
– dipôles parallèles à $\overrightarrow{OM}$ et de même sens ;
– dipôles parallèles à $\overrightarrow{OM}$, $\overrightarrow{m_1}$ dans le même sens et $\overrightarrow{m_2}$ en sens contraire ;
– dipôles orthogonaux à $\overrightarrow{OM}$, parallèles entre eux et de même sens.
Commenter dans chaque cas le caractère attractif ou répulsif de la force.
c) Évaluer l'ordre de grandeur de l'énergie potentielle d'interaction entre les moments magnétiques de deux atomes, et comparer à l'énergie moyenne d'agitation thermique dans des conditions usuelles.
En déduire si l'interaction magnétique est suffisante pour maintenir une aimantation dans la matière en l'absence de champ extérieur.
(Dans les matériaux ferromagnétiques, il existe en plus un effet quantique, appelé interaction d'échange de Heisenberg, qui permet aux dipôles atomiques de rester alignés.)

Données : magnéton de Bohr $\mu_B = 9{,}3 \cdot 10^{-24}\ \mathrm{A \cdot m^2}$; perméabilité du vide $\mu_0 = 1{,}257 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{H \cdot m^{-1}}$; constante de Boltzmann $k_B = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J \cdot K^{-1}}$.

4. Ordres de grandeurs pour un aimant

a) Rappeler la formule de *l'inégalité de Heisenberg* en ordre de grandeur, également appelée *principe d'incertitude* (voir cours de PCSI). En déduire la dimension de la constante de Planck réduite $\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$.
b) Retrouver alors, par simple analyse dimensionnelle, l'ordre de grandeur du magnéton de Bohr μ_B (moment magnétique élémentaire à l'échelle atomique) en fonction de la charge élémentaire e, de la masse m_e de l'électron et de $\hbar$. Calculer sa valeur (toujours en ordre de grandeur).

Un aimant est constitué d'atomes ayant chacun un moment magnétique de l'ordre de grandeur de μ_B. Son aimantation maximale est obtenue lorsque tous ces moments sont alignés, donc s'ajoutent. Les aimants les plus puissants commercialisés actuellement sont en alliage de néodyme, fer et bore, de formule $Nd_2Fe_{14}B$, de masse volumique $\rho = 7{,}5\ \mathrm{g \cdot cm^{-3}}$.

c) Évaluer la densité particulaire n^* de cet alliage, c'est-à-dire le nombre d'atomes par unité de volume (en comptant les trois espèces). En déduire l'ordre de grandeur de la valeur maximale $\mathcal{M}_{\max}$ de son aimantation (moment magnétique par unité de volume).

d) En déduire, par analyse dimensionnelle, l'ordre de grandeur maximal de la force surfacique d'adhérence entre deux aimants identiques en contact, en fonction des paramètres $\mathcal{M}_{\max}$ et μ_0 (perméabilité du vide). Faire l'application numérique. À quoi peut-on comparer cette valeur ?

Données : $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}$; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$;
$\hbar = 1{,}05 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$; $M(\mathrm{B}) = 11\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$;
$M(\mathrm{Nd}) = 144\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$; $M(\mathrm{Fe}) = 56\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$;
$\mathcal{N}_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$; $\mu_0 = 1{,}257 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{H \cdot m^{-1}}$.

☞ *Réponses partielles*

2. b) $\vec{B}(M_{\text{int}}) = \dfrac{\mu_0 N I}{2\pi r}\overrightarrow{e_\theta}$.

3. b) Premier cas : $\vec{F} = -\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{6 m_1 m_2}{r^4}\overrightarrow{e_r}$ (attractive).

4. c) $n^* = 7 \cdot 10^{28}\ \mathrm{m^{-3}}$ (ordre de grandeur déjà rencontré).