Devoir test de physique n° 5

Cet énoncé comporte deux exercices et un problème. Durée : quatre heures. L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Exercice A
Spectrométrie interférentielle

1 La méthode de Michelson

L'appareil utilisé est constitué (voir la figure 5) d'une lame séparatrice S semi-réfléchissante et d'une lame dite compensatrice C, parallèle à la précédente, de même épaisseur et de même indice optique. Ces deux lames sont toutes deux parallèles au plan (Ouz) où l'axe (Ou) est la première bissectrice des axes (Oy) et (Ox) qui sont orthogonaux aux miroirs plans M_f (fixe) et M_m (mobile le long de (Ox) à la vitesse $\vec{v} = v\vec{e}_x$).

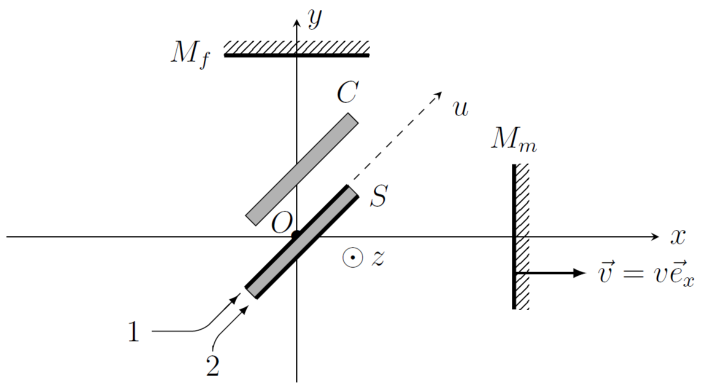

FIGURE 5 – L'interféromètre de Michelson

❏ – **22**. Expliquez, au moyen d'un schéma, le rôle de la lame (C). Précisez en particulier, dans le cas de la figure 5, si la face réfléchissante de la lame (S) est la face supérieure (1) ou la face inférieure (2).

❏ – **23**. L'appareil est éclairé par une source de lumière étendue. Quelle est la nature des franges ? Où peut-on les observer ?

❏ – **24**. On utilise une source monochromatique de longueur d'onde λ_0. On choisit l'instant $t = 0$ au moment du contact optique et on note I_0 l'intensité lumineuse totale en sortie de l'appareil sur l'axe (Oy) lorsqu'un des deux miroirs est obstrué. Exprimer, en fonction de I_0, λ_0, v et t, l'intensité $I(t)$ observée sur cet axe lorsque les deux miroirs sont éclairés.

En 1892, MICHELSON installe, au bureau international des poids et mesures (BIPM) de Sèvres, un interféromètre identique à celui décrit ci-dessus pour rechercher parmi les lampes spectrales connues (hydrogène, cadmium, etc.), celle qui présenterait la meilleure monochromaticité et établir ainsi un étalon de longueur optique.

2 La mesure de la structure fine de la raie rouge

On éclaire maintenant l'appareil décrit ci-dessus au moyen d'une source bichromatique émettant deux raies de longueurs d'onde voisines, de longueurs d'onde $\lambda_1 = \lambda_0$ et $\lambda_2 = \lambda_0 + \Delta\lambda$ et d'intensités I_1 et $I_2 < I_1$. On donne $\lambda_0 = 656$ nm.

❏ – **25**. En admettant que $|\Delta\lambda| \ll \lambda_0$, montrer que l'expression du contraste des franges s'écrit de la manière suivante :

$$C(t) = \sqrt{1 - \frac{4I_1I_2}{(I_1+I_2)^2}\sin^2\left(2\pi vt\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2}\right)},$$

puis calculer les contrastes maximal et minimal en fonction de I_2 et I_1.

❑ – **26**. Réalisant la mesure du spectre de cette raie, MICHELSON a observé, en déplaçant le miroir mobile d'une longueur $\Delta x = 8{,}5\,\mathrm{mm}$ depuis le contact optique, une diminution progressive du contraste qui atteint alors sa valeur minimale $C_{\min} \simeq 15\%$. En déduire I_2/I_1 puis la valeur de $\Delta\lambda/\lambda_0$.

Formulaire

Pour tous $a_1 > 0$, $a_2 > 0$, $\theta_1 \in \mathbb{R}$ et $\theta_2 \in \mathbb{R}$, on peut écrire :

$$a_1 \cos\theta_1 + a_2 \cos\theta_2 = a \cos\left[\frac{\theta_1+\theta_2}{2} + \varphi\right] ,$$

avec respectivement :

$$a = (a_1 + a_2)\sqrt{1 - m^2 \sin^2 \frac{\theta_1 - \theta_2}{2}} \quad \text{et} \quad m = \frac{2\sqrt{a_1 a_2}}{a_1 + a_2} ,$$

tandis que $\varphi \in \mathbb{R}$ est donné par :

$$\tan\varphi = \frac{a_1 - a_2}{a_1 + a_2} \tan\frac{\theta_1 - \theta_2}{2} .$$

<u>Exercice B</u>

Champ magnétostatique créé par une spire

Soit une spire circulaire de rayon R, de centre O, parcourue par un courant d'intensité I.
Soit un point M situé sur l'axe de la spire, de coordonnée x et tel que du point M la spire soit vue sous l'angle α.

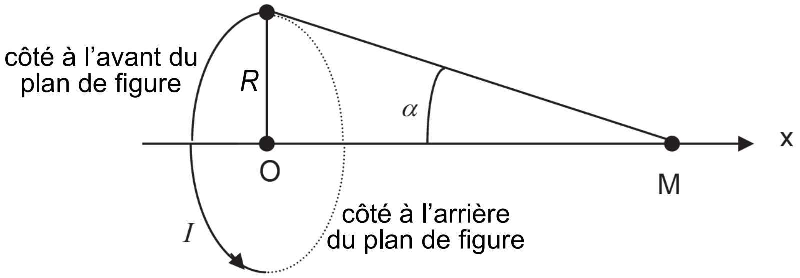

Figure 3 - Spire circulaire de rayon R parcourue par un courant d'intensité I

Q6. En utilisant les propriétés de symétrie de la distribution de courant, déterminer la direction et le sens du champ magnétique créé par cette spire au point M.

Q7. On considère maintenant un point P dans le plan de la spire, à une distance r de l'axe. Déterminer de même la direction du champ magnétique créé en P.

Q8. Toujours avec les mêmes propriétés, simplifier la forme du champ magnétique créé en un point quelconque Q de l'espace, en indiquant quelles composantes il possède dans une base adaptée, et la ou les variables dont dépendent ces composantes. (On ne demande pas le calcul de ces composantes.)

Q9. Reproduire le schéma ci-dessus et dessiner l'allure de quelques lignes de champ, en utilisant les résultats précédents.

Q10. Énoncer le théorème d'Ampère. Peut-on utiliser ce théorème pour calculer le champ créé par cette spire ? On demande une justification, mais aucun calcul.

<u>**Problème**</u>
Orage et foudre

Des données numériques et des formules sont regroupées en fin de sujet.

Préambule

L'électrosphère est une couche atmosphérique ionisée. L'électrosphère et la Terre, de rayon R = 6 370 km, forment un gigantesque condensateur terrestre (figure 1), où le champ électrique par beau temps est dirigé de l'électrosphère vers la Terre et atteint environ 100 à 120 $V.m^{-1}$.

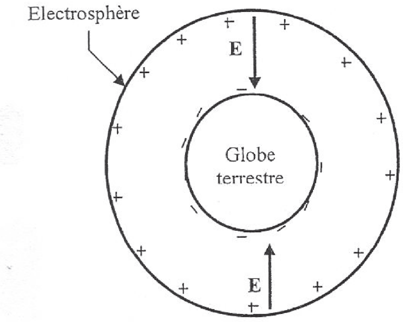

Figure 1 - Terre et électrosphère

Les armatures de ce condensateur sont l'électrosphère et le globe terrestre, entre lesquelles il y a la troposphère et la stratosphère qui constituent le diélectrique, dont l'épaisseur est d'environ 80 km.

L'air comprend en permanence des charges électriques, positives et négatives, créées par les rayonnements cosmiques ou la radioactivité de la Terre. Par beau temps, il en résulte un courant atmosphérique de densité volumique $\vec{J}$ tendant à décharger le condensateur.

Suite aux perturbations atmosphériques et sous certaines conditions, il se forme des nuages orageux en général du type cumulo-nimbus (figure 2) de couleur sombre. Ils constituent une gigantesque machine thermique dont la base et le sommet sont respectivement à environ 2 km et 15 km d'altitude. Sa constitution est rendue possible par l'élévation d'air chaud par des courants ascendants dont la vitesse est de quelques mètres par seconde. Lors de son ascension, cette masse d'air se charge en humidité jusqu'à devenir un nuage. La partie supérieure, où il fait froid, est occupée par les particules de glace, tandis que les gouttes d'eau s'établissent dans la partie inférieure.

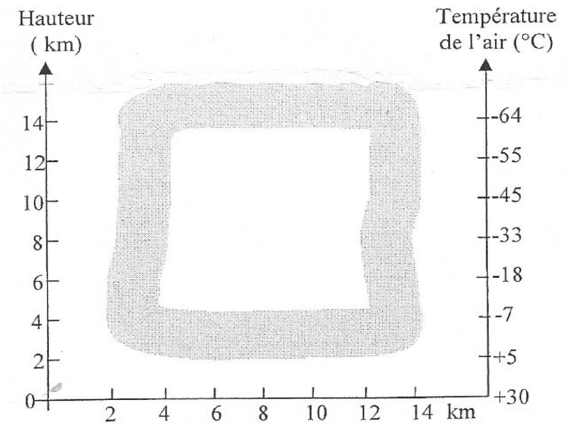

Figure 2 - Cumulo-nimbus

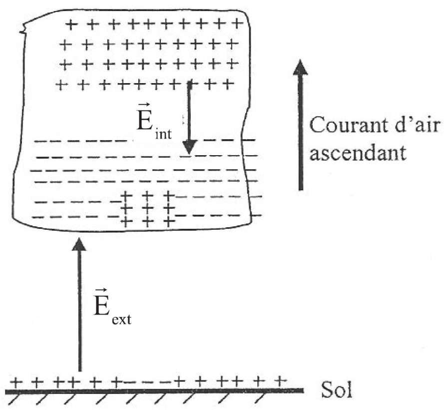

Figure 3 - Dipôles électriques

Les violents courants ascendants provoquent des collisions entre les gouttes d'eau et les micro-particules de glace, ce qui produit la création de charges électriques par frottement. Ces micro-particules de glace, plus légères et chargées positivement, sont emportées vers le haut par le courant d'air ascendant et occupent ainsi la partie supérieure du nuage qui forme le pôle positif. Tandis que les gouttes d'eau chargées négativement s'établissent dans la partie inférieure et créent le pôle négatif. Cependant, une petite quantité de charges positives demeurent à la base du nuage.

Le nuage fait apparaître sur la Terre, par influence électrique, une charge de signe opposé et crée ainsi deux véritables dipôles électriques (figure 3) :

- un dipôle interne, généré entre les pôles positif et négatif du nuage. Si le champ électrique interne $\vec{E}_{int}$ devient suffisamment grand, il provoque un claquage interne dans le nuage ;
- un dipôle externe, généré entre la base du nuage et la surface de la Terre. Si le champ électrique externe $\vec{E}_{ext}$ atteint des conditions critiques de l'ordre de 20 kV.m^{-1}, il finit par provoquer une grande décharge entre le nuage et la Terre.

B.1 - Etude d'un condensateur sphérique

Un condensateur sphérique à air (figure 5), dont la permittivité diélectrique est assimilable à celle du vide ε_0, est formé de deux armatures concentriques, de rayon R_1 et R_2, avec $R_1 < R_2$.

L'armature intérieure de rayon R_1 porte une charge totale Q uniformément répartie. L'armature extérieure porte la charge totale – Q uniformément répartie.

On travaillera ici dans la base classique des coordonnées sphériques $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi)$ et dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS).

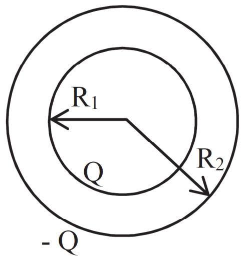

Figure 5 - Condensateur sphérique

13) Par des arguments clairs et précis d'invariance et de symétrie, justifier qu'entre les armatures, le champ électrique est de la forme : $\vec{E} = E(r)\,\vec{e}_r$.

14) **a)** Déterminer l'expression du champ électrique $\vec{E}(r)$ entre les armatures, en fonction de r, Q et ε_0. Déterminer également le champ électrique dans le reste de l'espace.

b) En déduire la différence de potentiel $V_1 - V_2$ entre les deux armatures en fonction de Q, R_1, R_2 et ε_0.

c) En déduire l'expression de la capacité de ce condensateur sphérique en fonction de R_1, R_2 et ε_0.

15) Le diélectrique n'est pas parfait. Il possède une résistivité électrique certes grande mais finie. Il circule alors un courant de densité volumique $\vec{j}_v$ dans tout l'espace inter-conducteur. Faire un dessin montrant l'allure et le sens des lignes de courant dans le cas où Q > 0.

B.2 - Analyse du préambule

En vous appuyant sur le texte fourni en préambule, répondre aux six questions suivantes :

16) Donner une valeur approchée de la capacité du condensateur délimité par l'électrosphère et le globe terrestre.

17) Quel est l'ordre de grandeur de l'énergie électrique stockée en permanence et par beau temps dans l'électrosphère ?

18) Le champ électrique qui règne à la surface de la Terre est-il, en général, dans le même sens ou en sens opposé suivant que le temps est clément ou orageux ?

19) **a)** Lequel de l'éclair ou de la foudre correspond à un claquage diélectrique interne au nuage ?

b) La foudre est-elle toujours descendante ou non ?

20) Quel est l'ordre de grandeur de la différence de potentiel entre la Terre et le nuage juste avant l'arrivée de la foudre ?

21) Quel est l'ordre de grandeur de l'énergie véhiculée par un coup de foudre de courant I = 50 000 A et d'une durée de 10 ms ? Dans le cadre des énergies renouvelables, vous parait-il judicieux de vouloir récupérer cette énergie ou non ? Une argumentation de quelques mots est attendue.

(Questions 22 à 26 supprimées)

B.3 – Protection contre la foudre et prise de terre

La foudre pouvant tomber sur les lignes électriques, il convient de dévier le courant de foudre vers la terre de façon à ne pas laisser se propager des ondes de tension qui pourraient endommager les appareils électriques des usagers.

Une prise de terre (figure 8) est constituée d'une coque hémisphérique métallique de centre O, de rayon intérieur R_a et de rayon extérieur R_b. On note $\gamma_{mét}$ la conductivité électrique du métal qui la constitue. Cette prise est enfoncée dans le sol, assimilé au demi espace z < 0 et de conductivité électrique γ_{sol}.

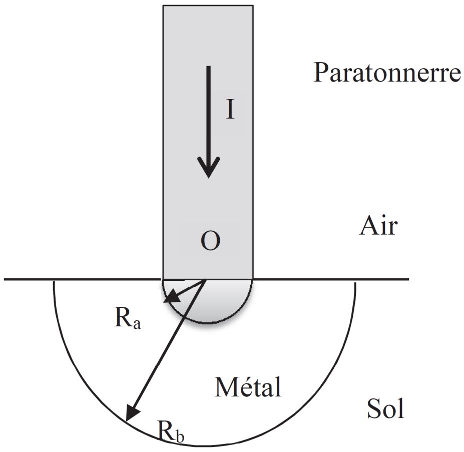

Figure 8 - Modèle simplifié d'une prise de terre

La prise de terre se décompose ainsi en deux résistances hémisphériques $R_{métal}$ et R_{sol}, l'une en métal de rayon intérieur R_a et de rayon extérieur R_b, l'autre associée au sol de rayon intérieur R_b et de rayon extérieur infini.

Elle est destinée à recevoir un courant I provenant d'un paratonnerre. Il sera supposé indépendant du temps et descendant.

On suppose que le courant, qui traverse la prise de terre, est radial. Sa densité est de la forme $\vec{j} = j(r)\vec{e}_r$ en coordonnées sphériques.

27) **a)** Rappeler l'unité de la grandeur $j(r)$.

b) Donner l'expression de la densité de courant $j(r)$ en fonction de I et de r.

28) **a)** Exprimer alors le champ électrique E(r) régnant dans le sol.

b) En déduire en fonction de I, r et γ_{sol}, l'expression du potentiel électrique V(r) régnant dans le sol. On supposera que V = 0 loin du point O.

29) Cette répartition non uniforme du potentiel à la surface de la Terre explique le foudroiement indirect des hommes ou des animaux.
On appelle R_h la résistance du corps humain mesurée entre ses deux pieds supposés distants de a.
Pour ne pas être électrocuté (c'est-à-dire pour que son corps ne soit pas traversé par un courant supérieur à une valeur seuil notée : I_{max}), un homme doit rester éloigné d'une distance au moins égale à D de la prise de terre.

a) Trouver une relation entre D, a, R_h, I, I_{max} et γ_{sol}.

b) En supposant D >> a, exprimer D en fonction de a, R_h, I, I_{max} et γ_{sol}.

c) Application numérique : évaluer D pour $I = 5{,}0\ 10^4$ A.

d) Ce phénomène d'électrocution à distance touche-t-il plutôt les grands animaux (vaches, chevaux, …) ou les petits animaux (lapins, renards, …) ?

30) Expression de la résistance d'une coque hémisphérique
On considère une coque hémisphérique homogène de conductivité électrique γ, comprise entre les rayons R_{int} et R_{ext} et parcourue par un courant radial.
On la décompose en une infinité de coques hémisphériques élémentaires comprises entre les rayons r et r + dr.

a) Exprimer en fonction de γ, r et dr, la résistance élémentaire dR_c d'une coque hémisphérique élémentaire. Pour cela, adapter la formule de la résistance unidimensionnelle.

b) En déduire en fonction de γ, R_{int} et R_{ext}, la résistance totale Rc de la coque hémisphérique.

31) **a)** Donner l'expression de la résistance globale, notée R_{glob}, de la prise de terre en fonction de $\gamma_{mét}$, γ_{sol}, R_a et R_b.

b) Application numérique : évaluer R_{glob} pour $R_a = 1{,}0$ cm, $R_b = 35$ cm, $\gamma_{mét} = 6{,}0$ S. m^{-1}.

c) La législation en terme de sécurité électrique impose que $R_{glob} < 25\ \Omega$, est-ce respecté dans le cas de cette prise ? Sinon, que préconisez-vous pour remédier à ce problème ?

Données

Permittivité diélectrique du vide : $\varepsilon_0 = \dfrac{1}{36.\pi.10^9}$ F.m^{-1}.

Physique du sol et du corps humain

Conductivité électrique du sol : $\gamma_{sol} = 1{,}0\ 10^{-2}$ S.m^{-1}.
Résistance électrique entre deux pieds d'un homme : $R_h = 2{,}5$ kΩ.
Longueur d'un pas humain : a = 1,0 m.
Courant d'électrocution d'un être humain : $I_{max} = 25$ mA.

Rappels d'électrostatique

Capacité d'un condensateur plan : $C = \dfrac{\varepsilon_0 S}{e}$ où S est la surface des deux armatures en regard et e la distance entre les armatures.

Densité volumique d'énergie électrostatique : $\omega_e = \dfrac{\varepsilon_0 E^2}{2}$ où E est le champ électrique.

Energie d'un condensateur : $W = \dfrac{1}{2}CU^2 = \dfrac{1}{2}\dfrac{Q^2}{C}$ où U est la différence de potentiel entre les deux armatures et Q la charge du condensateur.
