

**Corrigé de l'épreuve de physique du concours blanc**

**▣ Problème A** (CCINP PC 2015)

**A.1.1.** Le volume étant  $V = 2eHl$  et la puissance volumique uniforme,  $P_{th} = \varphi_V 2eHl$ . AN  $P_{th} = 150 \text{ kW}$ .

**A.1.2.** En régime permanent, l'équation de la chaleur s'écrit :  $0 = \varphi_V + \lambda \Delta T$  soit  $\frac{d^2 T}{dx^2} = -\frac{\varphi_V}{\lambda} = \text{cte}$ . Solution :  $\frac{dT}{dx} = -\frac{\varphi_V}{\lambda} x + A$   
 puis  $T(x) = -\frac{\varphi_V}{2\lambda} x^2 + Ax + B$ . Les deux conditions aux limites sont  $T_1 = T(-e) = -\frac{\varphi_V}{2\lambda} e^2 - Ae + B$  et  $T_2 = T(e) = -\frac{\varphi_V}{2\lambda} e^2 + Ae + B$ .

On en déduit  $A = \frac{T_2 - T_1}{2e}$  et  $B = \frac{T_1 + T_2}{2} + \frac{\varphi_V}{2\lambda} e^2$ , d'où finalement  $T(x) = \frac{\varphi_V}{2\lambda} (e^2 - x^2) + \frac{T_2 - T_1}{2} \frac{x}{e} + \frac{T_1 + T_2}{2}$ .

$T$  est maximale lorsque  $\frac{dT}{dx} = -\frac{\varphi_V}{\lambda} x + A = 0$  d'où  $x_{\max} = \frac{\lambda A}{\varphi_V} = \frac{\lambda(T_2 - T_1)}{2e\varphi_V}$  et  $T_{\max} = \frac{\varphi_V}{2\lambda} e^2 + \frac{\lambda(T_2 - T_1)^2}{8e^2\varphi_V} + \frac{T_1 + T_2}{2}$ .

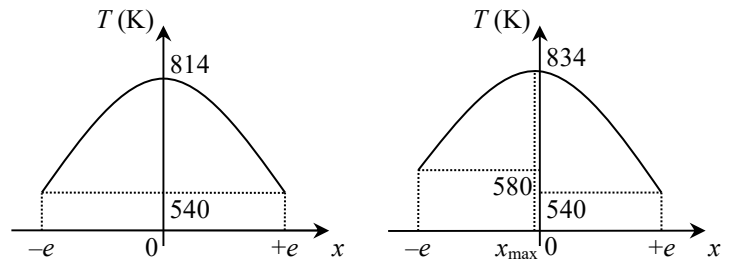
**A.1.3.** Dans ce cas  $x_{\max} = 0$  et  $T_{\max} = 814 \text{ K}$ .

La courbe est un arc de parabole, d'axe vertical et de concavité vers le bas.

**A.1.4.** Maintenant  $x_{\max} = -0,07 \text{ mm}$  et  $T_{\max} = 834 \text{ K}$ .

L'axe de la parabole, où se trouve son sommet, est donc très légèrement décalé vers les  $x$  négatifs.

Le fluide le plus rapide a moins de temps pour se réchauffer au contact de la plaque, donc pour  $T_2 < T_1$ ,  $v_2 > v_1$ .



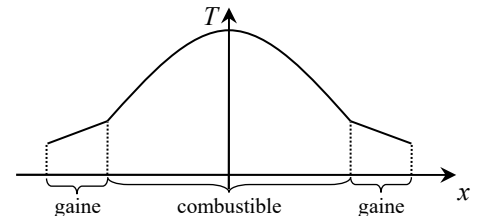
**A.2.1.** Dans chaque partie, l'équation de la chaleur s'écrit  $\frac{d^2 T}{dx^2} = 0$  donc  $T(x)$  est une fonction affine : le profil n° 3 est impossible.

Au niveau du contact, le flux thermique (puissance  $\mathcal{P}$ ) vérifie  $T_{1B} - T_{1A} = R_{th}\mathcal{P}$  avec  $R_{th} = 0$  donc  $T_{1B} = T_{1A}$  : la température est continue à l'interface et le profil n° 4 est impossible. Enfin l'autre condition aux limites à l'interface est la continuité du flux, donc du vecteur densité de flux thermique. Or  $\vec{j}_Q = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T)$  (loi de Fourier) donc  $\lambda_A \frac{dT}{dx}(e_1^-) = \lambda_B \frac{dT}{dx}(e_1^+)$  :

les pentes des deux droites sont forcément de même signe, donc le profil n° 2 est impossible. Seul le profil n° 1 est donc possible ; puisque  $T$  est croissante, le flux thermique est orienté vers la gauche (du plus chaud au moins chaud). La pente étant constante dans

chaque domaine, la relation précédente de continuité du flux s'écrit :  $\lambda_A \frac{T_1 - T_0}{e_1} = \lambda_B \frac{T_2 - T_1}{e_2}$  d'où  $T_1 = \frac{\lambda_B e_1 T_2 + \lambda_A e_2 T_0}{\lambda_B e_1 + \lambda_A e_2}$ .

**A.2.2.** En combinant les résultats précédents, on peut tracer un profil de forme parabolique dans le combustible (où il y a fission) et un profil affine, décroissant vers l'extérieur, dans la gaine. À l'interface il y a continuité de la température, mais discontinuité de la pente : si la conductivité thermique de la gaine (métallique) est supérieure à celle du combustible (ionique), la pente est alors plus faible dans la gaine.



**A.3.1.** Ici  $\rho(M,t)$  est simplement  $\rho(z)$  et  $\vec{v}(M,t) = v(z)\vec{e}_z$ , donc  $\text{div}(\rho \cdot \vec{v}) = \frac{d}{dz}(\rho(z) \cdot v(z))$ . Or en régime permanent,

l'équation de conservation s'écrit :  $0 + \text{div}(\rho \cdot \vec{v}) = 0 \Leftrightarrow \frac{d}{dz}(\rho(z) \cdot v(z)) = 0$  donc le produit  $G = \rho(z) \cdot v(z)$  est indépendant de z.

Puisque la section  $S$  est indépendante de  $z$ , le débit massique  $D_m = \rho(z) \cdot S \cdot v(z)$  est également indépendant de z.

**A.3.2.** En régime permanent, il reste :  $0 = D_m h(z) - D_m h(z + dz) + \varphi_L dz$  d'où en divisant par  $dz$  :  $D_m \frac{dh}{dz}(z) = \varphi_L$ .

On intègre entre 0 et  $H$  :  $h_s = h_c + \frac{\varphi_L}{D_m} H$ . AN  $h_s = 2370 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ . Cette valeur est intermédiaire entre les enthalpies massiques de l'eau liquide et de l'eau vapeur à cette pression : une partie de l'eau s'est vaporisée sur la hauteur  $H$ . La cote d'ébullition est définie par :

$h(z_{\text{éb}}) = h' = h_c + \frac{\varphi_L}{D_m} z_{\text{éb}}$  d'où  $z_{\text{éb}} = \frac{D_m}{\varphi_L} (h' - h_c)$ . AN  $z_{\text{éb}} = 26 \text{ cm}$ .

**A.3.3.** Cette fois  $h'_s = h_c + \frac{\varphi_L}{D'_m} H$ . AN  $h'_s = 1020 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} < h'$  : il n'y a pas d'ébullition, l'eau reste liquide.

**A.3.4.** Il s'agit de l'application de la deuxième loi de Newton à un système fermé (en mouvement), projetée sur  $(Oz)$ .

Si on réécrit l'équation sous la forme suivante :  $\frac{\partial(mv)}{\partial t} + \rho(z + dz)Sv(z + dz)^2 - \rho(z)Sv(z)^2 = P(z)S - P(z + dz)S - \rho(z)Sdzg$

le membre de gauche est la variation de la quantité de mouvement, le premier terme étant la dérivée locale de la quantité de mouvement et les deux suivants constituant sa dérivée convective ; le membre de droite est la projection de la somme des forces, les deux premiers termes étant les projections des forces de pression et le dernier terme la projection du poids.

En régime stationnaire, en réordonnant les termes et en divisant tout par  $Sdz$  on obtient :  $\frac{dP}{dz} = -\frac{d(\rho \cdot v^2)}{dz} - \rho(z)g$ .

**A.3.5.a.** Il suffit d'additionner les trois causes de pertes de pression :  $\Delta P = \Delta P_{\text{acc}} + \Delta P_{\text{grav}} + \Delta P_{\text{frott}}$ .

**A.3.5.b.** D'après les définitions :  $G = \frac{D_m}{S} = \frac{D_m}{ld}$ . AN  $G = 2700 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ .

$$\Delta P_{\text{acc}} = - \int_{z_c}^{z_s} \frac{d(\rho \cdot v^2)}{dz} dz = \rho(z_c) \cdot v(z_c)^2 - \rho(z_s) \cdot v(z_s)^2 \text{ soit } \Delta P_{\text{acc}} = \frac{G^2}{\rho_c} - \frac{G^2}{\rho_s}. \text{ AN } \Delta P_{\text{acc}} = -550 \text{ Pa}.$$

**A.3.5.c.**  $\Delta P_{\text{grav}} = - \int_{z_c}^{z_s} \bar{\rho} \cdot g dz$  soit  $\Delta P_{\text{grav}} = \bar{\rho} g (z_c - z_s) = -\bar{\rho} g H$ . AN  $\Delta P_{\text{grav}} = -8200 \text{ Pa} = -0,082 \text{ bar}$ .

**A.3.5.d.** Le nombre de Reynolds représente le rapport entre le terme convectif et le terme diffusif dans les équations de dynamique des fluides : s'il est élevé, l'écoulement est peu visqueux et turbulent ; s'il est faible, l'écoulement est très visqueux et laminaire.

En entrée :  $Re = \frac{\rho_c v_c D_H}{\mu_c}$  soit  $Re = \frac{2Gd}{\mu_c}$ . AN  $Re = 2,0 \cdot 10^5$ . Alors  $f = 0,316 Re^{-0,25} = 0,015$ . (C'est la valeur indiquée ensuite.)

Alors  $\Delta P_{\text{frott}} = - \int_{z_c}^{z_s} \frac{G^2 f}{2D_H \bar{\rho}} dz$  soit  $\Delta P_{\text{frott}} = \frac{G^2 f}{4d \bar{\rho}} \cdot (z_c - z_s) = - \frac{G^2 f}{4d \bar{\rho}} H$ . AN  $\Delta P_{\text{frott}} = -6600 \text{ Pa}$ .

**A.3.5.e.** La pompe est destinée à maintenir le flux d'eau constant, donc à compenser la perte de pression due à la montée : sa puissance peut donc être reliée aux grandeurs précédentes.  $[W] = [M \cdot L^2 \cdot T^{-3}]$ ,  $[\Delta P_t] = [M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}]$ ,  $[D_m] = [M \cdot T^{-1}]$  et  $[\rho_c] = [M \cdot L^{-3}]$ . Si on écrit  $W = |\Delta P_t|^\alpha (D_m)^\beta (\rho_c)^\gamma$  on obtient :  $\alpha + \beta + \gamma = 1$ ,  $-\alpha - 3\gamma = 2$  et  $-2\alpha - \beta = -3$ . La résolution donne :

$\alpha = \beta = 1$ ,  $\gamma = -1$  soit  $W_{\text{pompe}} = \frac{|\Delta P_t| \cdot D_m}{\rho_c}$  (à un coefficient près). L'AN donne bien 18 W (coefficient 1). C'est une valeur faible à

l'échelle industrielle, qui correspond bien au fait que la perte de pression est faible dans le canal (seulement 0,15 bar sur 68,9 bar).

**A.3.5.f.** Les canaux sont en parallèle : ils ont tous la même perte de charge  $\Delta P_{\text{cœur}} = \Delta P_t$  (analogue de la différence de potentiel) et leurs débits s'ajoutent  $D_{m,\text{cœur}} = N \cdot D_m$  (analogue de la loi des nœuds pour les intensités).

La puissance globale de la pompe du REP est donc  $W_{\text{REP}} = N \cdot W_{\text{pompe}}$ . AN  $W_{\text{REP}} = 36 \text{ kW}$ .

▣ **Problème B** (CCINP PC 2015)

**B.1.1.** L'œil normal (emmétrope) n'accomode pas lorsqu'il observe un objet à l'infini. Ici l'objet observé est l'image finale  $A'$  donnée par la lunette, qui doit donc être à l'infini, ce que l'on résume avec le schéma suivant :  $A(\infty) \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A'(\infty)$

Or l'image intermédiaire  $A_1$  se trouve au foyer image  $F'_1$  (puisque l'objet initial est à l'infini), et doit donc se trouver aussi au foyer objet  $F_2$ . Ainsi il faut que  $F_2$  soit confondu avec  $F'_1$ , soit une distance  $d = f'_1 + f'_2$  entre l'oculaire et l'objectif.

Le système donne une image à l'infini d'un objet à l'infini, il n'a donc pas de foyer : il est dit afocal.

**B.1.2.** Conditions de Gauss : les rayons doivent être peu inclinés par rapport à l'axe optique, et rencontrer le système au voisinage de l'axe.

Le rayon à tracer n'est pas dévié lorsqu'il passe par  $O_1$ . Pour le tracer après l'oculaire  $L_2$ , on utilise un rayon auxiliaire (par exemple le rouge ou le bleu du schéma ci-contre). Dans les conditions de Gauss :

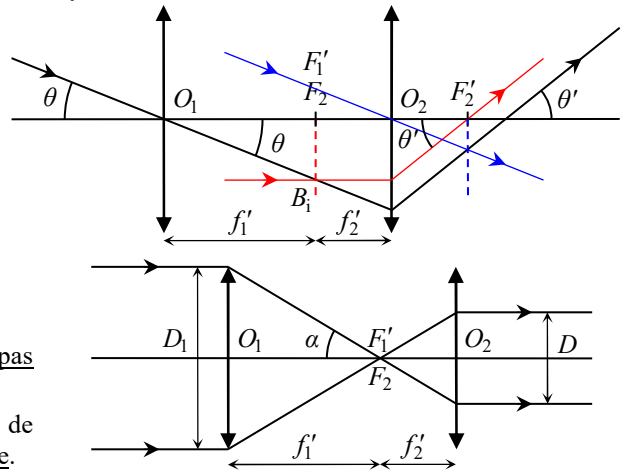
$\theta \approx \tan \theta = \frac{F_2 B_1}{f'_1}$  et  $\theta' \approx \tan \theta' = \frac{F_2 B_1}{f'_2}$  d'où  $G = \frac{f'_1}{f'_2}$ . AN  $G = 50$ .

**B.2.** Théorème de Thalès :  $\frac{D}{f'_2} = \frac{D_1}{f'_1} (= 2 \tan \alpha)$  d'où  $D = D_1 \frac{f'_2}{f'_1} = \frac{D_1}{G}$ .

AN  $D = 2 \text{ mm}$ . On a trouvé  $D < D_2$ , donc le faisceau sortant n'atteint pas les bords de l'oculaire : il n'est limité que par le diamètre de l'objectif.

**B.3.** Si l'angle  $\theta$  est trop grand, le faisceau passe entièrement à côté de l'oculaire : ainsi le champ de vision est limité par le diamètre de l'oculaire.

**B.4.** L'aberration chromatique est due à la variation de l'indice en fonction de la longueur d'onde : le verre est dispersif.



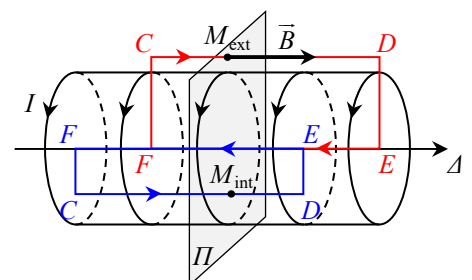
▣ **Problème C** (CCINP MP 2017)

**Q31.** Dans le cas général :  $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$  ;  $\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  ;  $\text{div } \vec{B} = 0$  ;  $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$ . Dans l'ARQS (magnétique), on

néglige le courant de déplacement  $\vec{j}_d = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$  devant  $\vec{j}$ , la dernière équation devient  $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$ , les autres sont inchangées.

**Q32.** Pour tout contour fermé  $\Gamma$  :  $\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{OM} = \mu_0 I_{\text{enlacée}}$  en régime stationnaire (ou quasi stationnaire),  $I_{\text{enlacée}}$  étant l'intensité totale enlacée par le contour  $\Gamma$ .

**Q33.** Pour tout  $M$  de l'espace, le plan  $\Pi$  contenant  $M$  et orthogonal à  $\Delta$  est un plan de symétrie pour les courants donc d'antisymétrie pour le champ, donc  $\vec{B}(M) \perp \Pi$  soit  $\vec{B}(M) = B_{\Delta} \vec{u}_{\Delta}$ . De plus il y a invariance par translation selon  $\Delta$  et par rotation autour de  $\Delta$ , donc  $B_{\Delta}$  ne dépend que de la distance  $r$  entre  $M$  et  $\Delta$ , soit  $\vec{B}(M) = B_{\Delta}(r) \vec{u}_{\Delta}$ .



Appliquons le théorème d'Ampère à un rectangle  $CDEF$  dans le plan  $(M, \Delta)$ , parcouru dans le sens horaire, avec le côté  $EF$  de longueur  $\ell$  situé sur l'axe.

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{OM} = \int_C^D B_{\Delta}(r) \vec{u}_{\Delta} \cdot dz \vec{u}_{\Delta} + \int_D^E B_{\Delta}(r') \vec{u}_{\Delta} \cdot dr' \vec{u}_r + \int_E^F B_{\Delta}(0) \vec{u}_{\Delta} \cdot dz \vec{u}_{\Delta} + \int_F^C B_{\Delta}(r') \vec{u}_{\Delta} \cdot dr' \vec{u}_r = +B_{\Delta}(r) \ell + 0 - B_{\Delta}(0) \ell + 0.$$

Pour  $M$  à l'intérieur ( $r < R$ ),  $I_{\text{enlacée}} = 0$  donc  $B_{\Delta}(r) = B_{\Delta}(0)$  : le champ à la distance  $r$  est le même que sur l'axe, il est donc uniforme à l'intérieur. Pour  $M$  à l'extérieur ( $r > R$ ),  $I_{\text{enlacée}} = -n \ell I$  (sens contraire à celui de la normale au rectangle) donc  $B_{\Delta}(r) = B_{\Delta}(0) - \mu_0 n I$  : le champ est toujours indépendant de  $r$ , il est donc également uniforme à l'extérieur.

**Q34.**  $B_{\Delta}(r > R) = B_{\Delta}(0) - \mu_0 n I = 0$  donc  $B_{\Delta}(0) = \mu_0 n I$ , d'où  $\vec{B}(M_{\text{int}}) = \mu_0 n I \vec{u}_{\Delta}$ .

**Q35.** Superposition :  $\vec{B}_1 = \mu_0 n I_x \vec{e}_x + \mu_0 n I_y \vec{e}_y = \mu_0 n (I_0 \cos(\Omega t) \vec{e}_x + I_0 \cos(\Omega t + \pi/2) \vec{e}_y) = \mu_0 n I_0 (\cos(\Omega t) \vec{e}_x - \sin(\Omega t) \vec{e}_y)$  soit  $\vec{B}_1 = B_1 \vec{u}$  avec  $B_1 = \mu_0 n I_0$  et  $\vec{u} = \cos(\Omega t) \vec{e}_x - \sin(\Omega t) \vec{e}_y$ , vecteur unitaire tournant à la vitesse angulaire  $\omega = \Omega$  dans le plan  $(Oxy)$ .

**Q36.**  $\vec{B}_1' = 2B_1 \cos(\omega t) \vec{e}_x = B_1 (\cos(\omega t) \vec{e}_x - \sin(\omega t) \vec{e}_y) + B_1 (\cos(\omega t) \vec{e}_x + \sin(\omega t) \vec{e}_y)$  soit  $\vec{B}_1' = B_1 \vec{u} + B_1 \vec{u}'$  où  $\vec{u}$  est le vecteur unitaire précédent (tournant dans le sens horaire) et  $\vec{u}'$  le symétrique de  $\vec{u}$  par rapport à  $(Ox)$ , donc tournant dans le sens trigonométrique.

**Q37.** Le courant est dirigé selon  $\vec{e}_{\theta}$ , et l'intensité  $I_0$  est répartie sur une surface  $a^2$  :  $I_0 = \iint_{\Sigma} j \vec{e}_{\theta} \cdot \vec{e}_{\theta} ds = ja^2$  donc  $\vec{j} = \frac{I_0}{a^2} \vec{e}_{\theta}$ .

**Q38.** On somme les champs créés par chaque couche de solénoïde, qui ont tous la même valeur  $B_1 = \mu_0 n I_0$  indépendante du rayon. Or chaque spire a une épaisseur  $a$  donc le nombre de spires par unité de longueur est  $n = 1/a$  ; et le nombre de couches est le rapport  $\frac{R_2 - R_1}{a}$ . Donc  $B_1 = \frac{R_2 - R_1}{a} \times \mu_0 \frac{1}{a} I_0$  soit  $B_1 = \mu_0 \frac{I_0}{a^2} (R_2 - R_1)$ .

**Q39.** On calcule  $I_0 = B_1 \frac{a^2}{\mu_0 (R_2 - R_1)}$ . AN  $I_0 = 16 \text{ A}$ . Cela correspond à un très fort courant, comme on peut en rencontrer dans des systèmes industriels, mais la difficulté est d'éviter la fusion des câbles à cause de l'effet Joule.

**Q40.**  $A = \frac{\|\text{rot } \vec{j}\|}{\|\vec{B}\|}$  donc  $[A] = \left[ \frac{I \cdot \ell^{-2} \cdot \ell^{-1}}{\mu_0 \cdot I \cdot \ell^{-1}} \right] = [\mu_0^{-1} \cdot \ell^{-2}]$ . Comme  $\mu_0$  s'exprime en  $\text{H} \cdot \text{m}^{-1}$ ,  $A$  s'exprime en  $[\text{H}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}]$  (ou  $\text{A} \cdot \text{T}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$ ).

**Q41.** En régime stationnaire :  $\text{rot}(\text{rot } \vec{B}) = \mu_0 (\text{rot } \vec{j} + \varepsilon_0 \text{rot } \vec{0}) \Leftrightarrow \text{grad}(0) - \Delta \vec{B} = -\mu_0 \Lambda \vec{B} \Leftrightarrow \Delta \vec{B} - \mu_0 \Lambda \vec{B} = \vec{0}$ .

**Q42.** Le facteur  $\mu_0 \Lambda$  a la dimension  $[\ell^{-2}]$  comme le laplacien, donc on pose  $\delta = 1/\sqrt{\mu_0 \Lambda}$ .

**Q43.** Le milieu supraconducteur et le champ extérieur sont invariants par translation selon les axes  $(Oy)$  et  $(Oz)$  (car infinis), donc  $\vec{B}$  ne dépend pas des coordonnées  $y$  et  $z$  : on pose donc  $\vec{B}(M) = B_x(x) \vec{e}_x + B_y(x) \vec{e}_y + B_z(x) \vec{e}_z$ .

**Q44.**  $\Delta \vec{B} - \mu_0 \Lambda \vec{B} = \vec{0}$  équivaut à  $\frac{d^2 B_x}{dx^2} \vec{e}_x + \frac{d^2 B_y}{dx^2} \vec{e}_y + \frac{d^2 B_z}{dx^2} \vec{e}_z - \frac{1}{\delta^2} (B_x(x) \vec{e}_x + B_y(x) \vec{e}_y + B_z(x) \vec{e}_z) = \vec{0}$  soit  $\frac{d^2 \vec{B}}{dx^2} - \mu_0 \Lambda \vec{B} = \vec{0}$ . Les solutions sont de la forme  $\vec{B}(x) = \vec{\alpha} \exp\left(+\frac{x}{\delta}\right) + \vec{\beta} \exp\left(-\frac{x}{\delta}\right)$ . Le champ ne pouvant pas diverger pour  $x \rightarrow -\infty$ ,  $\vec{\beta} = \vec{0}$ . Continuité

en  $x = 0$  :  $\vec{B}(0) = \vec{\alpha} = B_0 \vec{e}_z$ . Finalement :  $\vec{B}(M) = B_0 \exp\left(+\frac{x}{\delta}\right) \vec{e}_z$ .

**Q45.**  $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \Leftrightarrow \vec{j} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{dB_z}{dx} \vec{e}_y \Leftrightarrow \vec{j} = -\frac{B_0}{\mu_0 \delta} \exp\left(+\frac{x}{\delta}\right) \vec{e}_y$ .

**Q46.** Le champ et le courant sont localisés dans une très faible épaisseur à la surface du supraconducteur : on peut considérer qu'ils sont nuls partout à l'intérieur. C'est un analogue de l'effet de peau pour les conducteurs à haute fréquence.

**Q47.** On admet que la situation est analogue à la précédente en remplaçant  $x < 0$  par  $r > R$  :  $\vec{B}(M) = B_0 \exp\left(\frac{R-r}{\delta}\right) \vec{e}_z$ .

On a l'allure classique d'une exponentielle décroissante dans l'épaisseur du blindage (entre  $R$  et  $R+100\delta$ ).

