

Exercices de révisions de physique des ondes

Propagation non dispersive

1. Vibrations dans un cylindre métallique

Une barre cylindrique en laiton est maintenue par des anneaux qui bloquent ses vibrations latérales, mais la laissent libre de vibrer longitudinalement. Ses caractéristiques sont : longueur $L = 50$ cm ; diamètre $D = 3,0$ cm ; masse $m = 3,0$ kg. On note respectivement E et ρ le module de Young et la masse volumique du laiton constituant cette barre.

On frappe une extrémité de la barre, dans la direction longitudinale, et on enregistre le son transmis à l'autre extrémité. Par analyse de Fourier on détermine les fréquences des premiers harmoniques : 3260 Hz ; 6519 Hz ; 9779 Hz.

a) Établir l'équation de D'Alembert vérifiée par la déformation longitudinale $\zeta(x, t)$.

b) Justifier qu'une onde stationnaire puisse s'établir dans la barre, et donner la forme mathématique générale de $\zeta(x, t)$; en déduire celle de la force de traction/compression $T_x(x, t)$.

c) Quelles sont les conditions aux limites ? En déduire l'expression des fréquences propres en fonction de L , de la célérité c des ondes, et d'un entier n .

d) Les extrémités de la barre sont-elles des nœuds ou des ventres de déformation ?

e) Déterminer la valeur de la célérité c , et en déduire celle du module de Young E du laiton.

Interface, dispersion et absorption

2. Étude de la réflexion totale

On considère deux milieux transparents 1 et 2, d'indices n_1 et n_2 , séparés par un dioptré plan confondu avec le plan $x = 0$.

a) Rappeler les lois de Snell–Descartes pour la réflexion et la transmission d'une onde lumineuse sur un dioptré, en précisant sur un schéma les notations utilisées.

b) Expliquer en quoi consiste le phénomène de réflexion totale, et retrouver l'angle limite $i_{l, \lim}$ d'apparition de ce phénomène.

On se propose d'étudier plus en détails les champs électriques et magnétiques correspondant à une onde lumineuse d'angle d'incidence supérieure à $i_{l, \lim}$.

Le champ électrique de l'onde incidente est :

$$\vec{E}_i = E_{i,0} \vec{e}_z \exp j(\omega t - \vec{k}_i \cdot \vec{r})$$

où $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$ et $\vec{k}_i = \frac{n_1 \omega}{c} (\cos i_1 \vec{e}_x + \sin i_1 \vec{e}_y)$.

On rappelle que les conditions de passage à l'interface sont la continuité du champ électrique et la continuité du champ magnétique.

c) Montrer que pour satisfaire à ces conditions aux limites, on doit nécessairement envisager l'existence d'une onde transmise (champ $\vec{E}_t$) en plus de l'onde réfléchie ($\vec{E}_r$).

d) On suppose que cette onde transmise a un vecteur d'onde complexe de la forme $\vec{k}_2 = \pm ja \vec{e}_x + b \vec{e}_y$, où a et b sont réels positifs. Quelle est alors la forme réelle de l'onde transmise ? Comment appelle-t-on ce type d'onde ?

e) Déterminer les coefficients a et b .

f) *Application numérique*

On suppose que l'interface sépare du verre ($n_1 = 1,53$) et de l'air ($n_2 = 1,00$). La longueur d'onde de la lumière est $\lambda = 632$ nm. Vérifier que l'angle d'incidence $i_1 = 60^\circ$ est effectivement supérieur à l'angle $i_{l, \lim}$. Calculer la profondeur caractéristique de pénétration de l'onde transmise, et commenter.