

Exercices du chapitre Th1

Transformation infinitésimale puis évolution globale

1. Effet Joule : régime transitoire

Une résistance électrique R , de capacité thermique C , est placée dans l'air de température T_0 . Lorsque la température de la résistance est T , le transfert thermique échangé avec le milieu extérieur pendant une durée infinitésimale dt est de la forme : $\delta Q = a C (T - T_0) dt$ (a étant une constante).

- Quel est le signe de a ? Quelle est sa dimension ?
- À l'instant $t = 0$ on établit dans la résistance (initialement à la température ambiante T_0) un courant d'intensité constante I . Établir l'équation différentielle vérifiée par la fonction $T(t)$.
- Donner sa solution. Tracer l'allure du graphe de la fonction $T(t)$ et déterminer la température T_{lim} atteinte en régime permanent.
- Conclusion : en quoi est transformé le travail électrique pendant le régime transitoire ? et en régime permanent ?

2. Détente de Joule-Thomson d'un gaz

Un gaz est modélisé par l'équation d'état : $P(V - nb) = nRT$ et obéit à la première loi de Joule (U ne dépend que de T).

- Donner l'expression de son enthalpie. En déduire la relation entre les capacités thermiques $C_{V,m}$ et $C_{P,m}$ et R pour ce gaz, puis l'expression de $C_{P,m}$ en fonction du coefficient γ et de R .
- Ce gaz traverse un détendeur de Joule-Thomson qui fait passer sa pression de P_1 à P_2 . Calculer sa variation de température ΔT . (On suppose que γ est indépendant de T .)
- Calculer ΔT pour $\gamma = 1,4$; $P_1 = 10,0$ bar ; $P_2 = 1,0$ bar ; $R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$; $b = 3,2\cdot 10^{-5} \text{ m}^3\cdot\text{mol}^{-1}$.

3. Dilatation et compression

Les variations du volume V d'un corps en fonction de la température T et de la pression P sont caractérisées par les coefficients de compressibilité isotherme et de dilatation isobare, respectivement $\chi_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$ et $\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$.

- Ces grandeurs sont-elles extensives ou intensives ? Préciser leurs unités SI.
- Écrire la différentielle dV puis la différentielle logarithmique $\frac{dV}{V}$ en utilisant ces deux coefficients.
- Dans le cas d'un gaz parfait, déterminer les expressions, très simples, de α en fonction de T et de χ_T en fonction de P .

On a mesuré pour un métal les valeurs des coefficients $\alpha = 5\cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ et $\chi_T = 7\cdot 10^{-12} \text{ Pa}^{-1}$ (valeurs indépendantes de la température et de la pression dans un large domaine). Un morceau de ce métal se trouve à 20°C sous la pression $P = 1$ bar.

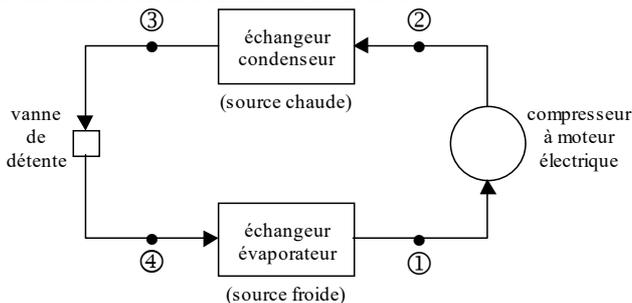
- Comparer ces coefficients à ceux d'un gaz parfait dans les mêmes conditions. Interpréter au niveau microscopique.
- Déterminer la pression qu'il faut exercer sur ce morceau de métal pour l'empêcher de se dilater (volume restant constant) lorsque sa température passe à 30°C . Commenter.

Cycle d'un fluide diphasé

4. Machine frigorifique

Une machine frigorifique est utilisée dans un pays chaud pour maintenir à 0°C un local contenant des denrées périssables. Cette machine contient un fluide frigorigène de type fréon, dont les diagrammes enthalpique (P, h) et entropique (T, s) sont joints (pages suivantes). Sur ces diagrammes apparaissent différentes courbes (isothermes, isentropiques, isobares, isenthalpes, isochores, isotitres).

Cette machine ditherme qui fonctionne en régime permanent échange de la chaleur avec une source chaude à 40°C (atmosphère extérieure) et une source froide à 0°C (local réfrigéré). Le schéma général de fonctionnement avec sens de circulation du fluide est défini ci-dessous :



Compte tenu du faible débit de fréon circulant dans les tuyauteries de la machine, les variations d'énergie cinétique seront négligées dans tout le problème. De plus on supposera que l'état du fluide n'est pas modifié dans les tuyauteries de liaison entre deux éléments consécutifs.

Le cycle décrit par le fréon a les caractéristiques suivantes :

- la compression de ① à ② est adiabatique et réversible ;
- le passage dans les deux échangeurs (condenseur et évaporateur) est isobare (de ② à ③ et de ④ à ①) ;
- la vanne est considérée comme un tuyau indéformable et ne permettant pas les échanges de chaleur.

- Montrer que dans la vanne de ③ à ④ la détente est isenthalpique.

Données supplémentaires :

- la température du fréon lors de l'évaporation dans l'évaporateur est -10°C ;
- la pression de fin de compression en ② est 15 bars ;
- le point ③ est du liquide saturé ;
- la quantité de chaleur échangée dans l'évaporateur avec le local permet une évaporation complète du fréon venant de ④ et conduit au point ① (état saturé).

- Placer les quatre points du cycle ①, ②, ③, ④ sur chacun des deux diagrammes, y représenter le cycle et déterminer, par lecture et interpolation linéaire sur ce même diagramme, les valeurs de P, t, h, s en ces différents points. (Attention, utiliser un seul des deux diagrammes, au choix, pour les valeurs de h , car l'origine choisie n'est pas la même sur les deux ; de même pour s .) Regrouper les résultats dans un tableau.

- Comment peut-on trouver, de deux façons différentes, sur chaque diagramme la valeur de l'enthalpie massique ℓ de vaporisation du fréon à une température t_0 donnée ?

Pour $P_0 = 3$ bar, déterminer t_0 et ℓ (par les deux méthodes).

- Montrer que le titre en vapeur x , en un point donné, peut s'exprimer en fonction de longueurs mesurées sur le palier de changement d'état à la température considérée.

- Utiliser le résultat de d pour calculer le titre x en vapeur du point ④ de la machine frigorifique. Vérifier avec les isotitres.

- En utilisant les résultats de b, calculer les transferts thermiques massiques q_c et q_f échangés par le fréon avec l'extérieur (q_c est échangé de ② à ③ et q_f de ④ à ①).

☞ Réponses partielles

1. b) $\frac{dT}{dt} - aT = -aT_0 + \frac{RI^2}{C}$. c) $T = T_0 + \frac{RI^2}{aC} (e^{at} - 1)$.

2. a) On retrouve la relation de Mayer. c) $\Delta T = 0,99 \text{ K}$.

3. c) $\alpha = \frac{1}{T}$.

g) Calculer de même le travail utile absorbé lors de la compression de ① à ② : $w'_{1 \rightarrow 2}$.

Pourquoi définit-on l'efficacité de la machine frigorifique étudiée par $\varepsilon = \frac{q_f}{w'_{1 \rightarrow 2}}$? La calculer.

h) Tracer sur le même diagramme que précédemment le cycle d'une machine de Carnot frigorifique (deux isothermes et deux adiabatiques réversibles) qui fonctionnerait entre -10°C et t_3 et qui, pour l'isotherme t_3 décrirait la totalité du palier de liquéfaction.

i) Calculer l'efficacité de cette machine de Carnot.

