

Devoir test de physique n° 1

Cet énoncé comporte trois problèmes indépendants. Durée : 4 heures.
L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Problème A Circuit secondaire d'une centrale nucléaire

Ce sujet comporte un document réponse à rendre avec la copie. Les données numériques utiles sont fournies en fin d'énoncé.

La France compte 19 centrales nucléaires en exploitation, dans lesquelles tous les réacteurs (58 au total) sont des réacteurs à eau pressurisée. Actuellement, ces installations produisent près de 80% de l'électricité produite en France. Chaque centrale est soumise à un référentiel de normes de sûreté et de sécurité évoluant en fonction des enseignements des incidents passés nationaux ou internationaux.

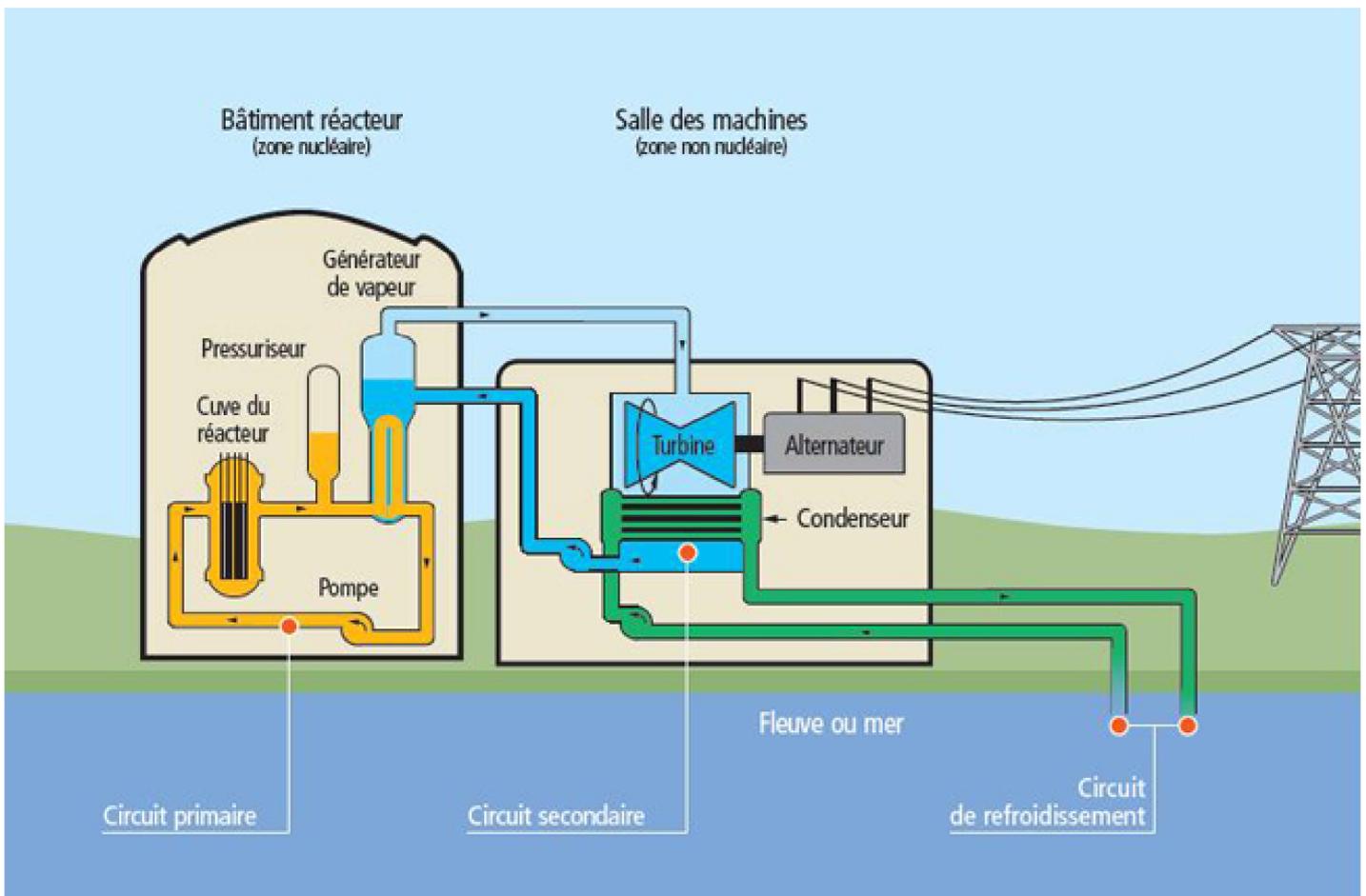


Figure 1 Schéma global d'une centrale nucléaire

Une centrale nucléaire est un site industriel destiné à la production d'électricité, qui utilise comme chaudière un réacteur nucléaire pour produire de la chaleur. Une centrale nucléaire REP (Réacteur à Eau Pressurisée) est constituée de deux grandes zones (voir figure 1) :

- une zone non nucléaire (salle des machines). Dans cette partie, semblable à celle utilisée dans les centrales thermiques classiques, s'écoule de l'eau dans un circuit secondaire. Cette eau est évaporée dans le Générateur de Vapeur (GV) par absorption de la chaleur produite dans la zone nucléaire, puis elle entraîne une turbine (T) couplée à un alternateur produisant de l'électricité, ensuite elle est condensée au contact d'un refroidisseur (rivière ou mer ou atmosphère via une tour aéroréfrigérante) et enfin, elle est comprimée avant d'être renvoyée vers le générateur de vapeur ;
- une zone nucléaire (dans le bâtiment réacteur), où ont lieu les réactions nucléaires de fission, qui produisent de l'énergie thermique et chauffent ainsi l'eau sous pression circulant dans le circuit primaire. Le transfert d'énergie thermique entre le circuit primaire et le circuit secondaire se fait dans le générateur de vapeur, où la surface d'échange entre les deux fluides peut atteindre près de 5000 m² (réseau de tubulures).

Considérons une centrale nucléaire REP produisant une puissance électrique $P_e = 900$ MW. Le fluide circulant dans le circuit secondaire est de l'eau, dont l'écoulement est supposé stationnaire. Le cycle thermodynamique décrit par l'eau est un cycle ditherme moteur. L'eau liquide sera supposée incompressible et de capacité thermique massique isobare supposée constante. Le tableau en fin d'énoncé donne diverses données thermodynamiques relatives à l'équilibre liquide-vapeur de l'eau.

A.1) Cycle de Carnot

Dans une première approche simplifiée, on considère le moteur ditherme de Carnot fonctionnant de manière réversible entre deux sources de température T_{ch} et T_{fr} ($T_{fr} < T_{ch}$).

- Donner, en la redémontrant, l'expression du rendement de Carnot associé à ce cycle.
- Donner la valeur numérique de ce rendement en prenant $T_{ch} = 543$ K et $T_{fr} = 303$ K, les deux températures extrêmes de l'eau dans le circuit secondaire.
- Sachant qu'un réacteur REP fournit à l'eau du circuit secondaire, via le générateur de vapeur, une puissance thermique $P_t = 2785$ MW, que vaut le rendement thermodynamique réel de l'installation ? On supposera que la puissance mécanique transmise à la turbine est intégralement convertie en puissance électrique. Commenter.

A.2) Cycle de Rankine

L'eau du circuit secondaire subit les transformations suivantes (représentées dans la figure 2)

- de A à B : dans le générateur de vapeur, échauffement isobare du liquide à la pression $P_2 = 55$ bar jusqu'à un état de liquide saturant (état noté A'), puis vaporisation totale isobare jusqu'à un état de vapeur saturante sèche (état B) ;
- de B à C : détente adiabatique réversible dans la turbine, de la pression P_2 à la pression $P_1 = 43$ mbar ;
- en C , le fluide est diphasé ;
- de C à D : liquéfaction totale isobare dans le condenseur, jusqu'à un état de liquide saturant ;
- de D à A : compression adiabatique réversible, dans la pompe d'alimentation, de la pression P_1 à la pression P_2 , du liquide saturant sortant du condenseur. On négligera le travail consommé par cette pompe devant les autres énergies mises en jeu.

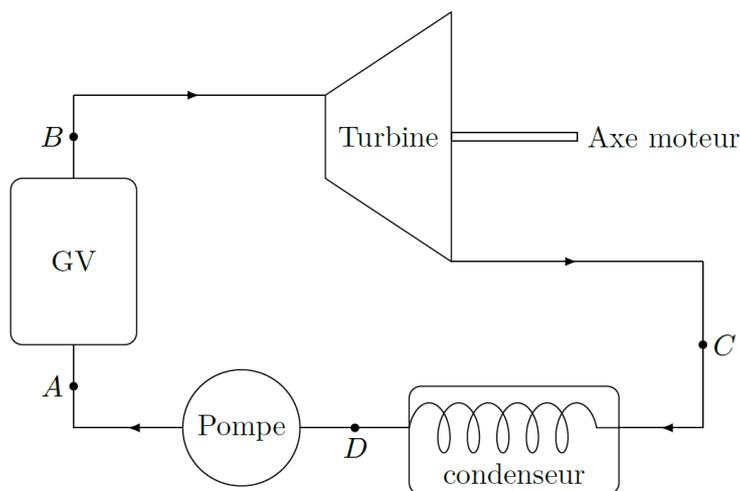


Figure 2 Cycle de Rankine

(Question (a) supprimée)

- D'après l'extrait de table thermodynamique donné en fin d'énoncé, quelles sont les valeurs des températures, des enthalpies massiques et des entropies massiques aux points A' , B et D ? On pourra donner les valeurs sous forme de tableau.
- Dans le document réponse figure le diagramme enthalpique (P, h) de l'eau. Placer, avec soin et à l'échelle, les points A' , B , C , D du cycle. On explicitera la méthode.
- Dans toute la suite, on négligera les variations d'énergie cinétique et potentielle dans les bilans énergétiques. Exprimer alors, sans démonstration, le premier principe de la thermodynamique pour un fluide en écoulement stationnaire recevant de manière algébrique le travail massique utile w_u et le transfert thermique massique q .
- Exprimer le travail massique w_{BC} reçu par l'eau dans la turbine. Donner sa valeur numérique, en s'aidant du diagramme enthalpique.

f) Exprimer le transfert thermique massique $q_{AA'}$ reçu par l'eau liquide quand elle passe de manière isobare de la température T_A à la température $T_{A'}$ dans le générateur de vapeur. Donner sa valeur numérique : on considérera $T_A \approx T_D$.

g) Exprimer le transfert thermique massique $q_{A'B}$ reçu par l'eau quand elle se vaporise complètement dans le générateur de vapeur. Donner sa valeur numérique.

h) Calculer alors le rendement de Rankine de l'installation. Comparer au rendement de Carnot et commenter. Comparer au rendement réel et commenter.

i) Dans quel état se trouve l'eau à la fin de la détente de la turbine ? Donner le titre massique en vapeur à l'aide du diagramme enthalpique. En quoi est-ce un inconvénient pour les parties mobiles de la turbine ?

A.3) Cycle de Rankine avec détente étagée

Le cycle réel est plus compliqué que celui étudié précédemment (voir figure 3). En effet, d'une part, la détente est étagée : elle se fait d'abord dans une turbine « haute pression » puis dans une turbine « basse pression ». D'autre part, entre les deux turbines, l'eau passe dans un « surchauffeur ». Les transformations sont maintenant modélisées par

- de A à B : dans le générateur de vapeur, échauffement isobare du liquide à la pression $P_2 = 55$ bar, jusqu'à un état de liquide saturant (état noté A'), puis vaporisation totale isobare jusqu'à un état de vapeur saturante sèche (point B) ;
- de B à C' : détente adiabatique réversible dans la turbine « haute pression », de la pression P_2 à la pression $P_3 = 10$ bar ;
- de C' à B' : échauffement isobare à la pression P_3 , dans le surchauffeur, jusqu'à un état de vapeur saturante sèche (point B') ;
- de B' à C'' : détente adiabatique réversible dans la turbine « basse pression », de la pression P_3 à la pression $P_1 = 43$ mbar ;
- de C'' à D : liquéfaction totale isobare dans le condenseur, jusqu'à un état de liquide saturant ;
- de D à A : compression adiabatique réversible, dans la pompe d'alimentation, de la pression P_1 à la pression P_2 , du liquide saturant sortant du condenseur. On négligera le travail consommé par cette pompe devant les autres énergies mises en jeu.

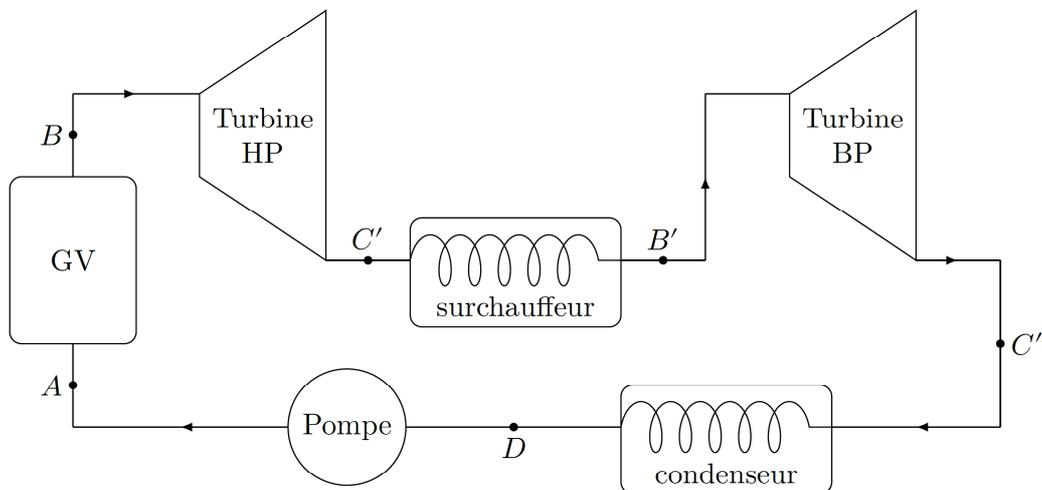


Figure 3 Cycle de Rankine avec une détente étagée

- a) Placer les nouveaux points C' , B' , C'' sur le diagramme enthalpique du document réponse.
- b) Comparer les titres massiques en vapeur des points C' et C'' au titre massique en vapeur du point C . Quel est l'intérêt de la surchauffe ?
- c) À l'aide du diagramme enthalpique, déterminer le nouveau rendement du cycle. Commenter.

Problème B
Propriétés thermodynamiques du verre

B-1) Capacité thermique du verre

On donne la capacité thermique (ou calorifique) massique de l'eau : $c_{\text{eau}} = 4,18 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{g}^{-1}$.

On désire mesurer la capacité thermique massique du verre par une expérience de calorimétrie à pression constante.

B-1-a) Quelle est la fonction d'état à utiliser dans ce cas ?

B-1-b) On place $n = 40$ petites billes de verre identiques dans un four maintenant une température $t_1 = 80^\circ\text{C}$. Chaque petite bille a un diamètre $\delta = 1 \text{ cm}$. La densité du verre est $d = 2,5$. On plonge ces petites billes dans un calorimètre de masse équivalente en eau $m_{\text{eq}} = 20 \text{ g}$ dans lequel on a placé initialement une masse $M = 100 \text{ g}$ d'eau à $t_2 = 20^\circ\text{C}$. On néglige toute fuite thermique. La température du mélange à l'équilibre est $t_{\text{eq}} = 25^\circ\text{C}$. En déduire l'expression littérale et la valeur numérique de la capacité thermique massique du verre, que l'on notera c_{verre} . On rappelle que la masse volumique de l'eau est $\rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

On veut montrer à partir du second principe que la transformation réalisée ci-dessus est irréversible.

B-1-c) Relier, en justifiant, la variation élémentaire d'entropie dS à la variation de température dT d'une phase condensée idéale de capacité thermique C .

B-1-d) Donner l'expression littérale et la valeur numérique de la variation d'entropie du système {billes, calorimètre, eau} pour la transformation précédente. Conclure quant à la réversibilité de la transformation.

B-2) Fuite thermique par une vitre

Soit une pièce d'habitation de capacité thermique totale C , de température (à l'instant t) $T(t)$ supposée uniforme en tout point de la pièce. Les fuites thermiques se font uniquement par l'intermédiaire d'une fenêtre simple vitrée de surface S . La température de l'extérieur est constante de valeur $T_0 = 273 \text{ K}$. On suppose que la puissance P_{th} des fuites thermiques est proportionnelle à la surface de la vitre S et à l'écart de température entre la pièce et l'extérieur (loi de Newton). On appellera k le coefficient de proportionnalité. En valeur absolue, la loi de Newton s'exprime donc par la relation : $|P_{\text{th}}| = kS|T - T_0|$ (avec $k > 0$).

La pièce est chauffée par un radiateur électrique de résistance R alimenté par le secteur EDF (qui délivre une tension efficace U égale à 220V).

Initialement la pièce est à une température $T(0) = 283 \text{ K}$. On met en route le chauffage.

B-2-a) Quelle est l'expression littérale de la puissance thermique P_j reçue du radiateur par la pièce ?

B-2-b) Quelle est l'expression littérale de la puissance thermique $P_{th,pièce}$ algébriquement reçue par la pièce?

B-2-c) Quelle valeur faut-il donner à R pour qu'en régime permanent la température de la pièce soit de $T_1=293$ K ? Pour l'application numérique, on prendra $S = 1 \text{ m}^2$ et $k = 5,6$ S.I.

B-2-d) Ecrire le bilan énergétique de la pièce entre deux instants infiniment voisins t et $t+dt$ et en déduire l'équation différentielle vérifiée par $T(t)$.

B-2-e) Dans l'équation différentielle de $T(t)$, identifier une constante de temps τ . Quelle est sa valeur numérique si $C = 100$ kJ/K ? Quelle est sa signification physique ?

B-2-f) Résoudre l'équation différentielle avec la condition initiale proposée.

B-2-g) Connaissez-vous un moyen de réduire les pertes thermiques ? Lequel ?

Problème C **Diffusion dans un solide**

Au sein d'un milieu homogène, considérons un ensemble de particules dont la concentration n'est pas uniforme. Ces particules peuvent être des molécules, des atomes ou des ions, des défauts ponctuels, des électrons libres, etc ... Dans l'hypothèse d'une diffusion unidirectionnelle, leur densité (ou concentration) particulière $n(x,t)$ dépend de leur position le long de la direction Ox .

En 1885, dans le cadre de ses travaux sur les mélanges de gaz et de liquides, Adolf Fick proposa la loi phénoménologique de diffusion. Cette loi introduit le coefficient de diffusion (ou diffusivité) D et relie le vecteur densité volumique de particules \vec{j}_D au gradient de concentration particulière n .

C1. Rappeler la loi de Fick ; expliquer le caractère « phénoménologique » de cette loi. Justifier l'existence d'un flux de particules et son orientation relative vis à vis du gradient de concentration.

La loi de Fick ne faisant apparaître que les variations spatiales de la concentration particulière à un instant t , il convient de la compléter par une équation de bilan lorsque le flux de particules varie au cours du temps. Considérons un cylindre infiniment long, de section S constante, parallèle à la direction Ox de la diffusion.

C2. Effectuer un bilan de matière sur un volume élémentaire de section S et d'épaisseur dx pour établir une relation traduisant la conservation du nombre de particules. En déduire l'équation de la diffusion :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}.$$

C3. Par une analyse dimensionnelle, établir une relation qualitative exprimant la longueur caractéristique L du phénomène de diffusion en fonction de l'ordre de grandeur τ de sa durée et du coefficient de diffusion D .

C4. Réécrire l'équation de la diffusion dans le cas où le coefficient de diffusion varie avec la concentration de l'espèce diffusante. Proposer un mode de résolution de cette équation.

Pour illustrer la diffusion, considérons la situation expérimentale du dopage d'un semi-conducteur d'arséniure de gallium (AsGa) avec du silicium. A l'instant $t = 0$, N_0 atomes de silicium par unité de surface sont brusquement introduits en $x = 0$, à la surface d'une plaquette d'AsGa considérée comme un milieu semi-infini. L'analyse du régime instationnaire montre que le nombre d'atomes de silicium $N(x,t)$ par unité de volume à l'abscisse x et à l'instant t s'écrit :

$$N(x,t) = \frac{K}{\sqrt{t}} \exp\left(-\frac{ax^2}{t}\right).$$

- C5.** Etablir la relation entre a et D , pour que la répartition d'atomes $N(x,t)$ soit solution de l'équation de diffusion établie en C2. Traduire la conservation du nombre d'atomes introduits et, par le changement de variable $u = \frac{x}{2\sqrt{Dt}}$ se référant aux compléments mathématiques en fin d'épreuve, déterminer la valeur de K en fonction de N_0 et D .

Le schéma ci-dessous (Figure 1) traduit le résultat du dopage de la plaquette d'AsGa : l'évolution de la distribution des atomes de silicium est tracée en fonction de l'abscisse x , à différents instants.

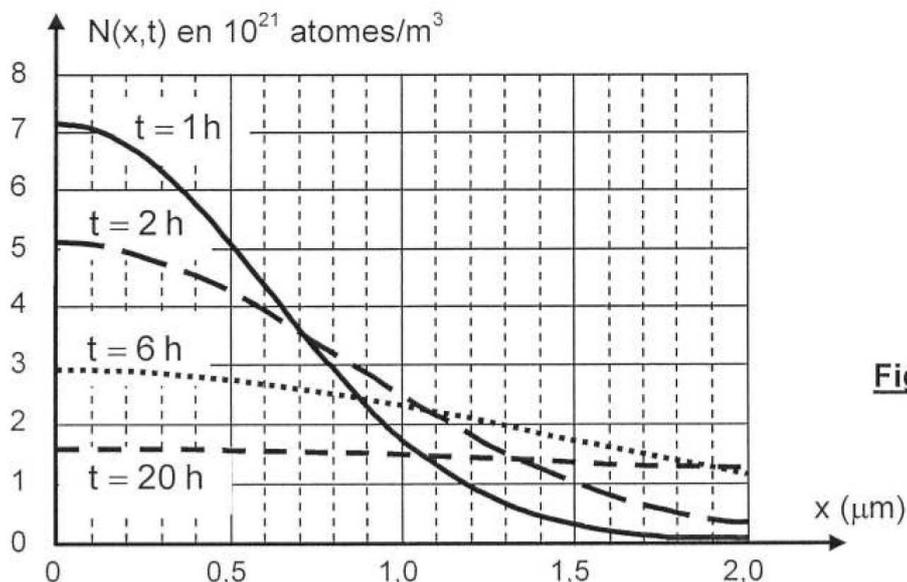


Figure 1

- C6.** Analyser la forme des courbes obtenues. Que vaut l'aire sous chacune de ces courbes ? Déterminer, à un instant t donné (en adoptant par exemple $t = 1$ h), la profondeur d'implantation L des atomes de silicium correspondant à une concentration moitié de la concentration injectée en $x = 0$ (il s'agit de la demi-largeur à mi-hauteur).
- C7.** Proposer un mode de détermination du coefficient de diffusion D du silicium dans AsGa. Estimer l'ordre de grandeur du coefficient de diffusion D .

Complément mathématique

► Intégrale d'Euler :
$$\int_0^{\infty} \exp(-s^2) ds = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

Fin de l'énoncé

Annexe pour le problème A

Le diagramme à compléter et à rendre se trouve au dos.

Données

Extrait de table thermodynamique relatif à l'équilibre liquide-vapeur de l'eau

θ (°C)	P_{sat} (bar)	Liquide saturant			Vapeur saturante sèche		
		v_l (m ³ ·kg ⁻¹)	h_l (kJ·kg ⁻¹)	s_l (kJ·K ⁻¹ ·kg ⁻¹)	v_v (m ³ ·kg ⁻¹)	h_v (kJ·kg ⁻¹)	s_v (kJ·K ⁻¹ ·kg ⁻¹)
30	0,043	1,0047	125,22	0,4348	32,892	2555,92	8,4530
180	10	1,1276	763,18	2,1395	0,119404	2777,84	6,5854
270	55	1,3053	1190,10	2,9853	0,03505	2788,46	5,9226

θ température

s_l entropie massique du liquide saturant

P_{sat} pression de vapeur saturante

v_v volume massique de la vapeur saturante sèche

v_l volume massique du liquide saturant

h_v enthalpie massique de la vapeur saturante sèche

h_l enthalpie massique du liquide saturant

s_v entropie massique de la vapeur saturante sèche

Capacité thermique massique isobare de l'eau

$$c = 4,18 \text{ kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$$

Constante des gaz parfaits

$$R = 8,314 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$$

Les températures sont exprimées en °C

