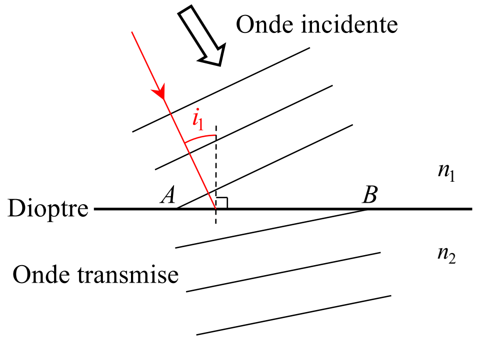
Exercices du chapitre Op1

Chemins optiques et surfaces d'onde

1. Lois de Snell–Descartes et théorème de Malus

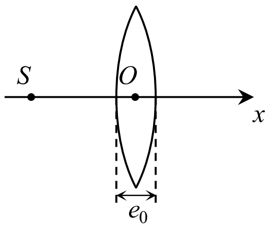
Une onde lumineuse monochromatique plane se propageant dans un milieu d'indice n_1 vient frapper un dioptre plan (interface avec un milieu d'indice n_2) sous une incidence i_1. La transmission (réfraction) à l'interface donne naissance à une autre onde plane, dont on veut déterminer la direction de propagation à partir du théorème de Malus. Sur la figure ci-dessous on a représenté quelques surfaces d'onde de l'onde incidente et de l'onde transmise.



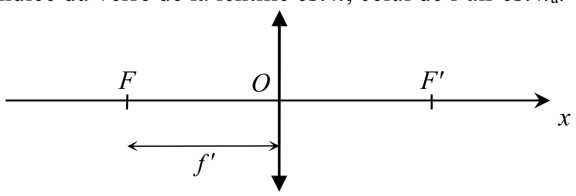
En considérant les rayons passant par les points A et B de la figure, et en utilisant le théorème de Malus, établir la loi de Snell–Descartes pour la réfraction.

2. Chemins optiques à travers une lentille mince

Une source ponctuelle S est placée devant une lentille mince convergente de distance focale f', sur son axe optique (Ox).



On a mesuré l'épaisseur maximale e_0 de la lentille sur l'axe optique, mais on ne connaît pas sa forme exacte : pour faire des constructions on utilisera donc la schématisation habituelle de l'optique géométrique (lentille « infiniment mince »). L'indice du verre de la lentille est n, celui de l'air est n_a.



On cherche à déterminer le chemin optique entre S et un point quelconque situé dans l'espace image (abscisse $x > 0$).

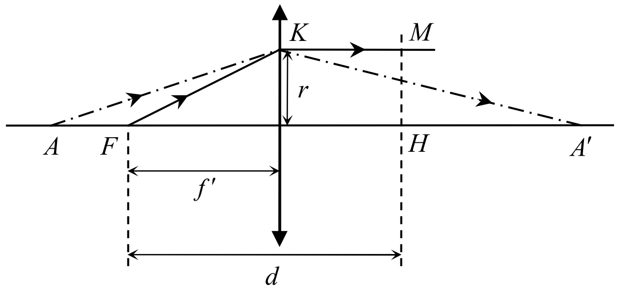
a) On place S au foyer objet principal F. Quel est le rayon allant de S jusqu'à un point M situé sur l'axe optique ? En déduire le chemin optique (SM).

b) Toujours avec S en F, on prend maintenant un point N de coordonnées $(x, y, 0)$, donc hors de l'axe. Tracer le rayon passant par N. Pourquoi ne peut-on pas faire un calcul géométrique du chemin optique (SN) ? Tracer alors la surface d'onde contenant N, puis en déduire (SN).

c) On place maintenant S à la distance $3f'$ avant la lentille. Déterminer de même (SM) puis (SN).

3. Profil d'une lentille et formule de conjugaison

Une lentille mince convergente, réalisée dans un verre d'indice n, a une distance focale f'. Une source lumineuse est placée à son foyer objet principal F, et on suppose que les conditions de Gauss sont vérifiées. On note e_0 l'épaisseur maximale de la lentille (au niveau de l'axe optique). L'indice de l'air est supposé égal à 1.



a) M étant un point quelconque de l'espace image, écrire de deux façons différentes le chemin optique (FM), et en déduire l'épaisseur de la lentille en fonction de r (distance entre le point d'impact K du rayon sur la lentille et l'axe optique) et des constantes f', e_0 et n. On pourra supposer que dans la lentille, le rayon est parallèle à l'axe (c'est-à-dire négliger son inclinaison par rapport à celle du segment FK).

b) Pour deux points conjugués réels A et A', établir la formule de conjugaison de Descartes en utilisant la même technique.

Spectre et cohérence temporelle

4. Raie spectrale

Une raie spectrale de l'hydrogène, observée dans la lumière solaire, a une longueur d'onde moyenne $\lambda_{0m} = 486{,}1$ nm et une largeur en longueur d'onde $\Delta\lambda_0 = 0{,}075$ nm.

a) Quelle est sa couleur ?

b) Évaluer la longueur de cohérence ℓ_c, le temps de cohérence τ_c et le nombre moyen d'oscillations par train d'ondes.

5. Effet Doppler et élargissement spectral

Dans une vapeur monoatomique (de masse molaire M et de température T), les atomes, excités par une décharge électrique, émettent une lumière qui serait supposée parfaitement monochromatique (fréquence f_0) s'ils étaient immobiles. Mais à cause de l'effet Doppler, l'onde perçue par un détecteur fixe comporte une certaine bande de fréquences autour de f_0. La densité spectrale de puissance lumineuse reçue par le détecteur est de la forme :

$$p_f(f) = K \exp\left[-\left(\frac{f - f_0}{\Delta f}\right)^2\right] \text{ avec } \Delta f = f_0\sqrt{\frac{2RT}{Mc^2}}.$$

a) Trace l'allure du graphe de cette densité spectrale, et donner une interprétation simple de Δf.

b) Calculer $\dfrac{\Delta f}{f_0}$ pour la raie verte du mercure, de fréquence $f_0 = 549$ THz, avec $c = 3{,}0 \cdot 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $M = 201\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$, $R = 8{,}314\ \mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}}$ et $T = 1000$ K (dans une lampe).

c) Expérimentalement, on mesure une longueur de cohérence de l'ordre de 1 cm. L'effet Doppler est-il la cause principale de sa largeur spectrale ? Quelle autre cause intervient ?

☞ *Réponses partielles*

2. a) $(SM) = n_a(f' + x) + (n - n_a)e_0$. b) *Idem*. **3.** a) $e(r) = e_0 - \dfrac{r^2}{2(n-1)f'}$. **4.** b) $\ell_c = 3$ mm.