# Devoir d'entraînement de physique n° 4

## Problème A
### Interférences avec spectre large

*Un formulaire se trouve en fin d'énoncé.*

On considère (**figure 2**) un faisceau de lumière parallèle de longueur d'onde $\lambda$, se propageant dans la direction Oz. Ce faisceau arrive sur un écran placé dans le plan $xOy\,(z=0)$ percé de deux trous identiques $T_1$ et $T_2$. Les centres des trous $O_1$ et $O_2$ ont pour coordonnées respectivement $\left(\frac{a}{2},0,0\right)$ et $\left(-\frac{a}{2},0,0\right)$. Le rayon des trous est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde. Ceci permet de supposer qu'il existe un champ d'interférences qui est la zone commune aux deux faisceaux diffractés par les trous. On modélise chaque trou par une source secondaire ponctuelle émettant une lumière uniforme dans le champ d'interférences. Ces sources secondaires sont cohérentes entre elles.

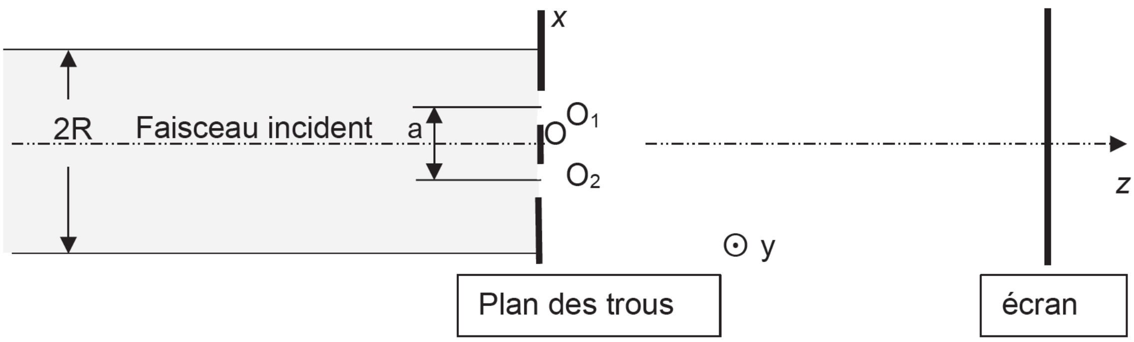



**Figure 2** - Géométrie du dispositif à deux trous

**Q6.** On observe sur un écran placé dans le plan $z=D$, en un point $M$ de coordonnées $(x,y,D)$. On suppose que D est très grand devant $a$, $|x|$ et $|y|$. Le montage est réalisé dans l'air d'indice égal à l'unité.
**a)** De quel type de division interférentielle s'agit-il ? Les interférences sont-elles localisées ?
**b)** Établir (dans le cadre de l'approximation scalaire de l'optique) l'expression de la différence de marche $\delta(M)$. Établir l'expression de l'intensité $I(M)$ au point $M$ en notant $I_{Max}$ l'intensité maximale.

**Q7.** **a)** Décrire ce qu'on doit voir sur l'écran dans le cadre de ces hypothèses et exprimer l'interfrange $i$ en fonction de la fréquence d'émission $\nu$, de $c$ et des paramètres géométriques du dispositif.
**b)** Pourquoi, dans ce cadre, peut-on remplacer les deux trous par deux fentes fines identiques parallèles à Oy ? Quel en est l'intérêt ? La figure est-elle transformée si on translate de façon " raisonnable " en bloc les fentes dans leur plan ?

**Q8.** La source est en réalité quasi-monochromatique à profil spectral " rectangulaire " de largeur $\Delta\lambda$ autour de $\lambda_0$, avec $\Delta\lambda \ll \lambda_0$. Ce profil spectral, en fonction de la fréquence d'émission, est représenté sur la **figure 3**. On admet que l'intensité émise par une bande spectrale de largeur $d\nu$ autour de $\nu$ vaut $dI = J_\nu d\nu$.

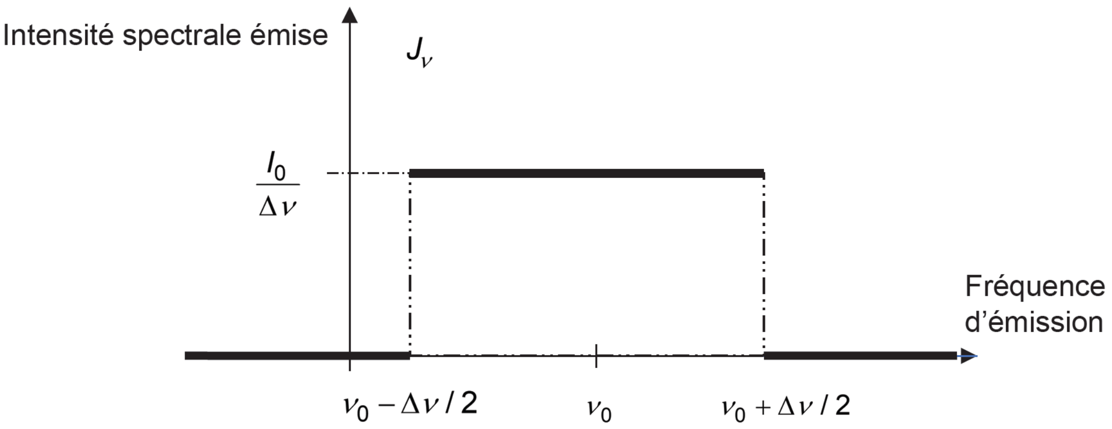



**Figure 3** - Profil " rectangulaire " d'une source quasi-monochromatique
Par commodité de représentation, l'échelle n'est pas respectée $(\Delta\nu \ll \nu_0)$.

**a)** Établir l'expression de l'intensité $I$(M) au point M en notant $I_{Max}$ l'intensité maximale et montrer qu'elle peut s'écrire sous la forme $I(M) = \dfrac{I_{\max}}{2}\left(1 + V(M)\cos\dfrac{2\pi x}{i}\right)$, avec $i$ l'interfrange correspondant à la valeur centrale de la raie. On rappelle que $\sin p - \sin q = 2\sin\dfrac{p-q}{2}\cos\dfrac{p+q}{2}$. Exprimer $V(M)$ en utilisant la fonction sinus cardinal.

**b)** Montrer que le contraste au voisinage de $M$ est $C = |V(M)|$.

**c)** Exprimer en fonction de $\Delta\lambda$ et $\lambda_0$ la longueur de cohérence $L$, c'est-à-dire la plus petite valeur de la différence de marche $\delta$ à partir de laquelle les franges ne sont plus visibles. Vérifier que ce résultat correspond au critère de brouillage des franges portant sur l'ordre d'interférences.

On rappelle le lien entre les deux largeurs spectrales $\Delta\nu = \dfrac{c}{\lambda_0^2}\Delta\lambda$.

**d)** Établir la durée $\tau$ des trains d'onde ou temps de cohérence.

**e)** Justifier pourquoi on définit le nombre d'interfranges visibles par $N = 2L/\lambda_0$.

**f)** Dans le tableau ci-dessous sont indiquées des caractéristiques de sources quasi-monochromatiques. Après l'avoir recopié sur votre copie, le compléter et le commenter.

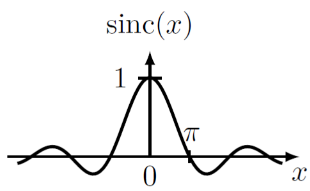
| Source | $\lambda_0$ en nm | $\Delta\lambda$ en nm | $\tau$ en s | $L$ en m | $N$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Laser He-Ne | 632,991 | 0,001 | ? | ? | ? |
| Raie rouge de l'hydrogène | 656,2 | 0,1 | ? | ? | ? |
| Lumière blanche filtrée | 500 | 20 | ? | ? | ? |

## Formulaire

Vitesse de la lumière dans le vide $c = 3{,}00 \cdot 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

**La fonction sinus cardinal est par définition** $\operatorname{sinc} u = (\sin u)/u$.

Elle possède un maximum principal égal à 1 pour $u$ = 0, des zéros pour les valeurs de $u$ égales à $u_{\max} = n\pi$ avec $n$ entier relatif non nul et des maximas secondaires pour des valeurs proches de $u_{\min} = (2p+1)\pi/2$ avec $p$ entier relatif différent de 0 et $-1$.



# Problème B
## Directivité d'un microphone « canon »

Dans ce problème, on étudie des interférences entre ondes acoustiques par analogie avec les ondes lumineuses. Le signal lumineux $s(M,t)$ est simplement remplacé par un signal acoustique $p(M,t)$ [surpression].

Un microphone électrostatique ordinaire enregistre le son associé à la résultante de toutes les ondes sonores qui parviennent à sa membrane. Pour enregistrer le son provenant d'une direction unique à grande distance, on peut utiliser un microphone à tube à interférences, aussi désigné microphone « canon » à cause de sa forme (cf. photographie de la figure 2).

Devant la membrane sensible M, on dispose un tube percé régulièrement d'orifices distants de $d$, de sorte que le signal enregistré en provenance d'une direction $\theta$ résulte des interférences entre $N$ ondes acoustiques (sur la figure 3, $N = 4$). On considère dans la suite que ces ondes sont harmoniques de fréquence $f$ comprise dans l'intervalle $[100\,\mathrm{Hz}\,,\,5\,\mathrm{kHz}]$ ; elles se propagent à la célérité $c_a$.

**Figure 2** – Microphone canon.
*Source : DPA microphones.*

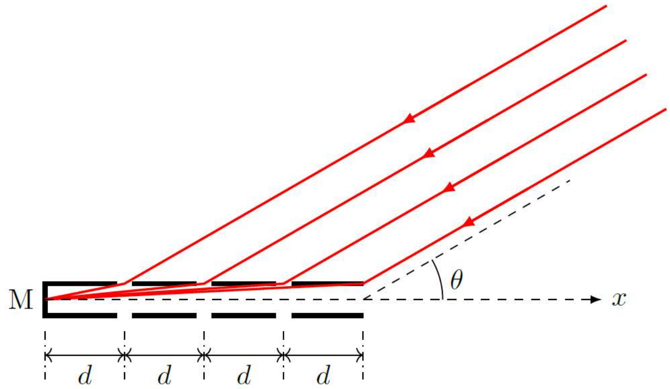



**Figure 3** – Microphone à tube à interférences.

Après diffraction par leur orifice d'entrée dans le tube, chacune de ces $N$ ondes se propage en direction de la membrane de détection selon une direction que l'on assimile dans la suite exactement à l'axe $(Ox)$ du tube (ce qui revient à négliger la largeur du tube sur la figure 3).

Le signal reçu au niveau de la membrane est la somme des amplitudes complexes des $N$ ondes, $\underline{p}_{\text{tot}} = \sum_{k=1}^{N} \underline{p}_k$ et l'intensité acoustique est la moyenne temporelle $I_{\text{tot}} = \left|\underline{p}_{\text{tot}}\right|^2$. On admet que ces $N$ ondes parviennent en M avec la même amplitude $p_0$ et on pose $I_0 = {p_0}^2$.

Toutes les propriétés liées à la diffraction et aux interférences des ondes acoustiques sont considérées comme identiques aux mêmes propriétés pour les ondes lumineuses, et bien sûr en particulier le théorème de Malus.

On s'intéresse d'abord au cas où $N = 2$.

**Q5.** Montrer que, lors de la réception en M, $\underline{p}_2 = \underline{p}_1 \mathrm{e}^{-j\varphi}$ et exprimer $\varphi$ en fonction de $c_a$, $f$, $d$ et $\theta$.

**Q6.** Établir l'expression de l'intensité du signal acoustique reçu en M sous la forme $I_{\text{tot}} = I_0\, f_2(\varphi)$. Expliciter et commenter l'expression de la fonction $f_2$.

On se place désormais dans le cas où $N = 4$.

**Q7.** Montrer que l'intensité totale se met sous la forme $I_{\text{tot}} = I_0\, f_2(\varphi)\, f_2(2\varphi)$. Déterminer la période $\psi$ de cette fonction de $\varphi$, ainsi que sa valeur maximale $I_{\max}$ ; commenter physiquement les valeurs de $\psi$ et $I_{\max}$.

Le tracé de la fonction $I_{\text{tot}}(\varphi)$ est proposé figure 4. On considère qu'un signal acoustique n'est significatif que si son intensité représente au moins 20 % de la valeur maximale $I_{\max}$.

**Q8.** Montrer qu'un microphone à tube à interférences construit selon le principe ci-dessus sélectionne les ondes acoustiques provenant d'un cône étroit d'axe $(Ox)$ de demi-angle au sommet $\theta_{\max}$, à exprimer en fonction notamment de $c_a$, $f$ et $d$. Préciser comment il convient de choisir $d$ pour assurer la condition $\theta_{\max} < 5°$. Commenter.

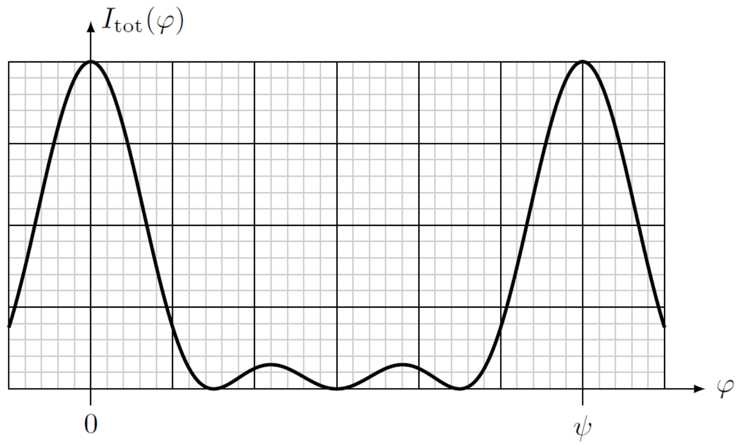



**Figure 4** – Tracé de $I_4(\varphi)$.