# Op3 – Corrigé des exercices 1, 2, 3 (fin) et 4

## ¤ Exercice 1

a) *Voir cours, mais attention au changement de notations.* $\boxed{\delta_{2/1}(M)=\dfrac{\ell z}{f_2'}}$, $\boxed{z_m=m\dfrac{\lambda f_2'}{\ell}}$ et $\boxed{i=\dfrac{\lambda f_2'}{\ell}}$.

b) Le chemin optique (2) du bas est inchangé, mais le chemin optique (1) est allongé de $(n-1)e$. Donc la différence de marche est maintenant : $\boxed{\delta'_{2/1}(M)=\dfrac{\ell z}{f_2'}-(n-1)e}$. Comme précédemment, on obtient des <u>franges rectilignes</u> ($z$ = cte), la frange d'ordre $m$ étant en $z'_m=m\dfrac{\lambda f_2'}{\ell}+\dfrac{(n-1)ef_2'}{\ell}$. L'interfrange est donc <u>inchangée</u> $\left(i'=i=\dfrac{\lambda f_2'}{\ell}\right)$, et la frange d'ordre 0 se trouve maintenant en $\boxed{z'_0=\dfrac{(n-1)ef_2'}{\ell}}$. Par rapport à la question a, la figure a donc simplement été <u>translatée verticalement vers le haut</u> ($z'_0>0$).

c) $z'_0$ est indépendante de $\lambda$, donc <u>la frange d'ordre 0 est la même pour toutes les longueurs d'onde</u>. Mais $z'_m$ dépend de $\lambda$ pour $m$ non nul, donc <u>toutes les franges d'ordres non nuls sont différentes pour toutes les longueurs d'onde</u>. Pour chaque longueur d'onde, donc pour chaque couleur, les franges lumineuses sont à des endroits différents : on verra donc partout des mélanges de couleurs variables. Mais la frange d'ordre 0 est la seule frange brillante pour toutes les couleurs : c'est donc <u>la seule frange blanche</u>. Le mot <u>*achromatique*</u> signifie d'ailleurs <u>*sans couleur*</u>.

d) $\boxed{e=\dfrac{\ell z'_0}{(n-1)f_2'}}$. AN $\boxed{e=170\ \mu\text{m}=0{,}17\ \text{mm}}$.

e) Maintenant la frange d'ordre 0 dépend de $\lambda$, donc elle n'est plus achromatique. La frange dont l'ordre ne dépend pratiquement pas de $\lambda$ a le même éclairement pour toutes les couleurs : elle est donc encore achromatique (sans couleur), mais elle peut être <u>blanche, noire ou grise</u>.

f) L'ordre d'interférence est $p=\dfrac{\delta'_{2/1}(M)}{\lambda}=\dfrac{\ell z}{\lambda f_2'}-\left(\dfrac{a-1}{\lambda}+\dfrac{b}{\lambda^3}\right)e$. On dérive : $\left(\dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}\lambda}\right)_{\lambda=\lambda_c}=-\dfrac{1}{\lambda_c^2}\left(\dfrac{\ell z'_a}{f_2'}-(a-1)e\right)+\dfrac{3be}{\lambda_c^4}=0$ d'où $\boxed{z'_a=\dfrac{f_2'}{\ell}\left(a-1+\dfrac{3b}{\lambda_c^2}\right)e}$. $\left[\text{On retrouve bien } z'_0=\dfrac{f_2'}{\ell}(n-1)e \text{ si la lame est non dispersive.}\right]$

g) $n(\lambda_c)-n(\lambda_{max})=b\left(\dfrac{1}{\lambda_c^2}-\dfrac{1}{\lambda_{max}^2}\right)$ et $n(\lambda_c)\lambda_c^2-n(\lambda_{max})\lambda_{max}^2=a\left(\lambda_c^2-\lambda_{max}^2\right)$ d'où $\boxed{b=\dfrac{n(\lambda_c)-n(\lambda_{max})}{1/\lambda_c^2-1/\lambda_{max}^2}=26100\ \text{nm}^2}$ et $\boxed{a=\dfrac{n(\lambda_c)\lambda_c^2-n(\lambda_{max})\lambda_{max}^2}{\lambda_c^2-\lambda_{max}^2}=1{,}444}$. On en déduit $\boxed{z'_a=11{,}9\ \text{mm}}$ : cette valeur est nettement différente de celle trouvée à la question d avec une lame non dispersive (<u>plus de 30 % d'écart</u>). La frange achromatique est donc ici <u>loin de l'ordre 0</u>.

## ¤ Exercice 2

a) b) c) *Voir cours.* Les deux tubes étant totalement identiques, ils ne changent rien au calcul de la différence de marche.
$\boxed{i=\dfrac{\lambda f'}{a}}$ et on a la frange d'ordre 0 (brillante) en $x$ = 0, au foyer principal image de $L$.

d) Quand l'air remplace le vide dans le tube $T_2$, sur le chemin optique 2 on remplace un terme $l$ par $n_a\, l$, la différence de marche devient donc $\delta_{2/1}(M)=n_a\dfrac{ax}{f'}+(n_a-1)l$. L'interfrange reste la même, mais la frange d'ordre 0 est maintenant à l'abscisse $x_0=\left(\dfrac{1}{n_a}-1\right)\dfrac{lf'}{a}<0$ : les franges ont défilé <u>vers le bas</u>. (Interprétation qualitative : le remplissage a allongé le chemin 2, donc pour retrouver l'égalité des chemins il faut donc raccourcir le 2 et allonger le 1, donc $M$ doit descendre.)

Ce décalage correspond à 52,5 interfranges : $\left(\dfrac{1}{n_a}-1\right)\dfrac{lf'}{a}=-52{,}5\dfrac{\lambda f'}{a}$ d'où $\boxed{n_a=\left(1-52{,}5\dfrac{\lambda}{l}\right)^{-1}\approx 1+52{,}5\dfrac{\lambda}{l}}$. AN $\boxed{n_a=1{,}00028}$ (avec deux chiffres significatifs pour la partie fractionnaire).

## ¤ Exercice 3

a) $\delta_{2/1}(M)\approx a\left(\varepsilon+\dfrac{x}{f'}\right)$ et $p(M)\approx\dfrac{a}{\lambda}\left(\varepsilon+\dfrac{x}{f'}\right)$ *(traité en classe).*

L'interfrange a la valeur habituelle $\boxed{i=\dfrac{\lambda f'}{a}}$, et la frange d'ordre $p=0$ se trouve en $\boxed{x_0=-f'\varepsilon}$.

b) On obtiendrait de même des franges rectilignes, avec toujours $i=\dfrac{\lambda f'}{a}$ et cette fois $\boxed{x'_0=+f'\varepsilon}$. Par rapport à la figure précédente, celle-ci est translatée de $x'_0-x_0=2f'\varepsilon$ vers le haut. Les franges disparaissent complètement (brouillage total) si ce décalage fait coïncider les franges brillantes dues à une étoile et les franges sombres dues à l'autre, autrement dit si $2f'\varepsilon=\left(m+\dfrac{1}{2}\right)i$ avec $m$ entier.

Cela équivaut à $2f'\varepsilon = \left(m+\frac{1}{2}\right)\frac{\lambda f'}{a}$ d'où $\boxed{a_m = \left(m+\frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2\varepsilon}}$.

c) Formule de Fresnel pour deux ondes : $I_+(x) = 2I_0\left[1+\cos\left(2\pi\frac{a}{\lambda}\left(\varepsilon+\frac{x}{f'}\right)\right)\right]$ et $I_-(x) = 2I_0\left[1+\cos\left(2\pi\frac{a}{\lambda}\left(-\varepsilon+\frac{x}{f'}\right)\right)\right]$.

Les deux sources de lumière étant incohérentes (étoiles indépendantes), les intensités s'additionnent sur l'écran :
$I(x) = I_+(x)+I_-(x) = 2I_0\left[2+\cos\left(2\pi\frac{a}{\lambda}\left(\varepsilon+\frac{x}{f'}\right)\right)+\cos\left(2\pi\frac{a}{\lambda}\left(-\varepsilon+\frac{x}{f'}\right)\right)\right]$ soit $\boxed{I(x) = 4I_0\left[1+\cos\left(2\pi\frac{a}{\lambda}\varepsilon\right)\cos\left(2\pi\frac{a}{\lambda}\frac{x}{f'}\right)\right]}$.

Le contraste est : $C = \frac{I_{\max}-I_{\min}}{I_{\max}+I_{\min}}$ avec $I_{\max} = 4I_0\left[1+\left|\cos\left(2\pi\frac{a}{\lambda}\varepsilon\right)\right|\right]$ et $I_{\min} = 4I_0\left[1-\left|\cos\left(2\pi\frac{a}{\lambda}\varepsilon\right)\right|\right]$, soit $\boxed{C = \left|\cos\left(2\pi\frac{a}{\lambda}\varepsilon\right)\right|}$.

Ce contraste s'annule (brouillage total) lorsque $\cos\left(2\pi\frac{a}{\lambda}\varepsilon\right) = 0$, soit $2\pi\frac{a}{\lambda}\varepsilon = \left(m+\frac{1}{2}\right)\pi$ et finalement $\boxed{a_m = \left(m+\frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2\varepsilon}}$.

d) Pour $m = 0$, $\boxed{a_0 = \frac{\lambda}{4\varepsilon}}$. AN avec $\varepsilon = 2{,}0'' = \frac{1°}{1800} = 9{,}7\cdot 10^{-6}$ rad : $\boxed{a_0 = 1{,}4 \text{ cm}}$.

**¤ <u>Exercice 4</u>**

a) $\delta = n_a a(\sin\theta - \sin i)$ *(voir cours)* d'où $\boxed{\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta = \frac{2\pi a}{\lambda}(\sin\theta-\sin i)}$.

b) $\underline{A}_1 = A e^{-j\varphi_1}$, $\underline{A}_2 = A e^{-j(\varphi_1+\varphi)} = \underline{A}_1 e^{-j\varphi}$, puis de même $\underline{A}_3 = \underline{A}_2 e^{-j\varphi}$, etc. Les $\underline{A}_n$ forment donc une <u>suite géométrique</u> de raison $e^{-j\varphi}$. Par récurrence : $\boxed{\underline{A}_n = \underline{A}_1 e^{-j(n-1)\varphi}}$.

c) $\underline{A} = \underline{A}_1\frac{1-\exp(jN\varphi)}{1-\exp(j\varphi)}$ d'où $I = I_0\frac{\sin^2(N\varphi/2)}{\sin^2\varphi/2}$ *(voir cours, chapitre Op2, partie 3.b).*

d) Maxima pour $\varphi = 2m\pi$ avec $m$ entier, zéros pour $\varphi = q\frac{2\pi}{N}$ avec $q$ entier sauf multiple de $N$ *(idem).*

e) $\frac{2\pi a}{\lambda}(\sin\theta_m - \sin i) = 2m\pi$ d'où $\boxed{a(\sin\theta_m - \sin i) = m\lambda}$ (1).

f) Les angles sont symétriques par rapport à 0 (aux incertitudes près), donc $\boxed{i = 0 \text{ (incidence normale)}}$, d'où $a\sin\theta_m = m\lambda$.
La méthode la plus précise est alors de tracer la courbe donnant $m\lambda$ en fonction de $\sin\theta_m$, qui est une droite de pente $a$. On trouve $\boxed{a = 1{,}828 \pm 0{,}001\ \mu\text{m}}$.

g) Les deux variables étant $\theta_m$ et $i$ : $a(\cos\theta_m \,\mathrm{d}\theta_m - \cos i\,\mathrm{d}i) = 0$ d'où $\frac{\mathrm{d}\theta_m}{\mathrm{d}i} = \frac{\cos i}{\cos\theta_m}$. Or $D_m = \theta_m - i$ donc $\boxed{\frac{\mathrm{d}D_m}{\mathrm{d}i} = \frac{\cos i}{\cos\theta_m} - 1}$.

$D_m$ est extrémale lorsque $\frac{\mathrm{d}D_m}{\mathrm{d}i} = 0$ soit $\cos\theta_m = \cos i$. Cela peut correspondre à $\theta_m = i$, mais ceci n'est possible que pour $m = 0$ (et dans ce cas, $D_0 = 0, \forall i$ ). Pour $m \neq 0$, la solution est donc $\boxed{\theta_m = -i}$. Dans ce cas, la relation (1) devient $2a\sin\theta_m = m\lambda$ ; et $D_{m,\min} = 2\theta_m$, donc $\boxed{\sin\frac{D_{m,\min}}{2} = \frac{m\lambda}{2a}}$.