

Devoir d'entraînement de physique n° 5

Cet énoncé comporte deux problèmes.

Problème A Utilisation d'une sonde à effet Hall

L'élément principal d'une sonde à effet Hall est une plaquette constituée d'un semi-conducteur, dopé N, dans laquelle les porteurs de charges libres sont des électrons, dont la charge est $q = -e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

La densité volumique de ces électrons dans cette plaquette est $n = 3,30 \times 10^{18} \text{ m}^{-3}$.

Cette plaquette possède la forme d'un parallélépipède, dont les six faces sont numérotées conformément à la figure 4, ses dimensions sont $a = 3 \text{ mm}$, $b = 6 \text{ mm}$ et $c = 0,2 \text{ mm}$. Les faces 1 et 3 sont reliées aux bornes d'une source de courant idéale, délivrant un courant d'intensité $I_0 = 10 \text{ mA}$ constante. En régime permanent, on peut considérer que les lignes de courant sont rectilignes et parallèles, le vecteur densité volumique de courant est uniforme et s'écrit $\vec{j} = j \hat{u}_x$.

□ 11 — Établir l'expression de la vitesse \vec{v} des porteurs de charge et calculer sa norme.

La plaquette est placée dans une zone de l'espace où règne un champ magnétique considéré comme constant, tel que $\vec{B} = B \hat{u}_y$ avec $B > 0$.

□ 12 — Après avoir exprimé la force magnétique s'exerçant sur une charge mobile, justifier que des densités surfaciques de charge apparaissent sur les faces 2 et 4. On précisera les signes de ces densités.

Ces densités surfaciques de charges créent un champ électrique $\vec{E}_h = E_h \hat{u}_z$ au sein de la plaquette. En régime permanent, la vitesse des porteurs de charge reste inchangée.

□ 13 — En appliquant le principe fondamental de la mécanique à un porteur de charge en projection sur \hat{u}_z , déterminer l'expression de E_h . Montrer qu'il apparaît une différence de potentiel $u_h = V_4 - V_2$ entre les faces 4 et 2. Celle-ci est appelée tension de Hall, on l'écrira sous la forme $u_h = \gamma B$ en précisant l'expression et la valeur numérique de la constante γ .

La création de la source de courant nécessite un circuit électronique de commande. Les tensions de Hall étant souvent très faibles, on doit les amplifier à l'aide d'un circuit électronique de mesure. Le circuit de commande comprend un circuit intégré, nommé régulateur de tension, ayant trois broches, notées : e (entrée), s (sortie) et c (commun). La tension $u = V_s - V_c$ est constante et sa valeur est fixée à $u = 5 \text{ V}$. La tension d'alimentation est $V_{cc} = 9 \text{ V}$. L'intensité I_c du courant entrant en c , est contrôlée à la valeur $I_c = 10 \text{ nA}$. Le dipôle AM ainsi réalisé est représenté sur la figure 5.

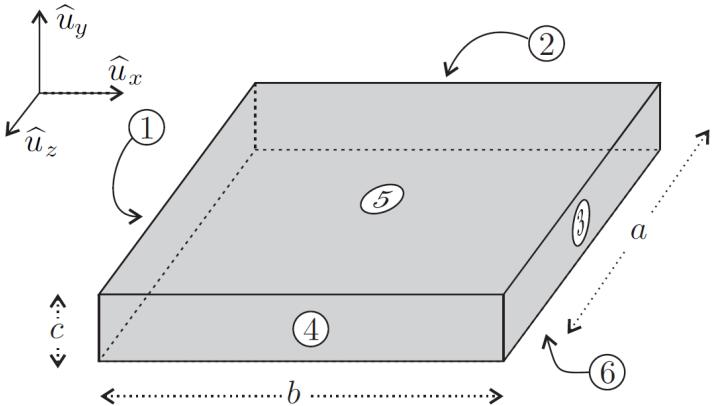


FIGURE 4 – Plaquette de semi-conducteur

□ 14 — Pour quelle valeur de la résistance R le dipôle AM se comporte-t-il comme une source de courant idéale, délivrant un courant $I_0 = 10 \text{ mA}$?

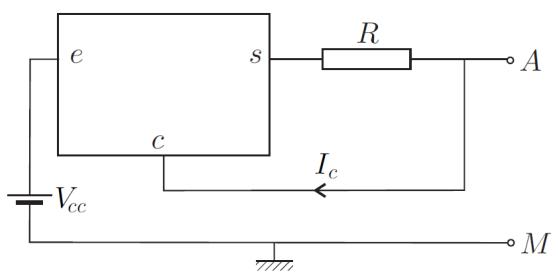


FIGURE 5 – Source de courant idéale
FIGURE 5 – Source de courant idéale

Le premier amplificateur de mesure que l'on pourrait envisager pourrait être constitué d'un amplificateur linéaire intégré (ALI) idéal utilisé en montage non inverseur conformément à la figure 6. L'entrée e_+ est reliée à la face 4, la masse M est reliée à la face 2.

□ 15 — Montrer que l'utilisation du montage de la figure 6 associé à celui de la figure 5 peut poser des problèmes de référence de potentiel.

On modifie le circuit de mesure en utilisant un amplificateur différentiel représenté sur la figure 7, qui utilise un ALI, supposé idéal et en fonctionnement linéaire. Les courants sur les deux entrées sont nuls et ses deux entrées sont au même potentiel.

□ 16 — Montrer que le problème rencontré à la question 15 est résolu par l'utilisation d'un amplificateur différentiel. Établir la relation entre u_s et $u_h = V_4 - V_2$. A quelle condition sur R_2 et R_1 la tension de Hall est elle amplifiée ?

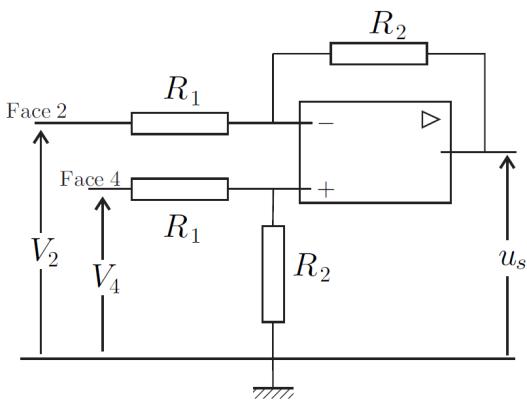


FIGURE 7 – Amplificateur différentiel

□ 17 — Établir l'expression de la résistance d'entrée sur la face 4. Quel problème pose le résultat obtenu ?

Afin de pallier ce problème, on utilise le montage de la figure 6 dans un cas limite.

□ 18 — Établir l'expression de la résistance d'entrée et du gain en tension $A = \frac{u_s}{u_e}$ pour le montage de la figure 6.

□ 19 — Dans quelle limite peut-on se placer en ce qui concerne les valeurs de R et de R' pour résoudre le problème soulevé à la question 17. Comment s'appelle le montage de la figure 6 dans cette limite.

□ 20 — Représenter le montage *complet* incluant la plaquette semi-conductrice et l'électronique qui permet la mesure de la composante horizontale du champ magnétique terrestre. On placera cette composante sur la figure qui utilisera entre autres 5 résistances et 3 ALI.

□ 21 — On choisit $R_1 = 100 \Omega$ et $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$. On obtient alors $u_s = 20,0 \text{ mV}$, quelle est la valeur de cette composante ?

Problème B **Traitement électronique du signal d'un capteur**

Ce problème étudie l'élimination du bruit lors de l'amplification du signal provenant d'un capteur (accéléromètre). Le signal délivré par le capteur est généralement de faible amplitude. Une chaîne de mesure est nécessaire pour amplifier ce signal mais les composants électroniques qui la composent, notamment les amplificateurs sont source de bruit qu'il faut filtrer. Sur la figure 10 est représentée l'allure de la densité spectrale du bruit de l'amplificateur de la chaîne de mesure. Aucune connaissance spécifique sur la modélisation du bruit dans un amplificateur n'est requise dans cette partie, seule la compréhension qualitative de l'allure de la courbe de la figure 10 sera utile.

On remarque que le bruit est important à basse fréquence (bruit électronique en $1/f$), qu'il présente un minimum aux environs de 200 kHz (zone de bruit thermique) puis qu'il diminue fortement au-delà de 100 MHz.

On s'intéresse dans cette partie à différentes méthodes permettant d'extraire le signal délivré par le capteur du bruit de la chaîne de mesure. Pour cela on cherche une solution technologiquement réalisable qui optimise le

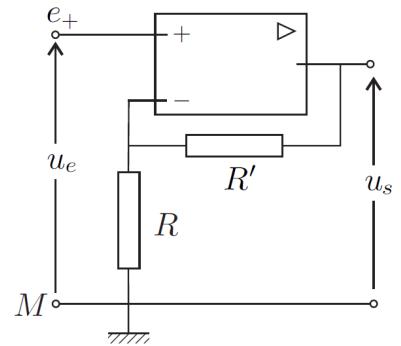


FIGURE 6 – Montage non inverseur

rapport signal sur bruit (Signal to Noise Ratio, SNR en anglais) défini par la relation :

$$\text{SNR}_{\text{dB}} = 10 \log \frac{\mathcal{P}_{\text{signal}}}{\mathcal{P}_{\text{bruit}}}$$

où $\mathcal{P}_{\text{signal}}$ et $\mathcal{P}_{\text{bruit}}$ sont les valeurs moyennes respectives de la puissance du signal et du bruit.

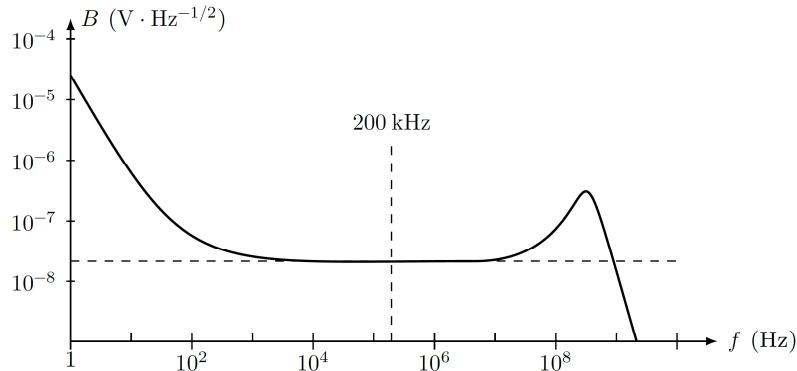


Figure 10

On rappelle que la puissance moyenne \mathcal{P} d'un signal périodique $s(t)$ est définie, à une constante multiplicative près, par la relation : $\mathcal{P} = \langle s^2(t) \rangle$ où $\langle \cdot \rangle$ représente la moyenne temporelle sur une période.

1) Chaîne de mesure simple

La chaîne de mesure simple est représentée [figure 11](#). Le capteur, alimenté par une tension continue, délivre un signal constant noté V_c , proportionnel à l'accélération que l'on veut mesurer.

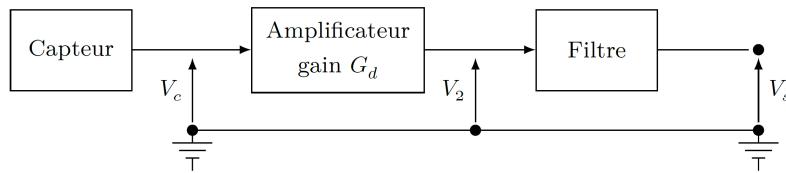


Figure 11

La chaîne de mesure est simplement constituée d'un amplificateur de gain G_d suivi d'un filtre passe-bas qui doit permettre de récupérer le signal utile et de minimiser la présence du bruit. Le signal à la sortie de l'amplificateur est de la forme :

$$V_2(t) = \underbrace{G_d V_c}_{\text{signal utile}} + \underbrace{b(t)}_{\text{bruit}}$$

Expliquer qualitativement pourquoi cette chaîne de mesure simple ne convient pas.

2) Chaîne de mesure modulée

La première idée pour améliorer le rapport signal sur bruit est d'effectuer la mesure dans un domaine de fréquence où l'amplitude du bruit est minimale. Pour cela, comme représenté [figure 12](#), le capteur est alimenté à la fois par une tension continue et par une tension alternative sinusoïdale à la fréquence f_m . On admet que le capteur délivre alors un signal :

$$V'_c(t) = V'_c \cos(\omega_m t)$$

dont l'amplitude V'_c est proportionnelle à l'accélération que l'on veut mesurer. Le signal à la sortie de l'amplificateur est de la forme :

$$V_2(t) = G_d V'_c \cos(\omega_m t) + b(t)$$

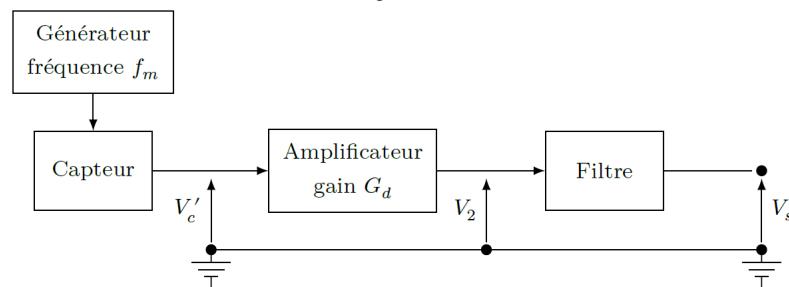


Figure 12

a) Préciser la nature du filtre qu'il faut utiliser pour récupérer le signal utile. Discuter du choix optimal des caractéristiques de ce filtre.

La forme canonique de la fonction de transfert du filtre utilisé s'écrit :

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + jQ(x - 1/x)}$$

où $x = \omega/\omega_0$ est la pulsation réduite du filtre et Q est le facteur de qualité du filtre.

b) Déterminer l'expression du gain du filtre.

c) Déterminer la fréquence pour laquelle le gain du filtre est maximal.

Le diagramme de Bode en gain du filtre utilisé est représenté [figure 13](#).

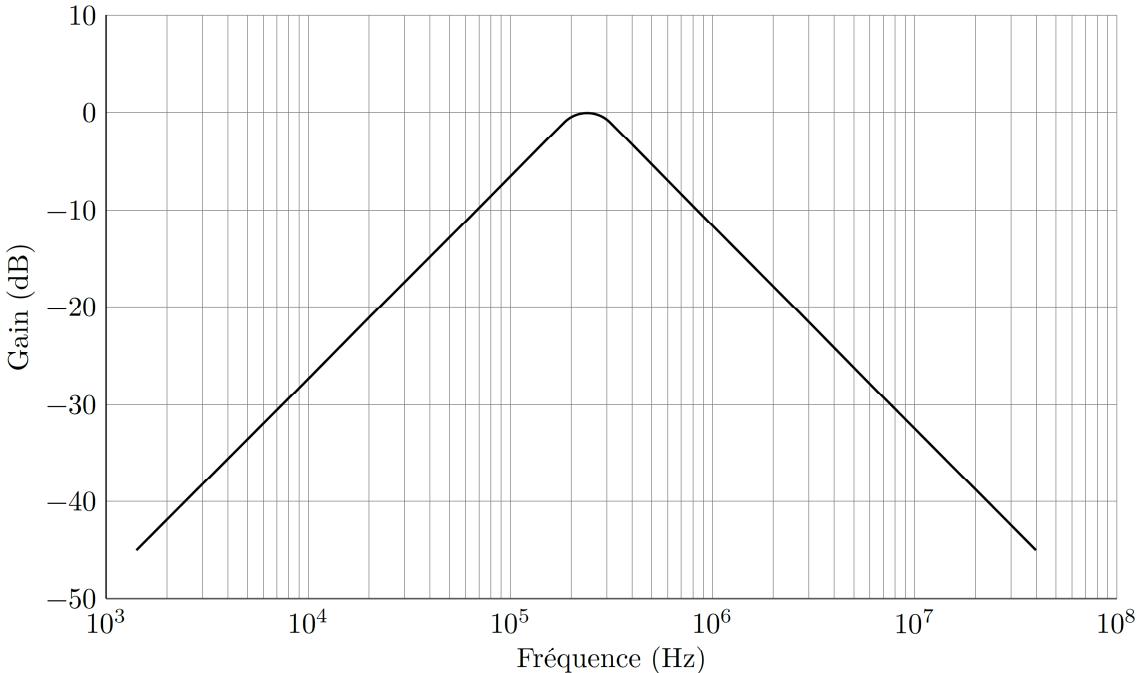


Figure 13 Diagramme de Bode en amplitude du filtre utilisé pour la chaîne de mesure modulée

d) Justifier pourquoi le filtre choisi est adapté pour récupérer le signal utile puis déterminer la valeur numérique du facteur de qualité Q du filtre. On rappelle que la bande passante à -3 dB de ce filtre s'écrit $\Delta f = \frac{f_0}{Q}$ avec $f_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$.

On se propose de calculer l'amélioration du rapport signal sur bruit apportée par le filtre.

e) Déterminer les expressions des puissances moyennes du signal utile respectivement avant et après filtrage.

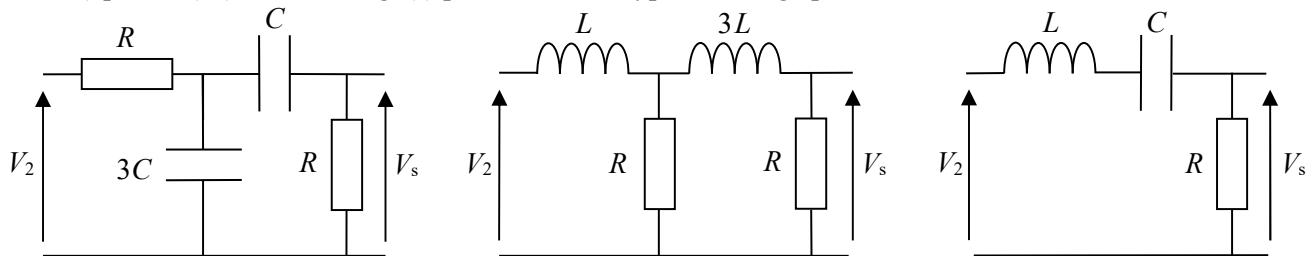
On admet que les puissances moyennes du bruit respectivement avant et après filtrage vérifient :

$$(\mathcal{P}_{\text{bruit}})_{\text{après}} = \frac{(\mathcal{P}_{\text{bruit}})_{\text{avant}}}{Q}$$

f) Déterminer la valeur en dB dont s'est amélioré le rapport signal sur bruit. Commenter ce résultat.

g) Pour améliorer de 20 dB le rapport signal sur bruit, déterminer la valeur du facteur de qualité Q du filtre à utiliser. Ce résultat vous paraît-il technologiquement réalisable ?

h) Déterminer sans calcul, par une étude qualitative, lequel ou lesquels des trois quadripôles ci-dessous (en sortie ouverte) pourraient être envisagé(s) pour réaliser le type de filtrage précédent.



i) Pour le ou les quadripôle(s) choisi(s), calculer la fonction de transfert et en déduire les valeurs des paramètres canoniques. L'un d'eux permettrait-il d'obtenir exactement le diagramme de Bode ci-dessus ?