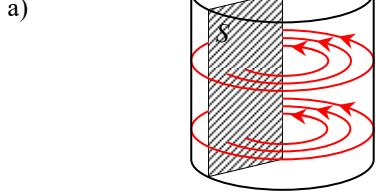


Ém1 – Corrigé des exercices 2, 3, 4, 5

Exercice 2



b) $I(t) = \iint_S \vec{j} \cdot \vec{n} \, ds = \int_{r=0}^R \int_{z=0}^H A \sin(\omega t) r \vec{e}_\theta \cdot \vec{e}_\theta \, dr \, dz = A \sin(\omega t) \int_{r=0}^R r \, dr \int_{z=0}^H \, dz \quad \text{soit}$

$$I(t) = A \sin(\omega t) \frac{HR^2}{2}. \text{ Valeur efficace : } I_{\text{eff}} = \sqrt{\langle I(t)^2 \rangle} = \frac{AHR^2}{2\sqrt{2}}.$$

Exercice 3

a) Nombre d'électrons par unité de volume : $n^* = \frac{\mathfrak{V}_A \rho}{M}$. AN $n^* = 5,85 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$.

b) Loi d'Ohm locale : $\vec{j} = \gamma \vec{E}$ où \vec{j} est le vecteur densité de courant, \vec{E} le champ électrique appliqué au conducteur, et γ la conductivité électrique. La démonstration (voir cours) conduit à : $\gamma = \frac{n^* e^2 \tau}{m_e}$.

c) $\tau = \frac{\gamma m_e}{n^* e^2}$. AN $\tau = 3,8 \cdot 10^{-14} \text{ s}$. En régime variable, la loi d'Ohm est valable si le temps caractéristique du régime (période...) est beaucoup plus long que le temps de relaxation τ : ainsi, on peut toujours considérer que la vitesse \vec{v} proportionnelle à \vec{E} s'établit instantanément. Pour un régime périodique, $T \ll \tau$ équivaut à $f \ll \frac{1}{\tau} = 2,6 \cdot 10^{13} \text{ Hz} = 26 \text{ THz}$: cette condition est vérifiée dans tous les circuits électroniques alimentés par des générateurs.

d) $v = \frac{e \tau E}{m_e}$. AN $v = 67 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$. C'est une vitesse qui nous paraît plutôt lente !

e) v est extrêmement faible par rapport à la vitesse quadratique moyenne $u = \sqrt{\frac{3RT}{M_e}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mathfrak{V}_A m_e}} = 1,2 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

f) $\|\vec{F}_m\| \ll \|\vec{F}_e\| \Leftrightarrow evB \ll eE \Leftrightarrow B \ll \frac{E}{v}$. AN $B \ll 150 \text{ T}$. Or le champ magnétique terrestre est de l'ordre de 10^{-5} T , et les champs technologiques dépassent très rarement 10 T , donc l'approximation est toujours vérifiée pour ce métal.

Exercice 4

a) Nombre d'atomes de germanium par unité de volume : $n_{\text{Ge}}^* = \frac{\mathfrak{V}_A \rho}{M}$. La proportion d'atomes ionisés est donc : $p = \frac{n_0^*}{n_{\text{Ge}}^*} = \frac{n_0^* M}{\mathfrak{V}_A \rho}$.

AN $p = 5,4 \cdot 10^{-10}$ soit 1 atome sur 2 milliards environ.

b) $\vec{j} = \vec{j}_e + \vec{j}_t = n_0^*(-e)\vec{v}_e + n_0^*(+e)\vec{v}_t = n_0^* e(-\mu_e + \mu_t) \vec{E}$ donc par identification avec $\vec{j} = \gamma \vec{E}$: $\gamma = n_0^* e(-\mu_e + \mu_t)$. AN $\gamma = 2,2 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$.

c) L'atome d'arsenic a 5 électrons de valence, au lieu de 4 pour celui de germanium. Lorsqu'un atome Ge est substitué par un atome As, il reste donc 1 électron qui ne peut pas constituer une liaison covalente : cet électron supplémentaire est alors un électron libre.

d) Cette formule est similaire à la loi d'action des masses (ou loi de Guldberg & Waage) décrivant un équilibre chimique. En effet il y a bien un équilibre de type chimique entre les concentrations d'électrons et de trous, puisqu'ils peuvent être créés par ionisation d'un atome Ge, ou au contraire se recombiner : $\text{Ge} \rightleftharpoons \text{Ge}^+ + \text{e}^-$ (le + sur l'ion Ge^+ représentant un trou).

On a donc à l'équilibre : $\frac{[\text{Ge}^+][\text{e}^-]}{c^{\circ 2}} = K^\circ(T)$, soit $n_t^* \times n_e^* = A$ en notant $A = K^\circ(T) c^{\circ 2} \mathfrak{V}_A^2$. Comme on a le même équilibre en

l'absence de dopage : $n_0^{*2} = A$, d'où $n_e^* \times n_t^* = n_0^{*2}$. Le dopage constitue donc un déplacement d'équilibre par ajout d'un « réactif ».

e) $n_e^* \approx n_{\text{As}}^* = \frac{n_{\text{Ge}}^*}{10^6}$ soit $n_e^* = \frac{\mathfrak{V}_A \rho}{10^6 M} = 4,4 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$ (les électrons libres intrinsèques de Ge étant négligeables, d'après la question a) et

$n_t^* = \frac{n_0^{*2}}{n_e^*} = 1,3 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3} \ll n_e^*$. La conduction n'est donc pratiquement due qu'aux électrons libres apportés par le bore :

$\gamma = n_e^* (-e) \mu_e = 2,7 \cdot 10^3 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$.

Exercice 5

a) L'équation différentielle est : $\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{1}{\tau} \vec{v} = \frac{q}{m} \vec{E}(t)$ (voir cours). Le second membre n'est pas constant : on ne peut donc pas trouver une solution particulière constante.

b) On injecte la fonction $\vec{v}(t) = \vec{V} \exp(j\omega t)$ dans l'équation différentielle, le champ électrique étant lui aussi écrit sous forme complexe : $j\omega \vec{V} \exp(j\omega t) + \frac{1}{\tau} \vec{V} \exp(j\omega t) = \frac{q}{m} \vec{E}_m \exp(j\omega t) \Leftrightarrow j\omega \vec{V} + \frac{1}{\tau} \vec{V} = \frac{q}{m} \vec{E}_m$ d'où $\vec{V} = \frac{\tau q \vec{E}_m / m}{1 + j\omega \tau}$.

Alors le vecteur densité de courant peut s'écrire de même $\underline{j}(t) = \underline{J} \exp(j\omega t)$, avec $\underline{J} = n^* q \underline{V} = \frac{n^* \tau q^2 \overrightarrow{E_m}}{m(1+j\omega\tau)}$. Ceci est de la forme

$$\underline{J} = \underline{\gamma} \overrightarrow{E_m} \text{ avec une conductivité complexe } \underline{\gamma} = \frac{n^* \tau q^2}{m(1+j\omega\tau)} = \frac{\gamma_{\text{statio}}}{1+j\omega\tau}.$$

En basse fréquence $\left(\omega \ll \frac{1}{\tau}\right)$: $\underline{\gamma} \rightarrow \frac{n^* \tau q^2}{m} = \gamma_{\text{statio}}$ (valeur réelle obtenue en régime stationnaire). En haute fréquence $\left(\omega \gg \frac{1}{\tau}\right)$:

$\underline{\gamma} \rightarrow \frac{n^* \tau q^2}{j\omega\tau} = \frac{\gamma_{\text{statio}}}{j\omega\tau}$; c'est une valeur imaginaire pure, correspondant à un déphasage de $\pi/2$ entre le champ exciteur $\overrightarrow{E}(t)$ et la réponse en courant $\underline{j}(t)$; par ailleurs, son module tend vers 0 (il n'y a pratiquement plus de courant à très haute fréquence).
