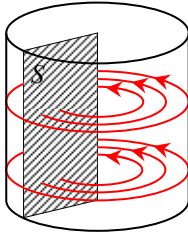


## Ém1 – Corrigé des exercices 2, 3, 4, 5

### □ Exercice 2

a)



$$b) \quad I(t) = \iint_S \vec{j} \cdot \vec{n} \, ds = \int_{r=0}^R \int_{z=0}^H A \sin(\omega t) r \vec{e}_\theta \cdot \vec{e}_\theta \, dr \, dz = A \sin(\omega t) \int_{r=0}^R r \, dr \int_{z=0}^H dz \quad \text{soit}$$

$$I(t) = A \sin(\omega t) \frac{HR^2}{2}. \quad \text{Valeur efficace : } I_{\text{eff}} = \sqrt{\langle I(t)^2 \rangle} = \frac{AHR^2}{2\sqrt{2}}.$$

### □ Exercice 3

a) Nombre d'électrons par unité de volume :  $n^* = \frac{\mathcal{N}_A \rho}{M}$ . AN  $n^* = 5,85 \cdot 10^{28} \, \text{m}^{-3}$ .

b) Loi d'Ohm locale :  $\vec{j} = \gamma \vec{E}$  où  $\vec{j}$  est le vecteur densité de courant,  $\vec{E}$  le champ électrique appliqué au conducteur, et  $\gamma$  la conductivité électrique. La démonstration (voir cours) conduit à :  $\gamma = \frac{n^* e^2 \tau}{m_e}$ .

c)  $\tau = \frac{\gamma m_e}{n^* e^2}$ . AN  $\tau = 3,8 \cdot 10^{-14} \, \text{s}$ . En régime variable, la loi d'Ohm est valable si le temps caractéristique du régime (période...) est beaucoup plus long que le temps de relaxation  $\tau$  : ainsi, on peut toujours considérer que la vitesse  $\vec{v}$  proportionnelle à  $\vec{E}$  s'établit instantanément. Pour un régime périodique,  $T \ll \tau$  équivaut à  $f \ll \frac{1}{\tau} = 2,6 \cdot 10^{13} \, \text{Hz} = 26 \, \text{THz}$  : cette condition est vérifiée dans tous les circuits électroniques alimentés par des générateurs.

d)  $v = \frac{e \tau E}{m_e}$ . AN  $v = 67 \, \text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$ . C'est une vitesse qui nous paraît plutôt lente !

e)  $v$  est extrêmement faible par rapport à la vitesse quadratique moyenne  $u = \sqrt{\frac{3RT}{M_e}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mathcal{N}_A m_e}} = 1,2 \cdot 10^5 \, \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

f)  $\|\vec{F}_m\| \ll \|\vec{F}_e\| \Leftrightarrow evB \ll eE \Leftrightarrow B \ll \frac{E}{v}$ . AN  $B \ll 150 \, \text{T}$ . Or le champ magnétique terrestre est de l'ordre de  $10^{-5} \, \text{T}$ , et les champs technologiques dépassent très rarement 10 T, donc l'approximation est toujours vérifiée pour ce métal.

### □ Exercice 4

a) Nombre d'atomes de germanium par unité de volume :  $n_{\text{Ge}}^* = \frac{\mathcal{N}_A \rho}{M}$ . La proportion d'atomes ionisés est donc :  $p = \frac{n_0^*}{n_{\text{Ge}}^*} = \frac{n_0^* M}{\mathcal{N}_A \rho}$ .

AN  $p = 5,4 \cdot 10^{-10}$  soit 1 atome sur 2 milliards environ.

b)  $\vec{j} = \vec{j}_e + \vec{j}_t = n_0^* (-e) \vec{v}_e + n_0^* (+e) \vec{v}_t = n_0^* e (-\mu_e + \mu_t) \vec{E}$  donc par identification avec  $\vec{j} = \gamma \vec{E}$  :  $\gamma = n_0^* e (-\mu_e + \mu_t)$ . AN  $\gamma = 2,2 \, \text{S} \cdot \text{m}^{-1}$ .

c) L'atome d'arsenic a 5 électrons de valence, au lieu de 4 pour celui de germanium. Lorsqu'un atome Ge est substitué par un atome As, il reste donc 1 électron qui ne peut pas constituer une liaison covalente : cet électron supplémentaire est alors un électron libre.

d) Cette formule est similaire à la loi d'action des masses (ou loi de Guldberg & Waage) décrivant un équilibre chimique. En effet il y a bien un équilibre de type chimique entre les concentrations d'électrons et de trous, puisqu'ils peuvent être créés par ionisation d'un atome Ge, ou au contraire se recombiner :  $\text{Ge} \rightleftharpoons \text{Ge}^+ + e^-$  (le + sur l'ion  $\text{Ge}^+$  représentant un trou).

On a donc à l'équilibre :  $\frac{[\text{Ge}^+][e^-]}{c^{\circ 2}} = K^{\circ}(T)$ , soit  $n_t^* \times n_e^* = A$  en notant  $A = K^{\circ}(T) c^{\circ 2} \mathcal{N}_A^2$ . Comme on a le même équilibre en l'absence de dopage :  $n_0^{*2} = A$ , d'où  $n_e^* \times n_t^* = n_0^{*2}$ . Le dopage constitue donc un déplacement d'équilibre par ajout d'un « réactif ».

e)  $n_e^* \approx n_{\text{As}}^* = \frac{n_{\text{Ge}}^*}{10^6}$  soit  $n_e^* = \frac{\mathcal{N}_A \rho}{10^6 M} = 4,4 \cdot 10^{22} \, \text{m}^{-3}$  (les électrons libres intrinsèques de Ge étant négligeables, d'après la question a) et

$n_t^* = \frac{n_0^{*2}}{n_e^*} = 1,3 \cdot 10^{16} \, \text{m}^{-3} \ll n_e^*$ . La conduction n'est donc pratiquement due qu'aux électrons libres apportés par le bore :

$\gamma = n_e^* (-e) \mu_e = 2,7 \cdot 10^3 \, \text{S} \cdot \text{m}^{-1}$ .

### □ Exercice 5

a) L'équation différentielle est :  $\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{1}{\tau} \vec{v} = \frac{q}{m} \vec{E}(t)$  (voir cours). Le second membre n'est pas constant : on ne peut donc pas trouver une solution particulière constante.

b) On injecte la fonction  $\vec{v}(t) = \vec{V} \exp(j\omega t)$  dans l'équation différentielle, le champ électrique étant lui aussi écrit sous forme

complexe :  $j\omega \vec{V} \exp(j\omega t) + \frac{1}{\tau} \vec{V} \exp(j\omega t) = \frac{q}{m} \vec{E}_m \exp(j\omega t) \Leftrightarrow j\omega \vec{V} + \frac{1}{\tau} \vec{V} = \frac{q}{m} \vec{E}_m$  d'où  $\vec{V} = \frac{\tau q \vec{E}_m / m}{1 + j\omega \tau}$ .

Alors le vecteur densité de courant peut s'écrire de même  $\vec{j}(t) = \vec{J} \exp(j\omega t)$ , avec  $\vec{J} = n^* q \vec{V} = \frac{n^* \tau q^2 \vec{E}_m}{m(1 + j\omega\tau)}$ . Ceci est de la forme

$$\vec{J} = \gamma \vec{E}_m \text{ avec une conductivité complexe } \gamma = \frac{n^* \tau q^2}{m(1 + j\omega\tau)} = \frac{\gamma_{\text{statio}}}{1 + j\omega\tau}.$$

En basse fréquence  $\left(\omega \ll \frac{1}{\tau}\right)$  :  $\gamma \rightarrow \frac{n^* \tau q^2}{m} = \gamma_{\text{statio}}$  (valeur réelle obtenue en régime stationnaire). En haute fréquence  $\left(\omega \gg \frac{1}{\tau}\right)$  :

$\gamma \rightarrow \frac{n^* \tau q^2}{j\omega\tau} = \frac{\gamma_{\text{statio}}}{j\omega\tau}$  ; c'est une valeur imaginaire pure, correspondant à un déphasage de  $\pi/2$  entre le champ excitateur  $\vec{E}(t)$  et la réponse en courant  $\vec{j}(t)$  ; par ailleurs, son module tend vers 0 (il n'y a pratiquement plus de courant à très haute fréquence).

---