

On2. Propagation non dispersive : équation de D'Alembert tridimensionnelle

1. Onde électromagnétique dans le vide

- a) Équation de D'Alembert
- b) Solution en OPPH
- c) Aspects énergétiques de l'OPPH
- d) Polarisation

Parties traitées en classe

2. Onde acoustique dans un fluide

- a) Approximation acoustique
- b) Équation de D'Alembert
- c) Solution en OPPH

d) Aspects énergétiques

On peut définir des grandeurs analogues à celles de l'onde électromagnétique, et établir alors un bilan énergétique. Leurs expressions seront ici admises.

• Densité volumique d'énergie acoustique

Elle comporte deux termes, l'un de nature cinétique et l'autre qui peut être interprété comme une densité volumique d'énergie potentielle élastique :

$$u_a(M, t) = u_{\text{cin}}(M, t) + u_{\text{pot}}(M, t) = \frac{1}{2} \rho_0 v(M, t)^2 + \frac{1}{2} \chi_s p(M, t)^2.$$

• Vecteur de Poynting acoustique

– C'est le vecteur densité de flux d'énergie acoustique. L'analyse dimensionnelle permet de vérifier son expression :

$$\vec{I}(M, t) = p(M, t) \vec{v}(M, t).$$

Pour une OPPH : $\vec{I}(M, t) = \frac{1}{Z_a} p(M, t)^2 \vec{u} = \frac{1}{\rho_0 c} p(M, t)^2 \vec{u}.$

– La puissance acoustique reçue par une surface Σ est alors :

$$\mathcal{P}(t) = \iint_{\Sigma} \vec{I}(M, t) \cdot d\vec{s} \quad \text{soit} \quad \mathcal{P}(t) = \iint_{\Sigma} p(M, t) \vec{v}(M, t) \cdot d\vec{s} \vec{n}.$$

• Équation locale de conservation de l'énergie

On peut établir une équation analogue à celles des autres phénomènes conservatifs : $\text{div } \vec{I} + \frac{\partial u_a}{\partial t} = 0.$

• Intensité sonore (ou acoustique)

– De façon analogue à l'intensité lumineuse, on peut définir l'intensité sonore reçue par une surface comme une puissance surfacique moyenne, soit : $I = \langle \vec{I} \cdot \vec{n} \rangle.$

– On définit alors le niveau d'intensité sonore (ou acoustique), en décibels (dB), par la relation :

$$L_{\text{dB}} = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

avec $I_0 = 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ (valeur de référence correspondant au seuil de perception de l'oreille humaine).

⑤ Quelques ordres de grandeur à connaître : chuchotement 30 dB ; conversation normale 60 dB ;
marteau-piqueur 100 dB ; seuil de douleur 120 dB.

e) Solution en onde sphérique harmonique

• Expression

Si la situation est à symétrie sphérique, par exemple si l'émetteur peut être considéré comme ponctuel, on peut chercher une solution sous la forme :

$p(M, t) = f(r) \cos(\omega t - kr + \varphi)$ soit $p(M, t) = f(r) \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM} + \varphi)$ avec $\vec{k} = k \vec{e}_r$ en coordonnées sphériques.

Le calcul donne alors $f(r) = \frac{A}{r}$, d'où $p(M, t) = \frac{A}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi).$

• Puissance rayonnée

La vitesse étant aussi en $1/r$ à grande distance (voir exercice), le vecteur de Poynting acoustique est alors en $1/r^2$, ainsi la puissance moyenne rayonnée est la même à travers toutes les sphères de centre O (de surface $4\pi r^2$) :

$$\langle \mathcal{P} \rangle = \iint_{\Sigma} \langle \vec{I}(M, t) \rangle \cdot d\vec{s} = \iint_{\Sigma} \frac{B}{r^2} \vec{e}_r \cdot d\vec{s} \vec{e}_r = \frac{B}{r^2} 4\pi r^2 = 4\pi B = \text{cte}.$$

Cela traduit la conservation de l'énergie, en l'absence d'absorption par le milieu.