

On4 – Corrigé des exercices 2, 3 et 4

Exercice 2

a) Pour une OPPH obéissant à l'équation de D'Alembert : $k = \frac{\omega}{c}$.

b) Onde incidente : $\underline{p}_i(M, t) = \underline{p}_{i0} \exp j(\omega t - kx)$ et $\underline{v}_i(M, t) = + \frac{\underline{p}_i(M, t)}{Z_a} \underline{e}_x = + \frac{\underline{p}_{i0}}{Z_a} \exp j(\omega t - kx) \underline{e}_x$.

Onde réfléchi : $\underline{p}_r(M, t) = \underline{p}_{r0} \exp j(\omega t + kx)$ et $\underline{v}_r(M, t) = - \frac{\underline{p}_{r0}}{Z_a} \exp j(\omega t + kx) \underline{e}_x$.

Onde transmise : $\underline{p}_t(M, t) = \underline{p}_{t0} \exp j(\omega t - kx)$ et $\underline{v}_t(M, t) = + \frac{\underline{p}_{t0}}{Z_a} \exp j(\omega t - kx) \underline{e}_x$.

c) On applique le TQM à la paroi, de masse σS , soumise aux forces de pression du fluide des deux côtés, et à des forces verticales (poids et réaction du support de la paroi) : $\sigma S \vec{a} = +P_1(0^-, t) S \underline{e}_x - P_2(0^+, t) S \underline{e}_x + m \vec{g} + \vec{R} = +p_1(0^-, t) S \underline{e}_x - p_2(0^+, t) S \underline{e}_x + m \vec{g} + \vec{R}$.

Projection sur $\underline{e}_x$: $\sigma \frac{d^2 \xi_0}{dt^2} = p_1(0^-, t) - p_2(0^+, t)$.

L'excitation (onde incidente) étant sinusoïdale, en régime permanent le mouvement de la paroi est aussi sinusoïdal : on peut écrire en complexes $\xi_0(t) = \xi_m \exp(j\omega t)$, d'où $\frac{d^2 \xi_0}{dt^2} = -\omega^2 \xi_0$. On a donc obtenu : $-\sigma \omega^2 \xi_0(t) = p_1(0^-, t) - p_2(0^+, t)$.

– D'autre part, il y a continuité de la vitesse normale (c'est-à-dire de la vitesse tout court) sur chaque face de la paroi : $\underline{v}_1(0^-, t) = \underline{v}_2(0^+, t) = \underline{v}_{\text{paroi}}(t)$ soit en complexes $\underline{v}_1(0^-, t) = \underline{v}_2(0^+, t) = j\omega \xi_0(t) \underline{e}_x$ (deux équations).

d) De façon habituelle, $\underline{p}_1 = \underline{p}_i + \underline{p}_r$ et $\underline{p}_2 = \underline{p}_t$. Les conditions aux limites deviennent : $-\sigma \omega^2 \xi_m = \underline{p}_{i0} + \underline{p}_{r0} - \underline{p}_{t0}$ (1)

$\frac{\underline{p}_{i0}}{Z_a} - \frac{\underline{p}_{r0}}{Z_a} = j\omega \xi_m$ (2) et $\frac{\underline{p}_{t0}}{Z_a} = j\omega \xi_m$ (3). On injecte (3) dans (1) et (2) : $\begin{cases} \frac{\sigma j\omega}{Z_a} \underline{p}_{t0} = \underline{p}_{i0} + \underline{p}_{r0} - \underline{p}_{t0} \\ \underline{p}_{i0} - \underline{p}_{r0} = \underline{p}_{t0} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\sigma j\omega}{Z_a} \underline{t} = 1 + \underline{r} - \underline{t} \\ 1 - \underline{r} = \underline{t} \end{cases}$

d'où finalement $\underline{t} = \frac{2}{2 + \sigma j\omega / Z_a}$ et $\underline{r} = \frac{\sigma j\omega / Z_a}{2 + \sigma j\omega / Z_a}$.

Le coefficient de transmission a la forme caractéristique d'un passse-bas d'ordre 1 : la paroi laisse passer surtout les sons graves.

e) Intensités acoustiques : $I_i = \langle \underline{p}_i \cdot \underline{e}_x \rangle = \langle p_i v_i \cdot \underline{e}_x \rangle = \frac{\langle p_i^2 \rangle}{Z_a}$ d'où en complexes $I_i = \frac{|\underline{p}_{i0}|^2}{Z_a}$; de même $I_r = \frac{|\underline{p}_{r0}|^2}{Z_a}$ et $I_t = \frac{|\underline{p}_{t0}|^2}{Z_a}$.

Alors $R = \frac{I_r}{I_i} = |\underline{r}|^2$ soit $R = \frac{(\sigma\omega/Z_a)^2}{4 + (\sigma\omega/Z_a)^2}$ et $T = \frac{I_t}{I_i} = |\underline{t}|^2$ soit $T = \frac{4}{4 + (\sigma\omega/Z_a)^2}$. On trouve bien $R + T = 1$.

f) Rappel : $I_{dB} = 10 \log \frac{I}{I_0}$. Une atténuation de 30 dB (en transmission) correspond à $T = 10^{-3}$.

$T = \frac{4}{4 + (\rho e \omega / Z_a)^2} = 10^{-3} \Leftrightarrow \left(\frac{\rho e \omega}{Z_a} \right)^2 = \frac{4}{T} - 4 \approx 4000$ d'où $e = \sqrt{4000} \frac{Z_a}{\rho \omega} = \sqrt{4000} \frac{\rho_{0,air} c_{air}}{\rho 2\pi f}$.

AN $e = \sqrt{4000} \frac{1,2 \times 340}{2500 \times 6,28 \times 1000}$ soit $e = 1,6 \text{ mm}$. Cet ordre de grandeur semble correct par rapport aux vitres usuelles.

Exercice 3

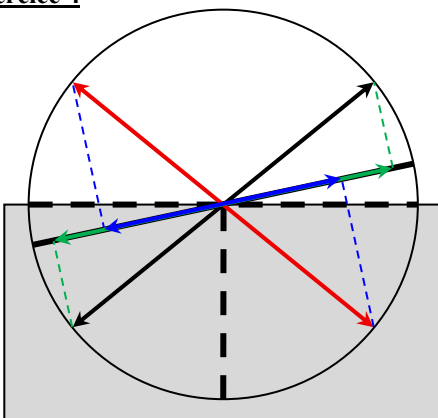
a) Lampe 3 : polarisation elliptique. Lampe 4 : polarisation rectiligne.

b) On intercale entre la lampe à analyser et le polariseur une lame quart d'onde. La lumière de polarisation circulaire sera transformée en lumière de polarisation rectiligne, et celle-ci donnera donc deux maxima et deux minima nuls.

La lumière non polarisée reste non polarisée, donc ne donne toujours aucune variation d'intensité lorsqu'on tourne le polariseur.

Exercice 4

a)



L'onde ayant traversé la lame demi-onde (trait rouge) a une polarisation symétrique de celle de l'onde incidente par rapport aux lignes neutres. Sa projection orthogonale sur l'axe du polariseur (trait bleu) est alors plus courte que la projection de l'onde incidente (trait vert) : l'onde ayant traversé la lame demi-onde est donc moins intense. On voit alors le demi-disque du bas plus sombre que le demi-disque du haut.

b) Pour que les deux plages aient le même éclaircissement, il faut que les deux ondes (avec et sans traversée de la lame) aient la même projection sur l'axe du polariseur. La seule possibilité est que ces deux ondes soient identiques, et pour cela il faut que l'onde incidente soit de polarisation parallèle à l'une des lignes neutres.