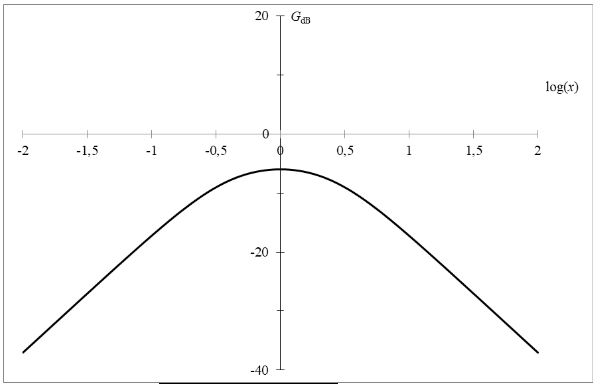
Exercices de révisions d'électrocinétique – Corrigé des exercices 5 et 6

¤ Exercice 5

a) On trouve pour le filtre *RLC* un comportement passe-haut : $\underline{H} = \dfrac{H_0 jQx}{1 + jQ\left(x - \dfrac{1}{x}\right)}$ avec $\boxed{H_0 = 1}$, $\boxed{Q = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}}$ et $\boxed{\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}}$. Cela correspond au diagramme de Bode nº 1 (seul passe-haut, la valeur du facteur de qualité étant inconnue).

On trouve pour le filtre *RLL2R* un comportement passe-bande : $\underline{H} = \dfrac{H_0}{1 + jQ\left(x - \dfrac{1}{x}\right)}$ avec $\boxed{H_0 = \dfrac{1}{2}}$, $\boxed{Q = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}}$ et $\boxed{\omega_0 = \dfrac{\sqrt{2}R}{L}}$.

Cela correspond approximativement au diagramme de Bode nº 3 ; le nº 4 est aussi celui d'un passe-bande mais de facteur de qualité beaucoup plus grand.
En fait le diagramme nº 3 n'est pas tout à fait exact pour ce filtre, le diagramme avec les bonnes valeurs est celui-ci-contre.



b) – Pour un signal sinusoïdal de pulsation $\omega = \omega_0$, soit $x = 1$, on trouve $\underline{H} = H_0 = \dfrac{1}{2}$, donc $\boxed{u_{s1}(t) = \dfrac{1}{2}u_{e1}(t)}$.

– Pour un signal sinusoïdal de pulsation $\omega = 100\omega_0$, soit $x = 100 \gg 1$, $\underline{H} \approx \dfrac{H_0}{jQx} = \dfrac{\sqrt{2}}{jx} = \dfrac{1}{j50\sqrt{2}}$: multiplication par $\dfrac{1}{50\sqrt{2}}$ et déphasage de $-\dfrac{\pi}{2}$. Si on pose $u_{e2}(t) = U_e \cos(100\omega_0 t)$, on obtient $\boxed{u_{s2}(t) \approx \dfrac{U_e}{50\sqrt{2}}\cos\left(100\omega_0 t - \dfrac{\pi}{2}\right) = \dfrac{U_e}{50\sqrt{2}}\sin(100\omega_0 t)}$. On peut aussi écrire $\underline{H} \approx \dfrac{\sqrt{2}}{jx} = \dfrac{\omega_0\sqrt{2}}{j\omega}$, ce qui correspond à une intégration avec multiplication par $\omega_0\sqrt{2}$: $\boxed{u_{s2}(t) \approx \omega_0\sqrt{2}\int u_{e2}(t)\,\mathrm{d}t}$.

– Pour un signal triangulaire de pulsation $\omega_0/100$, soit $x = 1/100 \ll 1$, tous les harmoniques importants vérifient aussi $x \ll 1$: pour chacun d'eux, $\underline{H} \approx \dfrac{H_0 jx}{Q} = \sqrt{2}jx = \dfrac{\sqrt{2}}{\omega_0}j\omega$, il y a donc dérivation et multiplication par $\dfrac{\sqrt{2}}{\omega_0}$. Donc on obtient sur chaque demi-période $\boxed{u_{s3}(t) \approx \dfrac{\sqrt{2}}{\omega_0}\dfrac{\mathrm{d}u_{e3}(t)}{\mathrm{d}t}}$. C'est un signal rectangulaire symétrique, de même fréquence, avec deux valeurs opposées qui sont les pentes du signal triangulaire $\left(\dfrac{2A}{T/2} = \dfrac{2\omega A}{\pi} = \dfrac{\omega_0 A}{50\pi}\right)$ multipliées par $\dfrac{\sqrt{2}}{\omega_0}$, soit finalement $\boxed{u_{s3}(t) \approx \pm\dfrac{A}{25\pi\sqrt{2}}}$.

c) Le dernier filtre est un passe-bande de grand facteur de qualité, qui ne laisse passer qu'une bande de pulsations très étroite autour de ω_0. Pour un signal en créneaux de pulsation ω_0, seul le fondamental passe, tous les autres harmoniques sont éliminés : on obtient donc pour $u_s(t)$ un signal sinusoïdal de pulsation ω_0. (Son amplitude ne peut être déterminée que par un calcul de coefficient de Fourier, elle vaut $4A/\pi$.)

¤ Exercice 6

a) Les courants d'entrée dans l'ALI sont nuls car il est supposé idéal. En E^+ on a alors un diviseur de tension : $v^+ = \dfrac{R_3}{R_2 + R_3}v_2$.

Et les deux résistances du haut sont parcourues par la même intensité : $\dfrac{v^- - v_1}{R_1} = \dfrac{v_s - v^-}{R_4}$ d'où $v^- = \dfrac{R_4 v_1 + R_1 v_s}{R_1 + R_4}$.

Or l'ALI peut fonctionner en régime linéaire car le montage a une boucle de rétroaction sur l'entrée E^-. Alors $v^- = v^+$ soit $\dfrac{R_4 v_1 + R_1 v_s}{R_1 + R_4} = \dfrac{R_3 v_2}{R_2 + R_3}$, d'où $\boxed{v_s = \dfrac{(R_1 + R_4)R_3}{(R_2 + R_3)R_1}v_2 - \dfrac{R_4}{R_1}v_1}$. On peut identifier avec la forme souhaitée $v_s = k(v_2 - v_1)$ en choisissant $\boxed{R_4 = kR_1}$ et $(R_1 + R_4)R_3 = k(R_2 + R_3)R_1$ d'où $\boxed{R_3 = kR_2}$. On a alors obtenu un soustracteur avec amplification (multiplication par *k*).

b) Si on prend $v_2 = 0$, alors $v^+ = 0$ donc $v^- = 0$ et on retrouve la tension v_1 aux bornes de R_1. L'impédance d'entrée de la voie 1 est donc $\boxed{Z_{e1} = \dfrac{v_1}{i_1} = R_1}$. D'autre part, le courant d'entrée i_2 passe dans R_2 puis dans R_3 ; comme la tension v_2 est aux bornes de ces deux résistances, on obtient $\boxed{Z_{e2} = \dfrac{v_2}{i_2} = R_2 + R_3}$. Enfin v_s est indépendante de l'intensité de sortie i_s, donc $\boxed{Z_s = 0}$.

c) Il faut doubler les deux entrées : ajouter une résistance R_1' entre l'entrée – de l'ALI et une tension d'entrée v_1', et de même ajouter R_2' et v_2' à l'entrée + ; enfin choisir toutes les résistances identiques pour avoir $k = 1$.