

# Exercices de révisions de physique des ondes

## *Propagation non dispersive et interface*

### 1. Deux cordes reliées

Deux longues cordes de masses linéiques  $\mu_1$  (en  $x < 0$ ) et  $\mu_2$  (en  $x > 0$ ) sont attachées ensemble au point  $O$  et tendues avec une tension constante  $T$  selon l'axe  $(Ox)$ . Les déplacements transversaux, selon l'axe  $(Oy)$ , sont petits, et on néglige la pesanteur ainsi que la raideur des cordes.

a) Établir l'équation de propagation vérifiée par l'onde de déplacement  $y(x,t)$  sur chaque corde, et préciser l'expression de sa célérité.

b) En déduire la relation de dispersion d'une OPPH.

On considère une onde incidente donnée par le déplacement transversal  $y_i(x,t)$  venant de  $x < 0$ . En notation complexe,  $y_i(x,t) = \text{Re}[y_i(x,t)]$  avec  $y_i(x,t) = a_i \exp[j(\omega t - k_1 x)]$ .

c) Préciser les formes complexes des ondes réfléchiée et transmise, notées  $y_r(x,t)$  et  $y_t(x,t)$ .

d) En examinant les conditions aux limites en  $O$ , déterminer les amplitudes  $a_r$  et  $a_t$  de ces deux ondes en fonction de  $a_i$ ,  $k_1$  et  $k_2$ .

e) Montrer que la puissance transportée par l'onde incidente s'écrit :  $\mathcal{P}_i(x,t) = \frac{Ta_1^2 \omega^2}{c_1} \sin^2(\omega t - k_1 x)$ . Exprimer de même

les puissances transportées par les deux autres ondes.

f) Déterminer les coefficients de réflexion  $R = \frac{\mathcal{P}_r}{\mathcal{P}_i}$  et  $T = \frac{\mathcal{P}_t}{\mathcal{P}_i}$

en fonction de  $\mu_1$  et  $\mu_2$ . Étudier les cas  $\mu_1 \ll \mu_2$ ,  $\mu_1 \gg \mu_2$  et  $\mu_1 \approx \mu_2$ .

## *Dispersion, absorption et interface*

### 2. Étude de la réflexion totale

On considère deux milieux transparents 1 et 2, d'indices  $n_1$  et  $n_2$ , séparés par un dioptre plan confondu avec le plan  $x = 0$ .

a) Rappeler les lois de Snell-Descartes pour la réflexion et la transmission d'une onde lumineuse sur un dioptre, en précisant sur un schéma les notations utilisées.

b) Expliquer en quoi consiste le phénomène de réflexion totale, et retrouver l'angle limite  $i_{1,\text{lim}}$  d'apparition de ce phénomène.

On se propose d'étudier plus en détails les champs électriques et magnétiques correspondant à une onde lumineuse d'angle d'incidence supérieure à  $i_{1,\text{lim}}$ .

Le champ électrique de l'onde incidente est :

$$\vec{E}_i = E_{i,0} \vec{e}_z \exp j(\omega t - \vec{k}_i \cdot \vec{r})$$

où  $\vec{r} = \overline{OM}$  et  $\vec{k}_i = \frac{n_1 \omega}{c} (\cos i_1 \vec{e}_x + \sin i_1 \vec{e}_y)$ .

On rappelle que les conditions de passage à l'interface sont la continuité du champ électrique et la continuité du champ magnétique.

c) Montrer que pour satisfaire à ces conditions aux limites, on doit nécessairement envisager l'existence d'une onde transmise (champ  $\vec{E}_t$ ) en plus de l'onde réfléchiée ( $\vec{E}_r$ ).

d) On suppose que cette onde transmise a un vecteur d'onde complexe de la forme  $\vec{k}_2 = \pm ja \vec{e}_x + b \vec{e}_y$ , où  $a$  et  $b$  sont réels positifs. Quelle est alors la forme réelle de l'onde transmise ? Comment appelle-t-on ce type d'onde ?

e) Déterminer les coefficients  $a$  et  $b$ .

f) *Application numérique*

On suppose que l'interface sépare du verre ( $n_1 = 1,53$ ) et de l'air ( $n_2 = 1,00$ ). La longueur d'onde de la lumière est  $\lambda = 632 \text{ nm}$ . Vérifier que l'angle d'incidence  $i_1 = 60^\circ$  est effectivement supérieur à l'angle  $i_{1,\text{lim}}$ . Calculer la profondeur caractéristique de pénétration de l'onde transmise, et commenter.

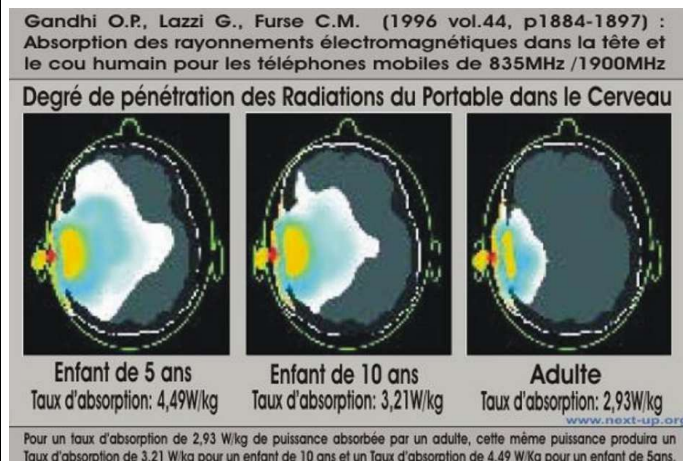
### 3. Gare au téléphone portable !

Le niveau d'exposition du corps humain, et en particulier de la tête, au rayonnement électromagnétique issu d'un téléphone portable est évalué en calculant le DAS (débit d'absorption spécifique), qui est la puissance maximale reçue par unité de masse (et s'exprime donc en  $\text{W} \cdot \text{kg}^{-1}$ ). Pour la tête, la valeur maximale autorisée par la norme actuelle NF EN 50360 est de  $2 \text{ W} \cdot \text{kg}^{-1}$  pour un téléphone collé à l'oreille. On se propose de d'examiner comment cette grandeur peut être calculée.

a) Énoncer les équations de Maxwell. Dans l'équation de Maxwell-Ampère, comparer les ordres de grandeur des deux termes du second membre pour une onde électromagnétique de fréquence 1800 MHz (l'une de celles utilisées en téléphonie 4G) se propageant dans le cerveau, considéré comme un milieu ohmique de conductivité  $\gamma = 0,78 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$  et de permittivité absolue  $\epsilon = 6,2 \cdot 10^{-10} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$  (que l'on met simplement à la place de  $\epsilon_0$  dans l'équation).

b) Établir l'équation d'onde vérifiée par le champ électrique dans le cerveau. En déduire la relation de dispersion pour une onde plane progressive monochromatique.

c) Déterminer la distance caractéristique  $\delta$  d'amortissement de ces ondes dans le cerveau, et comparer aux indications du document ci-après.



d) Évaluer le DAS d'un cerveau adulte pour un téléphone portable émettant, dans les pires conditions de réception, un champ électrique d'amplitude maximale  $E_0 = 70 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$  (au niveau de l'antenne). Respecte-t-il la réglementation ?

*Donnée*

Perméabilité du vide :  $\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$