

Devoir d'entraînement de physique n° 1

Cet énoncé comporte deux problèmes.

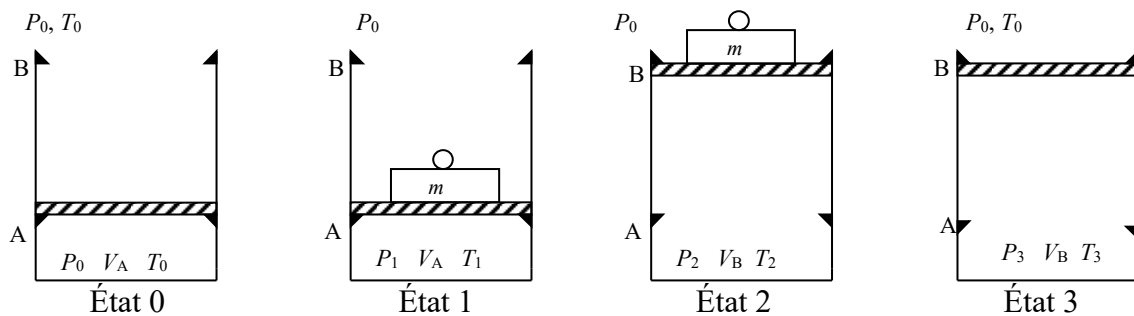
Premier problème**Cycle moteur théorique et peu performant**

On note $\gamma = \frac{C_{Pm}}{C_{Vm}}$ avec C_{Pm} et C_{Vm} les capacités thermiques molaires, respectivement à pression constante et à volume constant, de l'air.

Données numériques : $V_B = 1,0 \text{ L}$, $V_A = 330 \text{ mL}$, $T_0 = 300 \text{ K}$, $P_0 = 1,0 \text{ bar}$, $m = 10 \text{ kg}$,
 $S = 100 \text{ cm}^2$; $g = 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$; $\gamma = 1,4$. La constante des gaz parfaits est : $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.
 Les capacités thermiques du gaz seront supposées indépendantes de la température.

Les différentes transformations seront supposées réversibles.

On imagine un cylindre aux parois diathermanes (perméables à la chaleur), fermé par un piston. Le piston, de masse négligeable, peut glisser sans frottement entre deux cales A et B, sa section est S . Dans l'état initial, le piston est en A, le cylindre renferme un volume V_A d'air supposé gaz parfait, de coefficient γ , à la température de l'extérieur T_0 , pression P_0 (gaz dans l'état 0 : P_0, V_A, T_0).



On place une masse m sur le piston et on chauffe très doucement le gaz par un moyen approprié, non représenté sur le schéma, jusqu'à ce que le piston décolle juste de la cale A (gaz dans l'état 1 : P_1, V_A, T_1).

Puis, on maintient le chauffage jusqu'à ce que le piston arrive juste en B (gaz dans l'état 2 : P_2, V_B, T_2), le chauffage est alors arrêté.

On ôte m et on laisse refroidir l'ensemble jusqu'à ce que le piston décolle juste de B (gaz dans l'état 3 : P_3, V_B, T_3).

On laisse toujours refroidir jusqu'à la température T_0 , alors, le piston revient en A (gaz dans l'état 0), le cycle est terminé.

1. Exprimer les capacités thermiques à pression et à volume constants C_P et C_V du gaz en fonction de n (quantité de matière de gaz enfermé), R , γ , puis en fonction de P_0, V_A, T_0, γ .
2. Quelle est la nature de la transformation de 0 à 1 subie par le gaz ?
3. Exprimer la pression P_1 et la température T_1 en fonction de P_0, T_0, m, g, S . Faire l'application numérique.
4. Exprimer la quantité de chaleur (transfert thermique) Q_0^1 reçue par le gaz au cours de cette transformation en fonction de C_V ou C_P, T_1, T_0 puis $P_0, T_1, T_0, V_A, \gamma$. Faire l'application numérique.
5. Quelle est la nature de la transformation de 1 à 2 subie par le gaz ?
6. Exprimer la température T_2 en fonction de T_1, V_A, V_B . Faire l'application numérique.

7. Exprimer la quantité de chaleur (transfert thermique) Q_1^r reçue par le gaz au cours de cette transformation en fonction de C_V ou C_P , T_1 , T_2 puis P_0 , T_0 , T_1 , V_B , V_A , γ . Faire l'application numérique.
8. Quelles sont les natures des transformations de 2 à 3 et de 3 à 0 subies par le gaz ?
9. Exprimer le travail W échangé par ce « moteur » avec l'extérieur, au cours du cycle, en fonction de m , g , V_A , V_B , S . Faire l'application numérique.
10. On définit le rendement r de ce « moteur » par le rapport, en valeur absolue, entre le travail total qu'il fournit sur un cycle et le transfert thermique qu'on doit lui fournir. Déterminer r et faire l'application numérique. Commenter.
11. Tracer l'allure du diagramme de Clapeyron d'un cycle.
12. Retrouver, d'après le diagramme, le travail W calculé précédemment.

Un cycle de Carnot est constitué des quatre transformations réversibles suivantes : compression adiabatique depuis l'état 1 (P_0 , V_A , T_0) jusqu'à un état 2' à la température T_2 ; détente isotherme, de 2' à 3', à la température T_2 ; détente adiabatique de 3' à un état 4', de température T_0 et de volume V_B ; compression isotherme à la température T_0 , de 4' à l'état 1 initial. Les valeurs numériques des grandeurs indiquées restent les mêmes que précédemment (T_2 ayant été calculée à la question 6).

13. Tracer l'allure de ce cycle en diagramme de Clapeyron.
14. Déterminer les transferts thermiques échangés au cours du cycle, en fonction de P_0 , T_0 , T_2 , V_B , V_A . Faire les applications numériques.
15. En déduire le travail total W' échangé par ce « moteur » avec l'extérieur, au cours du cycle. Faire l'application numérique.
16. Déterminer le rendement r' de ce moteur (voir définition à la question 10) et comparer à celui du moteur précédent.

Deuxième problème

Dimensionnement d'une installation de liquéfaction

Ce problème comporte de nombreuses questions indépendantes les unes des autres.

On rappelle l'entropie du gaz parfait : $S = C_v \ln T + nR \ln V + A = C_p \ln T - nR \ln p + B$.

Dans ce problème, on se propose de dimensionner une installation de production en continu de diazote N_2 liquide, fonctionnant en régime permanent (procédé LINDE). Le schéma de principe de l'installation est proposé sur la figure 1. Le problème débute par une description complète de l'installation ; les réponses aux questions exigent la prise en compte de *l'ensemble des données* décrivant l'installation ainsi que du diagramme enthalpique du diazote fourni en annexe.

Du diazote gazeux entre en continu dans la machine avec un débit massique $\mathcal{D}_m$, dans les conditions $p_E = 1$ bar, $T_E = 300$ K. Il atteint un mélangeur où on le mélange avec du diazote gazeux de débit $\mathcal{D}'$ dans les mêmes conditions p_E, T_E . En sortie du mélangeur (M), le débit massique de diazote gazeux est donc $\mathcal{D} = \mathcal{D}_m + \mathcal{D}'$, toujours dans les conditions (p_E, T_E) .

Après passage par le mélangeur, le diazote traverse une série d'étages de compression ; chacun de ces étages est constitué d'un *compresseur adiabatique* (C) suivi d'un *réfrigérant isobare* (R) à circulation d'eau froide ; en sortie du réfrigérant, le diazote gazeux est ramené à une température de sortie égale à T_E .

Les N étages compresseur-réfrigérant sont identiques ; ainsi le rapport de compression $r = \frac{p_{\text{sortie}}}{p_{\text{entrée}}}$ est le même pour chacun des N compresseurs. Après la traversée du dispositif, le diazote atteint donc le point A à la pression $p_A = r^N p_E = 100$ bar, à la température $T_A = T_E = 300$ K.

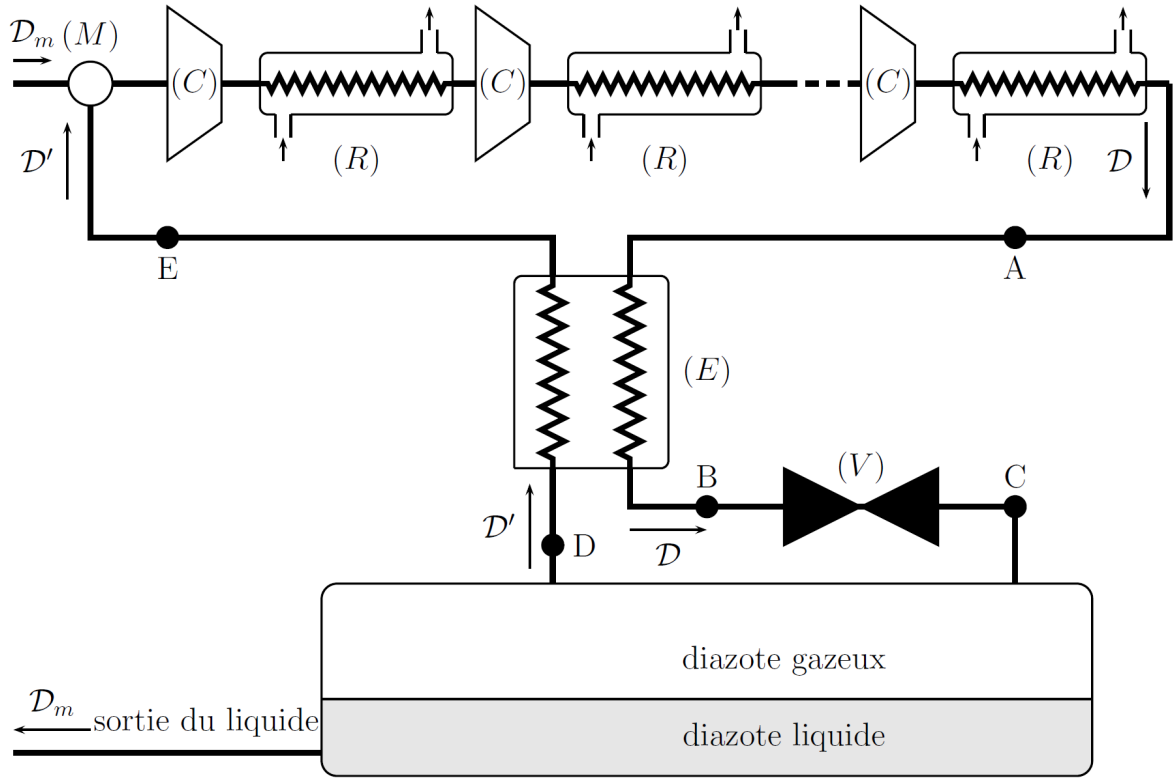


FIGURE 1 – Schéma de principe d'une installation de liquéfaction de diazote

L'eau liquide utilisée dans chacun des réfrigérants circule à la pression constante de 1 bar ; la température de l'eau à l'entrée du dispositif de refroidissement est $T_e = 280 \text{ K}$. On note $c_e = 4,19 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ la capacité thermique massique de l'eau liquide, considérée comme une constante.

Le diazote gazeux aborde entre A et B un échangeur thermique à contre-courant le long duquel il subit un refroidissement isobare ; à sa sortie, le fluide est dans l'état $p_B = p_A = 100 \text{ bar}$, T_B . Ce refroidissement est suivi d'une détente isenthalpique dans une vanne de détente (V).

À la sortie du robinet, le diazote est au point C : c'est un mélange liquide-vapeur dont la fraction massique de liquide est notée x , à la pression atmosphérique $p_C = p_E = 1 \text{ bar}$, et à la température $T_C = T_{\text{eb}}(p_C) = 77 \text{ K}$. À cette température, la densité du diazote liquide est $d = 0,81$.

La fraction massique x de diazote liquéfié est faible, on extrait seulement du réservoir un débit massique modeste $\mathcal{D}_m$ de diazote liquide dans les conditions (p_C, T_C) ; le diazote gazeux recyclé est renvoyé, avec un débit massique $\mathcal{D}'$, vers l'échangeur (E). Ce courant du diazote gazeux entre dans (E) aux conditions $p_D = 1 \text{ bar}$, $T_D = 77 \text{ K}$.

Dans l'échangeur (E), le diazote se réchauffe à pression constante et arrive au point E dans les conditions $p_E = 1 \text{ bar}$, $T_E = 300 \text{ K}$, avant d'être renvoyé vers le mélangeur.

Pour des raisons techniques, on impose deux limites de fonctionnement :

- la température du diazote ne doit, en aucun point du dispositif, dépasser $T_{\text{max}} = 400 \text{ K}$;
- la température de l'eau de refroidissement ne doit pas dépasser $T'_{\text{max}} = 350 \text{ K}$ en sortie des réfrigérants (R).

Le diazote gazeux est diatomique, sa masse molaire vaut $\mathcal{M} = 28,0 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$. On notera h_K son enthalpie massique en un point K du schéma de la figure 1.

La constante molaire des gaz parfaits est $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Dans un échangeur thermique tel que (E) ou le réfrigérant (R), toute la puissance thermique cédée par l'un des deux fluides est reçue par l'autre :

$$\mathcal{P}_{\text{th}}(\text{fluide 1}) = -\mathcal{P}_{\text{th}}(\text{fluide 2}).$$

❑ 0 — Rappeler sans démonstration les deux formes particulières du premier principe pour un fluide en écoulement :

- l'une faisant apparaître le travail utile massique w_u et le transfert thermique massique q ;
- l'autre faisant apparaître la puissance mécanique utile $\mathcal{P}_u$ et la puissance thermique $\mathcal{P}_{th}$.

A. — Dimensionnement des étages de compression

Dans cette seule partie A le diazote est assimilé à un gaz parfait.

❑ 1 — Que vaut le rapport $\gamma = C_p/C_v$ des capacités thermiques du diazote ? On admet que les compresseurs fonctionnent de manière réversible. Déterminer et calculer la valeur minimale de N compatible avec les exigences décrites ci-dessus. On adoptera la valeur $N = 5$ dans la suite.

❑ 2 — Si on prenait en compte le caractère irréversible du fonctionnement des compresseurs sans changer la valeur de r , faudrait-il augmenter ou diminuer N ? On justifiera la réponse.

❑ 3 — On note $\mathcal{D}_{eau}$ le débit massique du courant d'eau liquide circulant dans chaque réfrigérant (R). Déterminer l'expression et calculer la valeur minimale du rapport $\frac{\mathcal{D}_{eau}}{\mathcal{D}}$ compatible avec les exigences ci-dessus.

B. — Diagramme enthalpique du diazote

Dans cette partie B et la suivante C, le diazote n'est plus assimilé à un gaz parfait. La figure 5 fournie en annexe, représente le diagramme enthalpique du diazote sous la forme d'un réseau de courbes.

❑ 4 — Identifier la grandeur conservée le long de la courbe $\mathcal{C}_1$. En justifiant votre réponse, déterminer l'asymptote de cette courbe à basse pression.

❑ 5 — Identifier la grandeur conservée le long de la courbe $\mathcal{C}_2$. Justifier le sens de variation de cette courbe.

❑ 6 — Identifier et nommer les états possibles du diazote sur la courbe $\mathcal{C}_3$.

❑ 7 — Identifier la grandeur conservée le long de la courbe $\mathcal{C}_4$. On considère la transformation amenant le diazote de l'état représenté par le point M_1 à celui représenté par le point M_2 suivant le segment $[M_1 M_2]$. Décrire l'état du diazote en M .

C. — Dimensionnement de l'échangeur (E)

❑ 8 — Exprimer h_C en fonction de x et des enthalpies massiques du diazote liquide et gazeux, notées h_{liq} et h_{vap} , dans le réservoir.

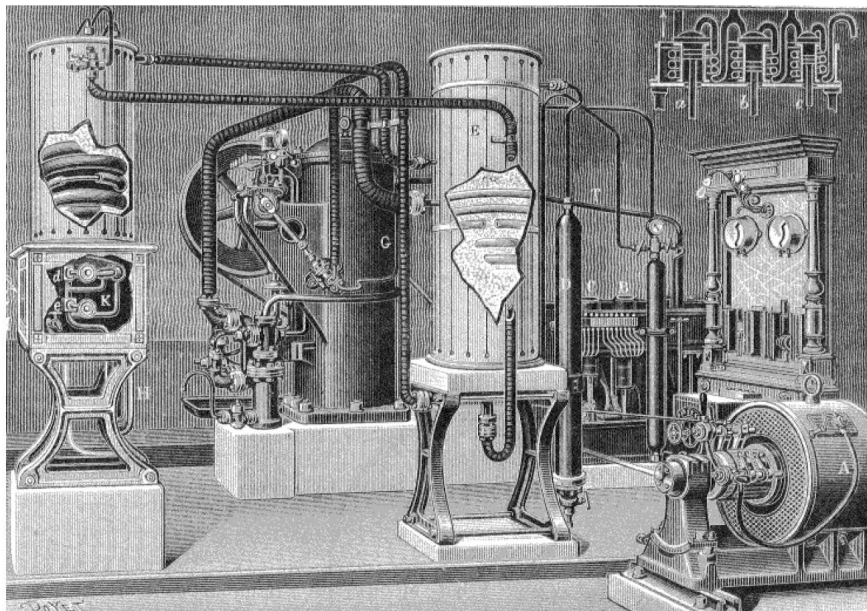
❑ 9 — Le réservoir utilisé en sortie de l'appareil fonctionne aussi en régime permanent ; relier x , $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}_m$ puis x , $\mathcal{D}'$ et $\mathcal{D}$.

❑ 10 — Par un bilan que l'on précisera pour le fonctionnement de (E), déterminer x en fonction de h_A , h_E et h_{liq} .

❑ 11 — En exploitant le diagramme enthalpique du diazote fourni en annexe, déterminer les valeurs de h_A , h_E , h_{liq} et h_{vap} . Évaluer x avec 2 chiffres significatifs. Quelle valeur aurait-on obtenue en considérant que le diazote gazeux vérifie la loi des gaz parfaits ?

❑ 12 — Reproduire sommairement le diagramme enthalpique du diazote en y faisant figurer la courbe $\mathcal{C}_3$ et l'isobare à la pression du point B du dispositif. En déduire la valeur de la température et l'état du diazote en ce point.

□ 13 — La production de diazote liquide s'effectue avec un débit $\mathcal{D}_m = 3,0 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$. Dans le cadre du modèle du gaz parfait, évaluer la puissance mécanique qui est nécessaire au fonctionnement de l'ensemble des N compresseurs (C). Comparer votre résultat à la citation suivante, publiée lors de l'exposition universelle de 1900 : *Nous avons immédiatement décrit le principe de l'appareil de M. le Dr. Carl Linde ; quelques mois plus tard, M. le Dr. d'Arsonval faisait installer dans son laboratoire du Collège de France une petite machine de 3 chevaux destinée à fournir un litre d'air liquide par heure.* L'illustration ci-dessus accompagnait l'article cité.



On notera que $3,0 \text{ hp} \simeq 2,2 \text{ kW}$; hp est le symbole de l'unité « cheval-vapeur ».

*L'annexe (diagramme enthalpique) figure sur la page suivante.
Elle n'est pas à rendre avec la copie.*

