

Exercices du chapitre Th1

Évolutions infinitésimales puis globales

1. Effet Joule : régime transitoire

Une résistance électrique R , de capacité thermique C , est placée dans l'air de température T_0 . Lorsque la température de la résistance est T , le transfert thermique échangé avec le milieu extérieur pendant une durée infinitésimale dt est de la forme : $\delta Q = a C (T - T_0) dt$ (a étant une constante).

- Quel est le signe de a ? Quelle est sa dimension ?
- À l'instant $t = 0$ on établit dans la résistance (initialement à la température ambiante T_0) un courant d'intensité constante I . Établir l'équation différentielle vérifiée par la fonction $T(t)$.
- Donner sa solution. Tracer l'allure du graphe de la fonction $T(t)$ et déterminer la valeur T_{lim} atteinte en régime permanent.
- Conclusion : en quoi est transformé le travail électrique pendant le régime transitoire ? et en régime permanent ?

2. Dilatation et compression

Les variations du volume V d'un corps en fonction de la température T et de la pression P sont caractérisées par les coefficients de compressibilité isotherme et de dilatation isobare, respectivement $\chi_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$ et $\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$.

- Ces grandeurs sont-elles extensives ou intensives ? Préciser leurs unités SI.
- Écrire la différentielle dV puis la différentielle logarithmique $\frac{dV}{V}$ en utilisant ces deux coefficients.
- Dans le cas d'un solide pour lequel χ_T et α sont des constantes, calculer $\frac{V_2}{V_1}$ lors d'un chauffage de T_1 à T_2 à P constante, et lors d'une compression de P_1 à P_2 à T constante.
- Dans le cas d'un gaz parfait, déterminer les expressions, très simples, de χ_T en fonction de P et de α en fonction de T .

3. L'entropie, fonction caractéristique

Considérons un système constitué d'une quantité n de dioxyde de carbone. Il est caractérisé par la fonction $S(U, V)$:

$$S(U, V) = S_0 + C_V \ln \left(\frac{U + \frac{n^2 a}{V}}{U_0 + \frac{n^2 a}{V_0}} \right) + nR \ln \left(\frac{V - nb}{V_0 - nb} \right).$$

S_0 , U_0 et V_0 sont les valeurs de l'entropie, de l'énergie interne et du volume de cette quantité de gaz dans un état de référence arbitraire. On donne les valeurs des constantes :

$$C_{V,m} = 28,5 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} ; a = 0,37 \text{ J} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{mol}^{-2} ;$$

$$b = 4,30 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1} ; R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}.$$

- Calculer la différentielle de cette fonction $S(U, V)$.
- Montrer qu'en identifiant l'expression trouvée à l'identité thermodynamique on obtient, d'une part, l'expression de l'énergie interne $U(T, V)$, et d'autre part l'équation d'état de ce gaz. Comparer au cas du gaz parfait : pouvez-vous identifier la signification des paramètres a et b ?

On réalise avec une quantité $n = 1,0 \text{ mol}$ de ce gaz l'expérience suivante, appelée détente de Joule & Gay-Lussac. Deux compartiments aux parois calorifugées et indéformables communiquent par un robinet. Ce robinet, initialement fermé, sépare le compartiment (1), de volume $V_1 = 5,00 \text{ L}$, initialement rempli de la quantité n de gaz en équilibre à la température $T_1 = 293 \text{ K}$, du compartiment (2), de même volume V_1 , dans lequel on a fait le vide.

- Montrer que l'énergie interne U du gaz ne varie pas au cours de la transformation, quelle que soit la nature du gaz.
- Calculer les variations de température et d'entropie du gaz considéré lors de cette transformation. Les comparer à celles qu'on obtiendrait pour un gaz parfait de même capacité thermique, dans les mêmes conditions initiales.

Cycles de machines thermiques

4. Moteur avec pseudo-sources

Un moteur thermique supposé réversible fonctionne entre deux pseudo-sources, systèmes de même capacité thermique $C = 4,0 \cdot 10^5 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ et dont les températures T_1 et T_2 varient lentement sur un grand nombre de cycles du moteur ; leurs valeurs initiales sont $T_{1i} = 370 \text{ K}$ et $T_{2i} = 280 \text{ K}$.

- Représenter sur un schéma les échanges de travail et de chaleur. Appliquer les deux principes pour un cycle du moteur, considéré comme une transformation infinitésimale.
- Après un grand nombre de cycles, le moteur cesse de fonctionner. Quelle est alors la température finale des deux sources ?
- Calculer le travail fourni par le moteur jusqu'à son arrêt ; vérifier son signe.
- Calculer le rendement global du moteur. Le comparer avec le rendement théorique maximal que l'on obtiendrait si les deux sources étaient de vraies sources, gardant constantes leurs températures initiales T_{1i} et T_{2i} .

5. Machine thermique avec circuit de fluide

Dans une centrale thermique, l'eau subit différentes transformations, décrites ci-dessous, afin de produire un travail mécanique transformé en travail électrique grâce à un couplage de la turbine avec un alternateur.

- À l'entrée A du compresseur, l'eau est à l'état liquide saturé à la pression $P_1 = 0,2 \text{ bar}$. Elle subit une compression adiabatique réversible jusqu'à l'état B de pression $P_2 = 100 \text{ bar}$.
 - Dans l'évaporateur, l'eau est en contact avec la chambre de combustion. Elle subit un réchauffement isobare de B à C . Au point C , on donne la température $t_C = 500 \text{ }^\circ\text{C}$.
 - Dans la turbine, l'eau subit une détente adiabatique réversible. On note D le point de sortie de pression P_1 .
 - Dans le condenseur, l'eau entre en contact avec un circuit d'eau froide et se condense jusqu'au point A . La transformation est supposée isobare.
- Placer les points A, B, C, D sur le diagramme (t, s) de l'eau en page 2, puis sur le diagramme (P, h) en page 3.
 - En déduire l'état de l'eau en C , la température t_A de l'eau en A et la fraction massique x_D de vapeur au point D .
 - Déterminer l'enthalpie massique h_A, h_C et h_D aux points A, C et D , à partir de l'un des deux diagrammes. (Attention, les valeurs données par les deux diagrammes peuvent être éventuellement différentes à cause d'un décalage de l'origine.)
 - Déterminer q_{BC} et q_{DA} les transferts thermiques reçus par unité de masse d'eau au cours des transformations BC et DA .
 - En déduire le travail w reçu par unité de masse d'eau au cours d'un cycle et le rendement η de la centrale.
 - Quel est le débit massique d'eau d nécessaire pour avoir une centrale délivrant une puissance $\mathcal{P} = 250 \text{ MW}$?

☞ Réponses partielles

- b) $\frac{dT}{dt} - aT = -aT_0 + \frac{RI^2}{C}$. 3. b) $\left(P + \frac{n^2 a}{V^2} \right) (V - nb) = nRT$ (équation d'état dite de Van der Waals).
- b) $T_f = \sqrt{T_{1i} T_{2i}}$. 5. b) $t_A = 60 \text{ }^\circ\text{C}$, $x_D = 0,82$.

Diagramme T - S de l'eau



