Corrigé du devoir test de physique n° 1

¤ **Problème 1** (CCINP PSI 2017)

Q1. L'étape 1→2 est la compression : cela nécessite que le fluide reçoive effectivement du travail, donc $\boxed{w_{12} > 0}$. L'étape 2→3 a lieu dans un condenseur, où le fluide réchauffe la source chaude (tout en passant de l'état gazeux à l'état liquide) : le fluide fournit effectivement le transfert thermique, donc $\boxed{q_{23} < 0}$. L'étape 4→1 a lieu dans un évaporateur, où le fluide refroidit la source froide (tout en passant de l'état liquide à l'état gazeux) : le fluide reçoit effectivement le transfert thermique, donc $\boxed{q_{41} > 0}$.

Q2. Dans le condenseur, pour que le fluide cède de la chaleur à la source chaude il faut que la température du fluide soit supérieure à celle de la source chaude. Dans l'évaporateur, pour que le fluide reçoive de la chaleur de la source froide il faut que la température du fluide soit inférieure à celle de la source froide.

Q3. La source froide est constituée de tout ce qui est à l'intérieur du réfrigérateur. La source chaude est constituée de l'air ambiant.

Q5. En régime stationnaire, le débit massique du fluide est le même à l'entrée et à la sortie de chaque appareil, donc ce débit $D_m = \mu S v$ a la même valeur en tout point du cycle. Puisque S est constante, la vitesse v est maximale là où la masse volumique μ est minimale, donc au point 1.

Q6. On lit sur le graphe la variation d'enthalpie massique au cours de la compression 1→2 : $h_1 = 388\ \text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ et $h_2 = 440\ \text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ donc $h_2 - h_1 = 52\ \text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1} = 52000\ \text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$. Puisque les variations d'énergie cinétique massique sont au maximum de l'ordre de $v^2/2 \sim 0{,}5\ \text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$, elles sont négligeables devant les variations d'enthalpie.

Q7. Pour un réfrigérateur, on peut estimer les variations maximales d'altitude à $\Delta z \sim 1\ \text{m}$, d'où $\boxed{\Delta(gz) \sim 10\ \text{J}\cdot\text{kg}^{-1}}$. C'est donc également négligeable par rapport aux variations d'enthalpie massique.

Q8. Le point 1 se trouve sur l'isotherme –20 °C, tandis que l'extrémité droite du palier de changement d'état, à cette pression, se trouve sur l'isotherme –30 °C. Donc $\boxed{T_1 - T_{\text{sat}}(P_{\text{bp}}) = 10\ °\text{C}}$.

Q9. Le point 3 se trouve sur l'isotherme 30 °C, tandis que l'extrémité gauche du palier de changement d'état, à cette pression, se trouve sur l'isotherme 40 °C. Donc $\boxed{T_3 - T_{\text{sat}}(P_{\text{hp}}) = -10\ °\text{C}}$.

Q10. Comme il n'y a pas de pièce mobile, il n'y a pas d'échange de travail utile : $w_{34} = 0$. Et les parois étant calorifugées, il n'y a pas non plus de transfert thermique : $q_{34} = 0$. L'application du premier principe donne alors $\boxed{h_4 - h_3 = 0}$: détente isenthalpique.

Q11. *(Question bizarre, avec toutes les indications fournies on se demande ce qu'il reste à expliquer…)* Du point 3 à la courbe de saturation, on descend verticalement sur l'isotherme 30 °C, donc $\boxed{\Delta T = 0}$, ce qui correspond bien à $\Delta h = 0$.

Q12. Au cours de cette vaporisation, il y a aussi changement de température : on n'a pas de formule donnant directement la variation d'enthalpie. Mais celle-ci étant une fonction d'état, on peut imaginer un chemin au cours duquel le fluide passerait d'abord de T_3 à T_4, en restant liquide, puis se vaporiserait partiellement à T_4. La variation d'enthalpie d'une masse m serait alors la somme des deux variations successives : $\Delta H = mc_P(T_4 - T_3) + \Delta m_{\text{vap}} L_{\text{vap}}(T_4)$. On divise par la masse totale m : $\boxed{\Delta h = c_P(T_4 - T_3) + \Delta x_{\text{vap}} L_{\text{vap}}(T_4)}$.

Q13. On lit les valeurs de h aux extrémités du palier où se trouve le point 4 : $\boxed{L_{\text{vap}}(T_4) = 380 - 162 = 218\ \text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}}\ (\pm 2\ \text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1})$.

Puisque $\Delta h = 0$ sur cette transformation, on en déduit $\boxed{T_4 - T_3 = -\dfrac{\Delta x_{\text{vap}} L_{\text{vap}}(T_4)}{c_P}}$. AN $T_4 - T_3 = -\dfrac{0{,}36 \times 218}{1}$ soit $\boxed{T_4 - T_3 = -78\ °\text{C}}$.

Or sur le graphe on voit que le point initial de la vaporisation est sur l'isotherme 30 °C, et le point final sur l'isotherme –30 °C, ce qui donne $\boxed{T_4 - T_3 = -60\ °\text{C}}$. L'ordre de grandeur est similaire, mais il y a quand même un écart de l'ordre de 20 % entre les deux : cela peut être dû notamment à la valeur trop peu précise de c_P (un seul chiffre significatif).

Q14. Il faut négliger les phénomènes de viscosité, qui font chuter la pression (comme dans la détente de Joule–Thomson).

Q15. Il faut supposer que les parois sont parfaitement calorifugées (transformation adiabatique), que le mouvement de l'hélice du compresseur est suffisamment lent et qu'on peut négliger les pertes par viscosité (transformation réversible).

Q16. Dans une machine frigorifique, l'énergie utile est le transfert thermique avec la source froide, ici q_{41} ; et l'énergie coûteuse est le travail utile total reçu sur le cycle, qui comporte ici uniquement le terme w_{12}. Sur 1→2 : $q_{12} = 0$ donc $\boxed{w_{12} = h_2 - h_1 = 52\ \text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}}$ (déjà évalué). Sur 4→1 : $w_{41} = 0$ (pas de pièce mobile) donc $\boxed{q_{41} = h_1 - h_4 = 388 - 242 = 146\ \text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}}$. On trouve donc $\boxed{e = 2{,}8}$.

Q17. Appliquer les deux principes « à 1 kg de fluide » signifie qu'on les écrit avec les grandeurs massiques (lettres minuscules). Premier principe sur un cycle : $\Delta h = 0 = q_{\text{chaud}} + q_{\text{froid}} + w_{\text{tot}}$ d'où $w_{\text{tot}} = -q_{\text{chaud}} - q_{\text{froid}}$ et $e_C = \dfrac{q_{\text{froid}}}{w_{\text{tot}}} = \dfrac{q_{\text{froid}}}{-q_{\text{chaud}} - q_{\text{froid}}} = \dfrac{1}{-q_{\text{chaud}}/q_{\text{froid}} - 1}$. Second principe sur un cycle : $\Delta s = 0 = s_{\text{éch}} + s_{\text{créée}} = \dfrac{q_{\text{chaud}}}{T_{\text{chaud}}} + \dfrac{q_{\text{froid}}}{T_{\text{froid}}} + 0$ d'où $-\dfrac{q_{\text{chaud}}}{q_{\text{froid}}} = \dfrac{T_{\text{chaud}}}{T_{\text{froid}}}$ et finalement $\boxed{e_C = \dfrac{1}{T_{\text{chaud}}/T_{\text{froid}} - 1} = \dfrac{T_{\text{froid}}}{T_{\text{chaud}} - T_{\text{froid}}}}$. AN $e_C = \dfrac{258}{293 - 258}$ soit $\boxed{e_C = 7{,}4}$. On trouve bien sûr $\boxed{e_C > e}$ (largement), ce qui était prévisible puisque le cycle réel est loin d'être réversible. Les sources d'irréversibilité de ce cycle modèle sont les différences de température entre le fluide frigorigène et les deux sources lors des phases d'échange thermique, ainsi que la viscosité (frottements fluides) dans le détendeur de Joule–Thomson notamment.

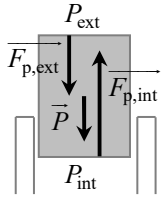
Q18. La compression étant irréversible, elle se produit avec une augmentation d'entropie : le point 2 doit donc être placé en réalité plus à droite que sur le graphe donné. Cela correspond à une augmentation de $h_2 - h_1$, donc à une augmentation du travail reçu sur le cycle (sans variation du transfert avec la source froide), ce qui entraîne une diminution de l'efficacité de la machine.

Q19. Le sous-refroidissement déplace le point 3 vers la gauche, donc le point 4 également. Cela augmente la largeur du palier 4→1, donc le transfert thermique avec la source froide, sans changer le travail à fournir, donc l'efficacité augmente.

¤ **Problème 2** (CCINP TPC 2024)

Q1. La masse donnée par la balance est $\boxed{m = 39 \pm 1 \text{ g}}$. L'évaluation de l'incertitude-type est de type B : on ne répète pas l'expérience (type A), mais on estime l'incertitude à partir des propriétés de l'appareil et de la procédure.

Q2.



Q3. Dans le référentiel terrestre supposé galiléen, on applique le principe fondamental de la dynamique à la soupape : $\vec{P} + \overrightarrow{F_{p,int}} + \overrightarrow{F_{p,ext}} = \vec{0}$. Projection sur la verticale ascendante : $-mg + P_{int}S - P_{ext}S = 0$ d'où $\boxed{P_{int} = P_{ext} + \frac{mg}{S}}$. AN $\boxed{P_{int} = 1{,}56 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 156 \text{ kPa} = 1{,}56 \text{ bar}}$ ($\pm 0{,}02$ bar en négligeant les incertitudes sur les paramètres autres que m).

Q4. L'indication PF (pression de fonctionnement ?) 55 kPa désigne vraisemblablement la surpression dans l'autocuiseur par rapport à une pression atmosphérique de 100 kPa, en fonctionnement normal, ce qui correspond bien à notre calcul. L'indication PS (pression de sécurité ?) 100 kPa désigne probablement la surpression maximale pour un fonctionnement en sécurité, soit 2 bar à l'intérieur.

Q5. On lit $\boxed{T_i = 20 (\pm 1) \text{ °C}}$.

Q6. On applique le premier principe de la thermodynamique au système {eau, autocuiseur}, entre les instants 0 et Δt, en supposant qu'il échange uniquement un transfert thermique avec la plaque chauffante : $\Delta U = Q$ (ou $\Delta H = Q$) soit $(C_a + m_e c_e)(T_f - T_i) = P_{th} \Delta t$ d'où une durée $\Delta t = \frac{(C_a + m_e c_e)(T_f - T_i)}{P_{th}}$. AN $\boxed{\Delta t = 289 \text{ s} = 4 \text{ min } 49 \text{ s}}$.

Q7. Sur la figure 5 on trouve un temps plus long, d'environ 350 à 400 s. En effet, on a négligé les pertes thermiques de l'autocuiseur, qui ont tendance à ralentir l'élévation de température ; on néglige aussi la fraction de l'énergie apportée qui est absorbée par la transition de phase liquide/vapeur, et qui ne contribue donc pas à élever la température ; et on néglige aussi le temps de diffusion de la chaleur à travers tout le volume d'eau et de l'eau à la vapeur.

Q8. On applique maintenant le premier principe au même système entre les instants t et $t+\mathrm{d}t$: $\mathrm{d}U = \delta Q_{plaque} + \delta Q_{perte}$ soit $(C_a + m_e c_e)\,\mathrm{d}T = +P_{th}\,\mathrm{d}t - P_f(t)\,\mathrm{d}t = +P_{th}\,\mathrm{d}t - k[T(t) - T_{ext}]\,\mathrm{d}t$ d'où en divisant par $\mathrm{d}t$: $(C_a + m_e c_e)\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = +P_{th} - k[T(t) - T_{ext}]$ que l'on peut mettre sous la forme $\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}[T(t) - T_{ext}] = \frac{1}{\tau}\frac{P_{th}}{k}$ en posant $\boxed{\tau = \frac{C_a + m_e c_e}{k}}$.

Q9. Solution générale : $T(t) - T_{ext} = \frac{P_{th}}{k} + B \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$, soit $\boxed{A = T_{ext} + \frac{P_{th}}{k}}$. À $t = 0$, $T(0) = T_i$ d'où $\boxed{B = T_i - T_{ext} - \frac{P_{th}}{k}}$.

Q10. On lit la valeur $\boxed{\Delta t' = 330 \pm 5 \text{ s}}$. On a bien trouvé $\boxed{\Delta t' > \Delta t}$, comme prévu à la question **Q7**, puisque les pertes ralentissent l'élévation de température. Mais cette valeur reste plus faible que la valeur vraiment observée, car il reste les autres effets non pris en compte dans notre modèle.

Q11. On lit $\boxed{T_p = 111 (\pm 1) \text{ °C}}$ et $\boxed{P_p = (1{,}52 \pm 0{,}01) \cdot 10^5 \text{ Pa} = 1{,}52 (\pm 0{,}01) \text{ bar}}$.

Q12. En régime permanent, il y a un équilibre diphasé entre l'eau liquide et la vapeur d'eau. Or sous une pression donnée (ici imposée par la soupape), l'équilibre diphasé ne peut exister qu'à une seule température : le palier de pression correspond donc à un palier de température.

¤ **Problème 3**

Q13. Loi de Fick : $\boxed{\overrightarrow{j_N} = -D\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,n^*}$, ce qui donne ici : $\boxed{j_{N,z}(z,t) = -D\frac{\partial n^*(z,t)}{\partial z}}$.

Q14. Bilan de population de molécules dans une tranche de tube comprise entre z et $z+\mathrm{d}z$, entre les instants t et $t+\mathrm{d}t$:

$$\mathrm{d}N(t+\mathrm{d}t) - \mathrm{d}N(t) = +\,\delta N_{\text{entrant},\,z} - \delta N_{\text{sortant},\,z+\mathrm{d}z}$$

soit $$\left[n^*(z,t+\mathrm{d}t) - n^*(z,t)\right] S\,\mathrm{d}z = +\underbrace{\left(\iint_S j_{N,z}(z,t)\,\overrightarrow{e_z}\cdot\overrightarrow{e_z}\,\mathrm{d}s\right)}_{j_{N,z}(z,t)\,S}\mathrm{d}t - \underbrace{\left(\iint_S j_{N,z}(z+\mathrm{d}z,t)\,\overrightarrow{e_z}\cdot\overrightarrow{e_z}\,\mathrm{d}s\right)}_{j_{N,z}(z+\mathrm{d}z,t)\,S}\mathrm{d}t$$

d'où en divisant par $S\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}t$: $\boxed{\frac{\partial n^*(z,t)}{\partial t} = -\frac{\partial j_{N,z}(z,t)}{\partial z}}$.

Q15. En injectant la loi de Fick $j_{N,z}(z,t) = -D\frac{\partial n^*(z,t)}{\partial z}$ on obtient : $\boxed{\frac{\partial n^*(z,t)}{\partial t} = D\frac{\partial^2 n^*(z,t)}{\partial z^2}}$.

Q16. En régime stationnaire, l'équation devient : $\frac{\mathrm{d}^2 n^*(z)}{\mathrm{d}z^2} = 0$. Solution générale : $n^*(z) = Az + B$ avec A et B deux constantes.

Conditions aux limites : $n^*(0) = n_0^* = B$; $n^*(L) = 0 = AL + n_0^*$ d'où $A = -\frac{n_0^*}{L}$. Finalement : $\boxed{n^*(z) = n_0^*\left(1 - \frac{z}{L}\right)}$.

Q17. On cherche à déterminer un flux de masse d'eau en $z = 0$. Déterminons d'abord le flux de molécules d'eau :

$\Phi(0) = j_{N,z}(0)\,S = -D\frac{\mathrm{d}n^*}{\mathrm{d}z}S = -DAS = DS\frac{n_0^*}{L}$. La masse d'une molécule étant $m = \frac{M}{\mathfrak{N}_A}$, le flux massique est $\Phi_m = DS\frac{n_0^*}{L}\frac{M}{\mathfrak{N}_A}$.

Il reste à exprimer n_0^* en fonction des données : $n_0^* = \frac{N}{V} = \frac{\mathfrak{N}_A n}{V} = \frac{\mathfrak{N}_A P_{sat}}{RT}$. Finalement : $\boxed{\Phi_m = DS\frac{M P_{sat}}{LRT}}$. AN $\boxed{\Phi_m = 48 \text{ ng} \cdot \text{s}^{-1}}$.