

Devoir d'entraînement de physique n° 2

Premier problème

Loi de Moore

Le premier circuit intégré composé de quelques transistors a été réalisé en 1958 par Jack Kibly. Un circuit intégré se compose d'une plaque de silicium dont on a localement modifié les propriétés électriques grâce au dopage afin de créer des transistors interconnectés. Depuis lors les avancées technologiques, ainsi que les avancées en physique fondamentale ont permis de multiplier le nombre de transistors sur un circuit intégré : de 2300 transistors en 1971, ce nombre est passé à $2,6 \times 10^9$ en 2013.

L'augmentation des performances de stockage est allée de pair. Il fallait une petite armoire pour stocker un disque dur d'un mégaoctet en 1964 (figure 1), actuellement un téraoctet (10^{12} octets) tient dans une main. En 1965 Gordon Moore, un des fondateurs de la société Intel, énonce une conjecture (première loi de Moore) :

La complexité des circuits intégrés d'entrée de gamme double tous les ans.

Dans ce problème on étudie quelques aspects de la physique et de la chimie dans les ordinateurs, qui ont permis la réalisation de la loi de Moore jusqu'à nos jours.

Conseils généraux

- Les applications numériques seront faites avec un nombre de chiffres significatifs adapté.
- Les données numériques sont fournies en fin d'énoncé.
- Les quatre parties du problème sont largement indépendantes, mais les données numériques fournies dans les différentes parties sont susceptibles d'être utilisées dans toutes les parties.
- **Certaines questions, repérées par une barre en marge, ne sont pas guidées. Elles nécessitent plus de temps pour élaborer un modèle ou un raisonnement, le barème en tient compte.**



Figure 1 Disque dur de 1 mégaoctet en 1964

IV Dissipation thermique dans les systèmes électroniques

Les microprocesseurs des ordinateurs actuels sont constitués de plus d'un million de transistors répartis sur une plaque de silicium de quelques cm^2 . L'évacuation de la chaleur dégagée par le microprocesseur est indispensable pour le bon fonctionnement du composant.

IV.A – On étudie tout d'abord le transport thermique à travers un objet solide parallélépipédique, de dimensions $a \times b \times \ell$ avec $a \gg \ell$ et $b \gg \ell$, lorsque les faces repérées par les points O et A sont uniformément aux températures T_1 et T_0 respectivement (cf figure 9). L'objet est caractérisé par sa masse volumique μ , sa capacité thermique massique c et sa conductivité thermique λ . L'origine de l'axe des x est prise en O .

IV.A.1) Justifier qu'on puisse considérer que la température dans le solide est une fonction de x et t seulement.

IV.A.2) Établir l'équation de la diffusion thermique vérifiée par la température $T(x, t)$ dans le solide considéré.

IV.A.3) Les températures T_0 et T_1 étant constantes, on étudie le régime stationnaire. Établir la loi d'évolution de la température dans le solide en fonction de x .

Exprimer la puissance thermique Φ qui traverse le solide de O vers A .

IV.A.4) Montrer qu'on peut relier la différence de températures $T_1 - T_0$ au flux Φ , de façon analogue à la loi d'Ohm en électrocinétique, faire apparaître la résistance thermique R_{th} de l'objet parallélépipédique.

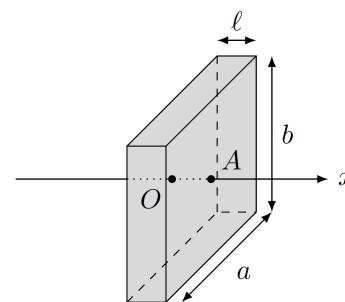


Figure 9

IV.B – Lorsqu'un solide est placé dans l'air dont la température est uniforme égale à T_a , l'échange thermique qui s'effectue à l'interface entre l'air et le solide est conducto-convectif. C'est à dire que dans une mince couche de fluide en surface du solide le gradient de température entraîne un mouvement de convection du fluide. Il en résulte une expression de la quantité de chaleur qui est transférée du solide vers l'air pendant dt à travers une surface de section $dS = dy dz$:

$$\delta Q_{cc} = h(T_0 - T_a) dy dz dt$$

où h est appelé coefficient de Newton, qui caractérise l'échange thermique entre le solide et le fluide et T_0 est la température de surface du solide (cf. [figure 10](#)).

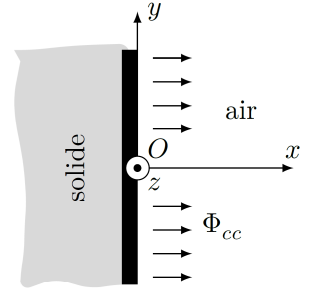


Figure 10

IV.B.1) Donner l'unité de h dans le système international d'unités.

Définir puis exprimer la résistance thermique R_h qui modélise l'échange thermique conducto-convectif pour une surface S de solide.

IV.B.2) Dans le cas d'une interface silicium/air, $h_s = 30$ S.I. si l'air environnant est immobile et vaut $h_c = 300$ S.I. si l'air environnant est brassé, par exemple grâce à un ventilateur.

On considère un parallélépipède de dimensions $a \times b \times \ell = 40 \times 24 \times 1,5 \text{ mm}^3$. Calculer les valeurs des résistances thermiques R_{th} dans le cas où l'objet est en cuivre puis en silicium, calculer aussi R_h l'air étant immobile, commenter.

IV.C – Dans le cas du microprocesseur dont la documentation est fournie en annexe, estimer la durée Δt au bout de laquelle celui-ci est détruit en l'absence de dispositif de refroidissement.

IV.D – Pour maintenir le microprocesseur à sa température de fonctionnement optimale $\simeq 70^\circ\text{C}$, on utilise un radiateur sur lequel souffle l'air brassé par un ventilateur d'une part et un dispositif appelé caloduc d'autre part, qu'on se propose d'étudier.

Le caloduc est une enceinte métallique (elle est parfois en silicium) creuse, de volume constant, plate et longue, qui relie thermiquement le microprocesseur situé en M au radiateur situé en R . La plupart des ordinateurs portables en sont équipés. La [figure 11](#) à gauche représente le caloduc vu de l'extérieur.

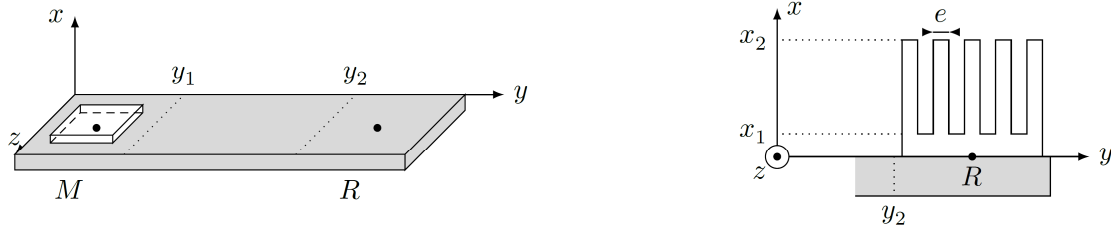


Figure 11

Dans un premier temps, on étudie le radiateur (cf [figure 11](#) à droite) qui est une pièce métallique qui présente une surface de contact avec l'air très importante, grâce à un grand nombre d'aillettes parallélépipédiques représentées en coupe sur la [figure 11](#). La dimension des ailettes dans la direction $\vec{e}_z$ est notée l_z , e selon $\vec{e}_y$ et $H = x_2 - x_1$ selon $\vec{e}_x$.

Pour étudier l'évolution de la température dans les ailettes, on isole une ailette, que l'on assimile à un milieu unidimensionnel selon $\vec{e}_x$. La température est notée $T(x)$, elle est uniforme dans une section de l'ailette. Enfin, comme l'ailette est plongée dans l'air, qui est en permanence renouvelé grâce au ventilateur, on considère que l'air qui entoure l'ailette a une température $T_a = 20^\circ\text{C}$, et on se limite à l'étude du régime stationnaire.

On note T_R la température au niveau du socle du radiateur, on considère que c'est la température en $T(x_1)$ sur chacune des ailettes.

IV.D.1) Après avoir fait un schéma correspondant à l'étude d'une ailette considérée isolément, effectuer un bilan d'énergie sur une tranche de longueur dx de l'ailette.

Déduire de l'équation précédente l'équation différentielle vérifiée par $T(x)$:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{1}{\delta^2} (T(x) - T_a) = 0$$

où δ est à exprimer en fonction de λ , e , l_z et h .

Résoudre cette équation en considérant que la longueur H de l'ailette est très grande, c'est à dire $H \rightarrow \infty$.

IV.D.2) Calculer la puissance thermique évacuée par le radiateur complet, constitué de 6 ailettes et donner la valeur de la résistance thermique équivalente au radiateur.

Pour l'application numérique on prendra $\lambda = 100 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$, $e = 2 \text{ mm}$ et $l_z = 1 \text{ cm}$.

IV.E – On étudie désormais le caloduc. Celui-ci est un constitué d’une enceinte métallique ou semi-conductrice de volume constant de petite dimension, dont la paroi interne est tapissée de fines rainures, dans lesquelles un liquide peut se déplacer par capillarité. À l’intérieur de l’enceinte, un corps pur diphasé (de l’eau, mais il peut être autre que de l’eau) a été injecté. L’ensemble forme un système fermé et passif.

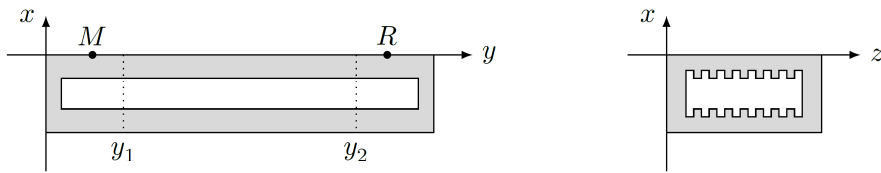


Figure 12

La **figure 12** représente deux coupes du caloduc. Le schéma de gauche représente une coupe dans la longueur du caloduc, dans un plan de direction $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$, le schéma à droite représente une vue d’une section droite du caloduc.

On suppose que le caloduc est parfaitement dimensionné pour un microprocesseur qui dissipe une puissance thermique $\mathcal{P}_{\text{micro}} = 20 \text{ W}$, la température en M sous le microprocesseur est égale à 71°C , celle sous le point R vaut 70°C et l’eau circule à l’intérieur du caloduc de façon permanente. On admet qu’une goutte de liquide qui arrive sous le microprocesseur se vaporise totalement et qu’une bulle de vapeur qui arrive sous le radiateur se liquéfie totalement et pénètre dans les rainures. L’eau reste liquide lorsqu’elle circule à l’intérieur des micro rainures entre y_1 et y_2 .

Enfin, la zone intermédiaire, entre y_1 et y_2 est considérée adiabatique. Toutes les transformations envisagées sont supposées réversibles.

IV.E.1) Analyser le terme caloduc, à quel autre terme du langage courant vous fait-il penser ? Proposer une signification du terme caloduc.

IV.E.2) Les forces de capillarité sont susceptibles de provoquer la montée d’un liquide dans un tube vertical plongé dans un liquide de petit diamètre. Justifier qualitativement que les forces de capillarité travaillent.

IV.E.3) La **figure 13** représente l’allure du cycle (en trait noir) décrit par une goutte de liquide à l’intérieur du caloduc, dans un diagramme représentant la pression P en fonction du volume massique v . La courbe grise est la courbe de saturation qui délimite le domaine où règne l’équilibre liquide vapeur noté ℓ/v .

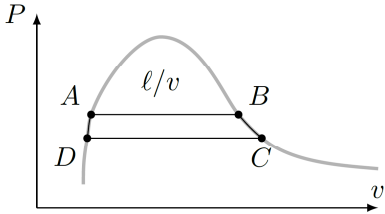


Figure 13

Expliquer qualitativement le fonctionnement du caloduc, en reliant les positions internes au caloduc aux points A , B , C et D du cycle.

IV.F – En régime stationnaire de fonctionnement, le caloduc évacue toute la chaleur dissipée par le microprocesseur et les températures extrêmes sont séparées de $T_R - T_M = 1 \text{ K}$. Calculer la résistance thermique équivalente du caloduc et comparer celle-ci à celle d’un barreau de cuivre de mêmes dimensions.

Quel est l’intérêt du caloduc ?

Données

Données sur le cuivre et le silicium

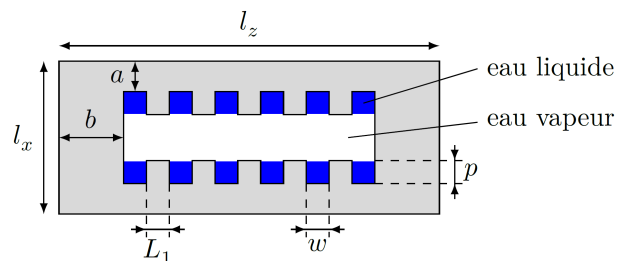
	Cu	Si
Numéro atomique	29	14
Masse atomique relative ($\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$)	63,546	28,0855
Température de fusion ($^\circ\text{C}$)	1083	1410
Température d’ébullition ($^\circ\text{C}$)	2567	2355
État de la matière à 20°C et 1 bar	solide	solide
Densité à 20°C ($\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$)	8,92	2,33
Niveaux d’oxydation	1 ou 2	-4 ou 4
Électronégativité	1,75	1,74
Rayon atomique (pm)	127,8	117,6
Configuration électronique	$[\text{Ar}]3d^{10}4s^1$	$[\text{Ne}]3s^23p^2$
Énergie d’ionisation (eV)	7,7264	8,1517
Fraction de masse dans le géosphère (%)	0,01	25,8
Conductivité électrique ($\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$)	$59,6 \times 10^6$	$2,52 \times 10^{-4}$
Conductivité thermique ($\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)	401	148
Chaleur massique ($\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)	380	700

Équilibre liquide vapeur de l'eau au voisinage de 70 °C

T (K)	P (kPa)	ρ_ℓ (kg·m ⁻³)	ρ_v (kg·m ⁻³)	h_ℓ (kJ·kg ⁻¹)	h_v (kJ·kg ⁻¹)	S_ℓ (kJ·kg ⁻¹ ·K ⁻¹)	S_v (kJ·kg ⁻¹ ·K ⁻¹)	$C_{v,\ell}$ (kJ·kg ⁻¹ ·K ⁻¹)	$C_{v,v}$ (kJ·kg ⁻¹ ·K ⁻¹)
342	27,188	979,503	0,17440	279,866	2620,69	0,9165	7,8013	3,9416	1,4888
343	32,366	977,247	0,20537	296,628	2627,55	0,9655	7,7414	3,9208	1,4951
344	38,354	974,904	0,24077	313,401	2634,35	1,0140	7,6833	3,8999	1,5018

Dimensions du caloduc

b (mm)	a (mm)	l_x (mm)	l_z (cm)	w (μm)	L_1 (μm)	p (μm)	$y_2 - y_1$ (cm)
6	1	2,9	2	20	80	70	10



Spécification du microprocesseur i7-4500U

Status	Launched
Launch Date	Q3'13
DMI2	5 GT/s
Processor Number	i7-4500U
# of Cores	2
# of Threads	4
Clock Speed	1.8 GHz
Max Turbo Frequency	3 GHz
Intel® Smart Cache	4 MB
Instruction Set	64-bit
Instruction Set Extensions	SSE 4.1/4.2, AVX 2.0
Lithography	22 nm
Max TDP	15 W
Recommended Customer Price	TRAY: \$393.00
Max Memory Size (dependent on memory type)	16 GB
Memory Types	DDR3L-1333/1600; LPDDR3-1333/1600
# of Memory Channels	2
Max Memory Bandwidth	25.6 GB/s
PCI Express Revision	2.0
PCI Express Configurations [†]	4x1, 2x4
Max # of PCI Express Lanes	12
Max CPU Configuration	1
T _{JUNCTION}	100°C
Package Size	40mm x 24mm x 1.5mm
Sockets Supported	FCBGA1168

Deuxième problème (sans calculatrice)

Comète 67P Churyomov-Gerasimenko

Ce sujet propose de revenir sur l'exploit réalisé par l'Agence Spatiale Européenne lors de l'accomplissement de la mission Rosetta. Cette mission consistait à rejoindre la comète 67P Churyomov – Gerasimenko (rebaptisée Churry à cette occasion) sur son orbite à plusieurs centaines de millions de kilomètres de la Terre. Une fois sur place la sonde devait étudier l'environnement de Churry en se satellisant autour d'elle. Une fois ce premier exploit réalisé le 6 août 2014, la sonde Rosetta devait envoyer un robot, nommé Philæ, pour qu'il se pose sur la comète et réalise une étude in situ. Ce robot a réussi à se poser sur la comète le 12 novembre 2014, il a ensuite réalisé sa mission de façon quasi-nominale pendant 3 jours dans des conditions physiques extrêmes. Il a ensuite transmis les données recueillies vers Rosetta toujours en orbite autour de Churry. Rosetta les a ensuite envoyées vers la Terre où nous les avons reçues quelques dizaines de minutes plus tard.

La réalisation complète de cette mission aurait pu être présentée comme un exploit retentissant de la conquête spatiale, n'ayant rien à envier aux premiers pas de l'homme sur la Lune. Cependant, le fait que Philæ se soit posé de façon peu stable, le traitement médiatique de ce genre d'évènement, et bien d'autres facteurs plus complexes, n'ont pas permis de se rendre compte de l'incroyable performance scientifique réalisée à l'occasion de cette mission.

Les résultats numériques des calculs seront des ordres de grandeurs ne possédant au plus qu'un seul chiffre significatif.

Données numériques

- Constante de la gravitation : $G = 6,7 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
- Vitesse de la lumière : $c = 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
- Masse du Soleil : $M_{\odot} = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$.
- Luminosité du Soleil : $L_{\odot} = 4 \times 10^{26} \text{ W}$
- Unité astronomique : $1 \text{ ua} = 1,5 \times 10^{11} \text{ m}$

Caractéristiques de la comète Churry

- r_{max} : aphélie, distance au plus loin du Soleil : 5,70 ua
- r_{min} : périhélie, distance au plus près du Soleil : 1,30 ua
- Taille caractéristique : 2000 m (albédo de 4%)
- Période de rotation autour de son axe principal : 12,6 h

I. — Etude de la comète 67P Churyomov – Gerasimenko

La comète étudiée s'appelle Churyomov – Gerasimenko, du nom des scientifiques ukrainiens M. Churyumov, l'utilisateur du télescope, et Mme Gerasimenko, la comparatrice d'images, qui l'ont co-découverte en 1969. Cette comète mesure entre 3 et 5 km de diamètre et tourne sur elle-même en une douzaine d'heures. Voilà à peu près tout ce que l'on savait sur la comète objet de Rosetta et Philæ. Les estimations sur sa masse, varient, quant à elles, d'un facteur 10 et sa forme exacte restera un mystère jusqu'en juillet 2014 date de la première photo envoyée par Rosetta. Le noyau de la comète n'a pu être observé que depuis la Terre (le Very Large Telescope au Chili en lumière visible ou proche infrarouge) ou les satellites tournant autour de la Terre (Hubble en lumière visible, Spitzer en moyen infrarouge). De ces observations ont été tirées des courbes de lumière qui, elles-mêmes, ont permis de déterminer quelques unes de ses caractéristiques.

□ 1 — En appliquant le principe fondamental de la mécanique à une comète de masse m en orbite circulaire de rayon R autour du Soleil, retrouver la 3^e loi de Kepler. Dans le cas d'une orbite elliptique, on peut démontrer que cette relation se généralise en remplaçant le rayon R par le demi grand axe a de l'ellipse (voir figure 1). En déduire la relation entre le demi-grand axe a de l'ellipse parcourue par la comète, la période T de la comète, la masse du Soleil $M_\odot$ et la constante de gravitation G . Déterminer la valeur numérique de la période T_c de la comète Churry. On donne $2\pi a_c = 33 \cdot 10^{11}$ SI et on prendra $1 \text{ an} \simeq \frac{1}{3} \cdot 10^8$ secondes.

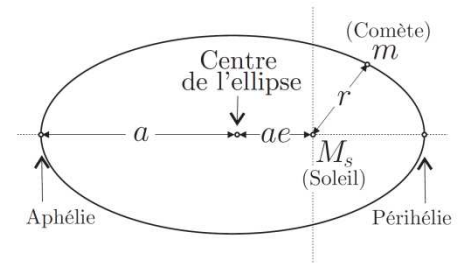


FIGURE 1 – Orbite elliptique d'excentricité e et de demi-grand axe a .

□ 2 — On ne suppose plus la trajectoire circulaire, et on note $\vec{r}$ le vecteur position de la comète dans le référentiel héliocentrique et $r = \|\vec{r}\|$. Donner l'expression du moment cinétique $\vec{\sigma}_s$ de la comète par rapport au Soleil. Montrer que la trajectoire de la comète est contenue dans un plan que l'on précisera. Déterminer l'expression de $C = \frac{\|\vec{\sigma}_s\|}{m}$ en fonction des coordonnées polaires (r, θ) de la comète dans ce plan.

□ 3 — Etablir la relation $\frac{1}{2}m\dot{r}^2 = E_m - E_{\text{eff}}(r)$ où E_m est l'énergie mécanique supposée négative de la comète et $E_{\text{eff}}(r)$ son énergie potentielle effective que l'on exprimera en fonction de C , G , m , $M_\odot$ et r . Tracer la représentation graphique de $E_{\text{eff}}(r)$, et positionner sur ce graphique E_m , l'aphélie r_{max} et le périhélie r_{min} (voir figure 1).

□ 4 — Montrer qu'il existe une trajectoire circulaire correspondant à $r = r_{\text{min}} = r_{\text{max}} = r_0$ et $E_m = E_0$. Déterminer l'expression de r_0 en fonction de C , G et $M_\odot$ puis en déduire celle de E_0 en fonction de C , G , $M_\odot$ et m . On note respectivement $E_c(r)$ et $E_p(r)$ les énergies cinétique et potentielle de la comète à la distance r du Soleil, déterminer la relation entre $E_c(r_0)$ et $E_p(r_0)$.

□ 5 — Etablir l'équation du second degré en r dont r_{min} et r_{max} sont solutions, qui permet de déduire l'expression de E_m en fonction de G , m , $M_\odot$ et a . On donnera cette expression. Après avoir montré que son discriminant est bien positif, résoudre l'équation et déterminer la relation liant e à E_m , C , a et m .

□ 6 — Quelle est la propriété de la vitesse aréolaire de la comète, rapport de la surface balayée par le rayon vecteur de la comète sur le temps mis par la parcourir ? Quel est l'astronome qui a identifié cette propriété qui porte son nom ? Sachant que l'aire d'une ellipse d'excentricité e et de demi-grand axe a est $S = \pi a^2 \sqrt{1 - e^2}$, déterminer la relation entre la période de la comète et le demi-grand axe de l'ellipse. Commenter le résultat obtenu.

Rosetta a bénéficié de 4 assistances gravitationnelles afin d'acquérir l'énergie nécessaire pour rejoindre la comète sur son orbite. La précision requise pour l'accomplissement de cet exploit est absolument insensée : fenêtre de quelques kilomètres entre des objets sur des orbites gravitationnelles à des vitesses de l'ordre du kilomètre par seconde, à plusieurs centaines de millions de kilomètres de la Terre. Peu de gens ont pris conscience de l'exploit réalisé par les ingénieurs de l'Agence Spatiale Européenne.

□ 7 — Qu'entend-on par assistance gravitationnelle ? On étatera sa réponse par un schéma explicatif.