

Devoir test de physique n° 2

Cet énoncé comporte trois problèmes. Durée : 4 heures.

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Problème 1 Mission Rosetta

Rosetta est une mission spatiale de l'Agence spatiale européenne dont l'objectif principal est de recueillir des données sur la composition du noyau de la comète 67P/Tchourioumov-Guérassimenko et sur son comportement à l'approche du Soleil. La sonde spatiale s'est placée en orbite autour de la comète puis, après une période d'observation de plusieurs mois, a envoyé le 12 novembre 2014 Philae, un petit atterrisseur, se poser sur sa surface pour analyser la composition de son sol et sa structure.

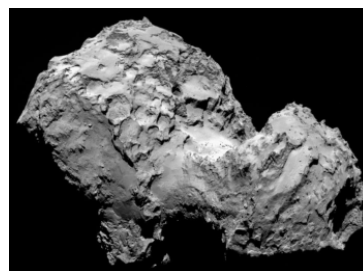
Le problème est constitué de deux parties. La première traite de la **descente du module Philae** vers la comète. La seconde concerne les **aspects thermiques** de la comète lorsque celle-ci se rapproche du Soleil.

PREMIÈRE PARTIE

ATTERRISSAGE DU MODULE PHILAE

Données :

- masse de la comète : $m_{\text{com}} = 1,0 \cdot 10^{13} \text{ kg}$
- masse volumique de la comète : $\mu_{\text{com}} = 400 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- période de rotation propre de la comète : $T_{\text{com}} = 12,4 \text{ h}$
- constante gravitationnelle : $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
- distance de largage par rapport au centre : $r_{\text{larg}} = 22,5 \text{ km}$
- masse de la sonde Rosetta : $m_{\text{Ros}} = 1500 \text{ kg}$
- masse de l'atterrisseur Philae : $m_{\text{Ph}} = 98 \text{ kg}$
- vitesse de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$



Dans cette partie, la comète est modélisée par une boule homogène de masse m_{com} et de masse volumique μ_{com} .

La distance entre un point M et le centre O de la comète est notée $r = OM$.

A / CHAMP GRAVITATIONNEL DE LA COMÈTE

A1. Déterminer le rayon r_{com} de la boule équivalente à la comète.

Le champ gravitationnel $\vec{g}_{\text{com}}$ dû à la comète s'écrit $\vec{g}_{\text{com}} = -G \frac{m_{\text{com}}}{r^2} \vec{e}_r$ (pour $r > r_{\text{com}}$).

A2. Peut-on considérer le champ gravitationnel de la comète uniforme lors de la chute du module Philae, suite à son largage ?

B / TRAJECTOIRE DE PHILAE

Approche numérique de l'équation du mouvement

On étudie la chute libre de l'atterrisseur Philae, dans un référentiel dont l'origine est le centre O de la comète et qui tourne avec Rosetta, de sorte que le vecteur $\vec{e}_r$ pointe constamment vers l'atterrisseur (accélération $\vec{a} = r \vec{e}_r$). Ce référentiel peut être considéré comme galiléen.

B1. Établir l'équation du mouvement de l'atterrisseur Philae, une fois séparé de Rosetta, en projection sur l'axe radial.

Cette équation peut être résolue numériquement. L'évolution temporelle de la distance r est représentée sur la figure 1, à partir de la distance initiale $r(t=0) = r_{\text{arg}}$ pour différentes vitesses verticales initiales $v_0 = \dot{r}(t=0)$.

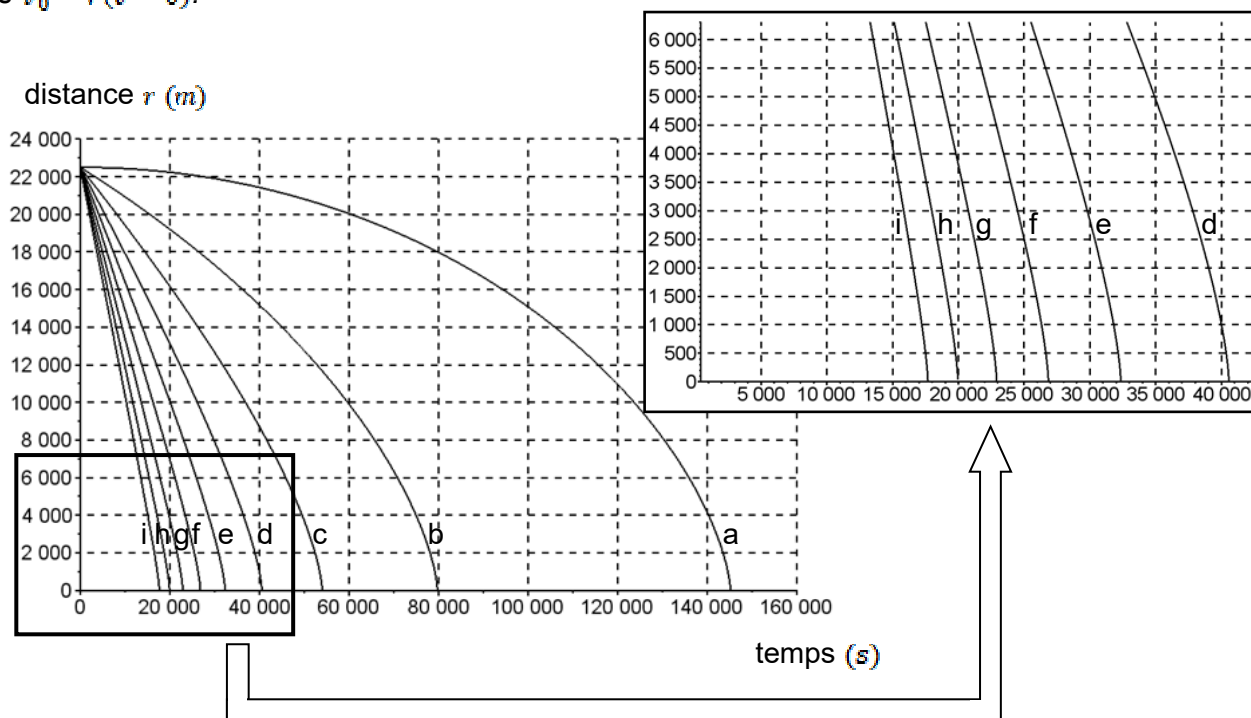


Figure 1 - Évolution temporelle de l'altitude pour différentes vitesses initiales :

a : $v_0 = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	b : $v_0 = -0,15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	c : $v_0 = -0,30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
d : $v_0 = -0,45 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	e : $v_0 = -0,60 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	f : $v_0 = -0,75 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
g : $v_0 = -0,90 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	h : $v_0 = -1,05 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	i : $v_0 = -1,20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

B2. Déterminer la durée τ_0 de la chute de Philae s'il est abandonné par Rosetta avec une vitesse verticale nulle.

B3. La durée réelle de la chute est $\tau \simeq 7 \text{ h}$. En déduire la vitesse verticale initiale communiquée à l'atterrisseur.

Différentes trajectoires de phase sont représentées sur la figure 2, en fonction de la vitesse verticale initiale.

B4. Déterminer, par lecture graphique, la vitesse verticale atteinte par Philae au moment du contact avec la comète.

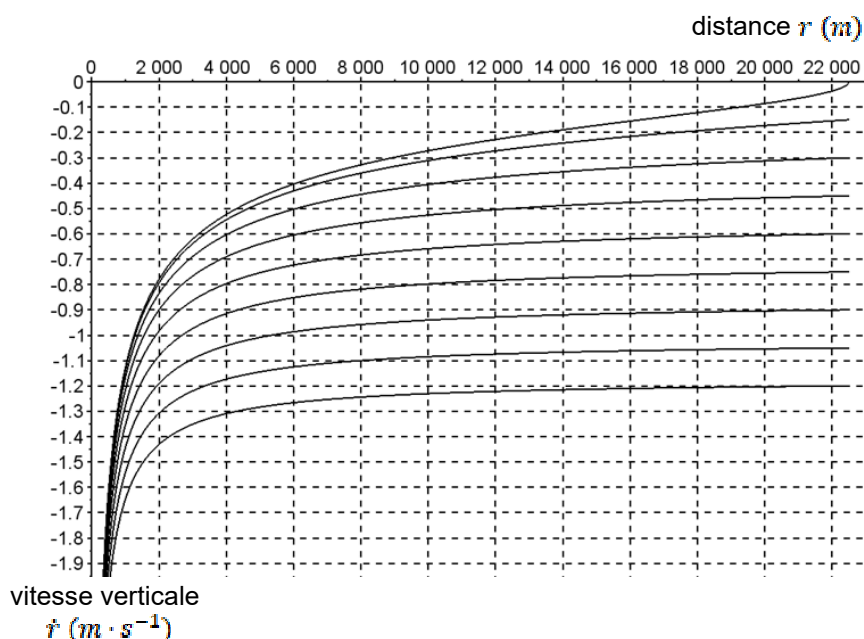


Figure 2 - Trajectoires de phase pour différentes vitesses initiales

Approche énergétique

L'objectif est de retrouver la vitesse atteinte par l'atterrisseur au moment du contact avec la comète.

- B5.** Établir l'expression de l'énergie potentielle gravitationnelle E_{pcom} d'un point matériel de masse m situé à la distance $r > r_{com}$ du centre de la comète, en fonction de G , m , m_{com} et r (on fixe $E_{pcom}(r \rightarrow \infty) = 0$).
- B6.** Lors de la chute de Philae, préciser comment évolue l'énergie mécanique de l'atterrisseur.
- B7.** En déduire, littéralement puis numériquement, la vitesse atteinte par l'atterrisseur lors du contact avec la comète.

C / PHILAE À LA SURFACE DE LA COMÈTE

On s'intéresse à présent au module Philae, une fois celui-ci posé sur la surface de la comète.

- C1.** Lors du largage de Philae, le 12 novembre 2014, plusieurs journalistes commentent l'événement : « Philae pèse 1,7 g sur la comète ». Qu'en pensez-vous ?

La comète 67P/Tchourioumov-Guérassimenko tourne sur elle-même avec une période T_{com} dans le référentiel « cométocentrique » galiléen $\mathcal{R}_0$, dont l'origine est le centre O de la comète et dont les axes pointent vers des directions fixes. Le référentiel $\mathcal{R}_{com}$ lié à la comète n'est pas galiléen.

- C2.** Pour appliquer le principe fondamental de la dynamique à l'atterrisseur Philae dans le référentiel $\mathcal{R}_{com}$ de la comète, indiquer quelle force doit être ajoutée à la force gravitationnelle, ainsi que son nom usuel.
- C3.** Représenter sur un schéma la comète, son axe de rotation, le module Philae posé à sa surface et les deux forces (en plus de la réaction du sol) auxquelles il est soumis. Comment est modifié qualitativement le poids réel de l'atterrisseur, par rapport à celui calculé à la question C1 ?
- C4.** Exprimer littéralement, puis calculer numériquement la variation relative du poids due à la rotation propre de la comète (on suppose que Philae s'est posé dans le plan équatorial). Commenter.

D / ROSETTA AUTOUR DE LA COMÈTE

Avant de larguer l'atterrisseur Philae, la sonde Rosetta s'est rapprochée par paliers de la comète. Le 10 septembre 2014, elle se situe sur une orbite circulaire de rayon $r_1 = 30$ km.

- D1.** Donner les expressions en coordonnées polaires de la vitesse et de l'accélération d'un point matériel M en mouvement circulaire.
- D2.** Exprimer la vitesse v_1 de la sonde en orbite circulaire de rayon r_1 autour de la comète, en fonction de G , m_{com} et r_1 . Effectuer l'application numérique.
- D3.** En déduire sa période T_1 . Effectuer l'application numérique.

La sonde parcourt, à partir du 8 octobre 2014, une orbite elliptique avec un apocentre A situé à la distance $r_a = r_{max} = 20$ km du centre O de la comète et un péricentre P caractérisé par $r_p = r_{min} = 10$ km. Le 15 octobre, la propulsion est utilisée pour placer la sonde sur une orbite circulaire de rayon $r_p = 10$ km.

- D4.** Représenter sur un schéma l'orbite elliptique, en faisant apparaître le centre O de la comète, ainsi que les distances r_a et r_p .
- D5.** Exprimer l'énergie mécanique de la sonde sur l'orbite elliptique.
- D6.** Sur cette orbite, en déduire la vitesse v_p de Rosetta en P , en fonction de G , m_{com} , r_a et r_p . Effectuer l'application numérique.
- D7.** Pour placer la sonde en orbite circulaire de rayon r_p , la propulsion est utilisée lorsque Rosetta est au péricentre. Préciser numériquement la variation de vitesse nécessaire.

DEUXIÈME PARTIE

FORMATION DE LA QUEUE DE LA COMÈTE

Données :

- rayon de la comète : $r_{\text{com}} = 1800 \text{ m}$
- température moyenne estimée à la surface de la comète au périhélie : $T_0 = -35^\circ\text{C}$
- température de la glace au cœur de la comète : $T_1 = -73^\circ\text{C}$
- enthalpie molaire de sublimation de la glace : $L_{\text{sub}} = 51 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$
- masse molaire de l'eau : $M_{\text{H}_2\text{O}} = 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
- conductivité thermique de la croûte de la comète : $\lambda = 0,40 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
- gradient en coordonnées sphériques : $\overrightarrow{\text{grad}} f = \frac{\partial f}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \vec{e}_\varphi$

Dans cette partie, la comète est à nouveau modélisée par une boule de centre O et de rayon r_{com} . On note $r = OM$ (distance au centre de la comète).

La comète est constituée d'un cœur constitué de glace, entouré d'une croûte rocheuse d'épaisseur e .

« Pour l'instant, 67P est encore trois fois plus loin du Soleil que la Terre. Ses glaces commencent tout juste à se vaporiser. Peut-être un kilo par seconde, soit 300 fois moins que le pic attendu en août prochain, lorsque la comète sera au plus près du Soleil. "Cette activité reste assez fluctuante", note Philippe Lamy. » Le Figaro, 9 septembre 2014

E / SUBLIMATION DE LA GLACE

En orbite autour du Soleil, la comète reçoit un flux thermique qui dépend de sa distance au centre du Soleil. On considère ainsi qu'au périhélie (atteint le 13 août 2015), la surface de la comète sera traversée par une densité moyenne de flux thermique $\vec{j}_{\text{com}} = 30 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$.

En régime permanent, l'énergie transportée par ce flux thermique traverse la croûte de la comète, dont le profil de température ne varie pas. Elle est alors dissipée à l'interface croûte/cœur par sublimation de la glace, à la température T_1 .

- E1.** Exprimer le vecteur densité de flux thermique $\vec{j}_{\text{com}}$ dans une base sphérique, en fonction de sa norme j_{com} .
- E2.** Déterminer, littéralement puis numériquement, le flux thermique moyen ϕ_{com} à travers la surface (orientée vers l'extérieur) de la comète. Commenter le signe.
- E3.** Exprimer littéralement la masse m_{gl} de glace sublimée pendant la durée Δt . Effectuer l'application numérique pour $\Delta t = 1 \text{ s}$.
- E4.** Commenter le résultat obtenu, au regard de celui annoncé par M. Lamy.

F / TRANSFERT THERMIQUE DANS LA CROÛTE DE LA COMÈTE

On cherche désormais à établir le profil de la température dans la croûte (couche externe de la comète autour du cœur) caractérisée par une conductivité thermique λ , en régime permanent. La température est considérée uniforme dans le cœur ($T_{\text{cœur}} = T_1$).

On se place en coordonnées sphériques.

- F1.** La loi de Fourier s'écrit $\vec{j} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T$. Interpréter la présence du signe « - ».
- F2.** Justifier que le flux thermique se conserve à travers chaque sphère de centre O dans la croûte de la comète.
- F3.** En déduire l'équation à variables séparées $dT = -\frac{\phi_{\text{com}}}{4\pi\lambda r^2} dr$.
- F4.** Exprimer la température dans la croûte, à la distance r du centre de la comète, en fonction de T_0 , température à la surface, ϕ_{com} , λ , r et r_{com} .
- F5.** En déduire l'épaisseur e de la croûte en considérant $e \ll r_{\text{com}}$, en fonction de r_{com} , λ , ϕ_{com} , T_0 et T_1 . Effectuer l'application numérique.

Problème 2

Le manchot empereur

Données

- Constante de Stefan : $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$
- Intensité de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
- Masse volumique de l'eau : $\rho_e = 1,00 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

$$\overrightarrow{\text{grad}}(U) = \frac{\partial U}{\partial \rho} \vec{u}_\rho + \frac{1}{\rho} \frac{\partial U}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{u}_z \quad \text{en coordonnées cylindriques}$$



Le manchot empereur *Aptenodytes forsteri* est la plus grande espèce de manchots, avec en moyenne une taille de 1,2 m et une masse corporelle de 30 kg. Ce manchot est capable d'affronter sur de longues durées les conditions climatiques extrêmes de l'Antarctique, caractérisées par des températures moyennes de -40°C lors des longues nuits polaires du mois de juin et des températures ressenties atteignant les -200°C lorsque le blizzard souffle au plus fort. Le secret de cette exceptionnelle capacité d'isolation thermique réside dans toute une série d'adaptations, en particulier physiologiques et comportementales.

Du point de vue des échanges thermiques, on modélise un manchot par un cylindre d'axe $(O, \vec{u}_z)$, de rayon $R = 10 \text{ cm}$, de longueur $\ell = 1,2 \text{ m}$, recouvert successivement :

- d'une couche de graisse d'épaisseur $e_g = 2,0 \text{ cm}$ et de conductivité thermique $\lambda_g = 0,20 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$;
- d'une couche de filaments duveteux enfermant une épaisseur $e_a = 1,0 \text{ cm}$ d'air de conductivité thermique $\lambda_a = 0,026 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$;
- d'une couche très dense de plumes courtes et raides, disposées en diagonale et imbriquées les unes dans les autres pour former un véritable « coupe-vent » imperméable à l'eau, d'épaisseur $e_p = 2,0 \text{ cm}$ et de conductivité thermique $\lambda_p = 0,035 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

En régime stationnaire, le métabolisme de l'animal fournit une puissance $\mathcal{P}_m$ permettant de maintenir sa température interne T_i constante.

II.1 - Généralités

On considère deux cylindres de même axe $(O, \vec{u}_z)$, de longueur ℓ et de rayons R_1 et R_2 , de surfaces latérales isothermes portées aux températures respectives T_1 et $T_2 < T_1$ (**figure 4**).

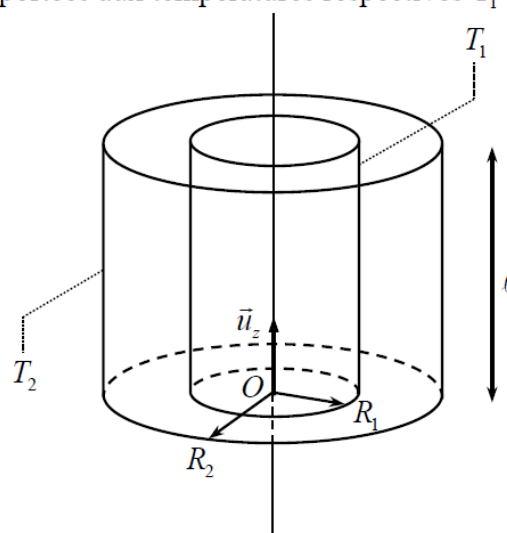


Figure 4 - Conducteur thermique à symétrie cylindrique

Le milieu séparant ces deux surfaces, homogène, isotrope, de conductivité thermique λ , est le siège d'un phénomène de transfert thermique uniquement radial en négligeant tout effet de bord. On suppose le régime stationnaire atteint. En tout point M du milieu, repéré par ses coordonnées cylindriques dans le repère $(O, \vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$, la température y est donc fonction uniquement de la distance ρ à l'axe $(O, \vec{u}_z)$: $T(M) = T(\rho)$.

Q10. Le vecteur associé au flux thermique Φ_{th} est le vecteur densité de courant thermique $\vec{j}_{th}$.

Que représente physiquement la norme de ce vecteur ? Préciser son unité.

Q11. Justifier que $\vec{j}_{th} = -\lambda \frac{dT}{d\rho} \vec{u}_\rho$. Justifier physiquement le signe moins.

Q12. Effectuer en régime stationnaire un bilan thermique, entre les instants t et $t+dt$, pour la portion du milieu comprise entre les cylindres d'axe $(O, \vec{u}_z)$, de longueur ℓ , de rayons ρ et $\rho+d\rho$ ($R_1 < \rho < R_2$). En déduire que l'expression du champ de température $T(\rho)$ en tout point M du milieu est : $T(\rho) = \frac{T_1 - T_2}{\ln(R_1 / R_2)} \ln(\rho / R_1) + T_1$.

Q13. Définir la résistance thermique R_{th} du milieu. Montrer qu'elle s'écrit : $R_{th} = \frac{1}{2\pi\lambda\ell} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$.

II.2 - Détermination du métabolisme d'un manchot

Q14. Retrouver l'ordre de grandeur de la valeur adoptée du rayon R du cylindre modélisant un manchot supposé uniquement constitué d'eau.

Q15. En régime stationnaire, justifier que le flux thermique Φ_{th} dégagé par un manchot est égal à la puissance $\mathcal{P}_m$ due à son métabolisme.

Q16. Comment sont associées les résistances thermiques de chacune des couches recouvrant un manchot ? Justifier. À partir du résultat de **Q13**, donner l'expression de la résistance thermique $R_{th,1}$ équivalente à cette association en fonction notamment des conductivités thermiques et des épaisseurs des différentes couches. Calculer la valeur de $R_{th,1}$.

Q17. Les transferts thermiques entre la face extérieure du plumage du manchot à la température T_p et l'air extérieur à la température T_e sont modélisés par une densité de courant thermique conducto-convectif : $\vec{j}_{th,cc} = h(T_p - T_e)\vec{u}_\rho$ où h est le coefficient de transfert conducto-convectif. En se limitant à la surface latérale du cylindre d'aire S modélisant le manchot, exprimer en fonction de h et S la résistance thermique $R_{th,cc}$ associée à ce transfert.

Q18. En considérant que le manchot et l'atmosphère rayonnent comme des corps noirs de températures respectives T_p et T_e très proches, montrer que le flux radiatif surfacique φ_r émis par le manchot, s'écrit : $\varphi_r \cong 4\sigma T_e^3(T_p - T_e)$ où σ est la constante de Stefan.

Exprimer, en fonction de σ , T_e et S , la résistance thermique R_r associée à ce transfert si on se limite ici aussi à la surface latérale du cylindre modélisant le manchot.

Q19. Comment sont associées les résistances thermiques correspondant aux transferts conducto-convectifs et radiatifs ? Justifier. Donner l'expression de la résistance thermique $R_{th,2}$ équivalente à cette association en fonction de σ , T_e , h et S . Calculer la valeur de $R_{th,2}$ lorsque le manchot se trouve dans un environnement à la température $T_e = -17^\circ\text{C}$ en présence d'un vent de vitesse $V = 5,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. On admettra que le coefficient de transfert conducto-convectif s'écrit : $h = 5,7 + 3,5 \cdot V$ où V est exprimé en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et h en $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$.

Q20. Donner l'expression en la justifiant de la résistance thermique totale $R_{th,tot}$ du manchot en fonction de $R_{th,1}$ et $R_{th,2}$. En déduire la valeur de la puissance $\mathcal{P}_m$ due au métabolisme nécessaire à un manchot pour maintenir une température interne $T_i = 37,7^\circ\text{C}$ dans un environnement à la température $T_e = -17^\circ\text{C}$ et en présence d'un vent de vitesse $V = 5,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Vérifier que la puissance $\mathcal{P}_m$ est de l'ordre de 50 W.

En plus de ses exceptionnelles capacités d'isolation thermique, le manchot empereur a développé une ultime stratégie pour réduire ses déperditions de chaleur : la thermorégulation sociale consistant à s'assembler en très grands groupes compacts de plusieurs centaines d'individus.

Des travaux de recherche menés en 2007 par l'équipe française de Caroline Gilbert ont évalué expérimentalement les bénéfices de ce comportement. Ils ont pour cela mesuré la puissance $\mathcal{P}_m$ due au métabolisme sur trois groupes de manchots, à partir de leur perte de poids en fonction du temps. Les premiers étaient seuls, isolés dans des enclos. Les seconds étaient parqués dans des enclos par petits groupes de 5 à 10 individus. Les troisièmes étaient libres de se déplacer et pouvaient s'assembler en très grands groupes. Les trois populations étaient soumises aux mêmes conditions d'environnement : température extérieure moyenne de -17°C et un vent moyen de $5,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Le tableau suivant rassemble leurs observations (**tableau 1**).

	Isolé	Petits groupes	Grands groupes
$\mathcal{P}_m$ (W)	85	52	43

Tableau 1 - Puissance due au métabolisme dans trois groupes de manchots différents

Q21. À la lumière des résultats de l'équipe de recherche de Caroline Gilbert, discuter la modélisation effectuée dans cette partie. Expliquer brièvement pourquoi les grands rassemblements de manchots réduisent la puissance due à leur métabolisme.

Problème 3

Danger lié à un pendule suspendu dans un véhicule

Certains conducteurs aiment suspendre des objets à proximité de leur rétroviseur intérieur comme des porte-bonheur ou des diffuseurs solides de parfum. On se propose de s'intéresser aux dangers associés à cette pratique. Pour simplifier l'étude, on considère que l'objet est une masse M suspendue à un fil inextensible, sans raideur, de masse négligeable devant M et de longueur ℓ dont l'autre extrémité est attachée au rétroviseur. On suppose que la voiture roule en ligne droite à vitesse constante $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_x$ quand surgit un obstacle sur la route. Le conducteur freine brutalement avec une accélération constante $\vec{a} = -a_0 \vec{e}_x$. On négligera les frottements de l'air.

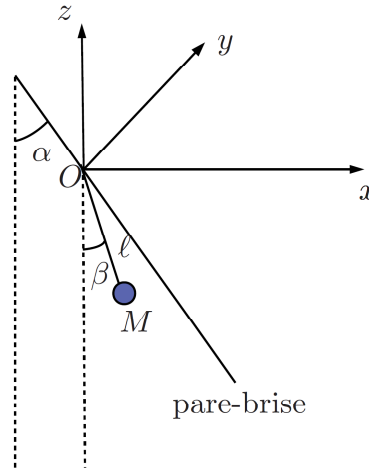


Figure 3: Pendule suspendu au pare-brise d'une voiture.

Le point de suspension du fil est situé sur le pare-brise, ce dernier étant incliné d'un angle $\alpha = 15^\circ$ par rapport à la verticale.

- Q1. Pour déterminer si la masse M risque de heurter le conducteur ou le pare-brise, dans quel référentiel doit-on étudier le mouvement ? Justifier la réponse.
- Q2. On considère que le référentiel terrestre est galiléen. Le référentiel lié à la voiture est-il galiléen ? La réponse diffère-t-elle en fonction de la phase du mouvement du véhicule (mouvement à vitesse constante ou phase de freinage) ?

Le point M étant initialement au repos, son mouvement est plan à condition que la trajectoire de la voiture soit rigoureusement rectiligne.

- Q3. Déterminer l'expression littérale de la position angulaire β_{eq} d'équilibre relatif lors de la phase de freinage.
- Q4. Déterminer l'équation différentielle à laquelle obéit la position angulaire $\beta(t)$ de l'objet suspendu dans le référentiel lié à la voiture lors de la phase de freinage.

On se place dans l'approximation des petits angles jusqu'à la fin de cette partie.

- Q5. Etablir l'expression de l'équation horaire de l'angle β en supposant qu'initialement le pendule est immobile et vertical.
- Q6. Déterminer la valeur a_1 de l'accélération maximale du véhicule pour que la masse ne heurte pas le pare-brise. Commenter.