Corrigé du devoir test de physique n° 2

¤ Problème 1 (E3A MP 2015)

A1. La masse de la boule est $m_{com} = \mu_{com}\frac{4}{3}\pi r_{com}^3$ donc $\boxed{r_{com} = \left(\frac{3m_{com}}{4\pi\mu_{com}}\right)^{1/3}}$. AN $\boxed{r_{com} = 1{,}8\text{ km}}$.

A2. Lors de la chute, r passe de 22,5 km à 1,8 km soit une division par 12, donc $1/r^2$ est multiplié par 150 : le champ ne peut pas être considéré comme uniforme.

B1. Dans le référentiel $\mathcal{R}$ indiqué, on applique le PFD pour l'atterrisseur, soumis uniquement à la force gravitationnelle $\vec{F} = m_{Ph}\vec{g}_{com} = -G\frac{m_{com}m_{Ph}}{r^2}\vec{e_r}$, soit $\vec{F} = m_{Ph}\vec{a}$. Projection sur $\vec{e_r}$: $m_{Ph}\ddot{r} = -G\frac{m_{com}m_{Ph}}{r^2}$ d'où $\boxed{\ddot{r} = -G\frac{m_{com}}{r^2}}$.

B2. On lit la courbe **a** correspondant à une vitesse initiale nulle : Philae atteindrait le sol, c'est-à-dire $r_{com} = 1{,}8$ km (et non $r = 0$), au bout d'une durée d'environ $\boxed{\tau_0 = 144000\text{ s}}$ soit $\boxed{\tau_0 = 40\text{ h}}$.

B3. Pour $\tau = 7\text{ h} = 25000\text{ s}$ on est légèrement à gauche de la courbe **f** : on peut estimer $\boxed{v_0 = -0{,}77\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}$.

B4. D'après la valeur précédente, on est légèrement en dessous de la 6e courbe : à $r_{com} = 1{,}8$ km on lit $\boxed{\dot{r} = -1{,}1\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}$.

B5. Selon la définition de l'énergie potentielle : $\mathrm{d}E_{p\,com} = -\vec{F}\cdot\mathrm{d}\overrightarrow{OM} = +G\frac{m_{com}m}{r^2}\vec{e_r}\cdot\left(\mathrm{d}r\,\vec{e_r} + r\,\mathrm{d}\theta\,\vec{e_\theta} + r\sin\theta\,\mathrm{d}\varphi\,\vec{e_\varphi}\right) = +G\frac{m_{com}m}{r^2}\mathrm{d}r$

d'où $E_{p\,com}(r) = -G\frac{m_{com}m}{r} + \text{cte}$. Si on choisit $E_{p\,com}(\infty) = 0$ la constante est nulle : $\boxed{E_{p\,com}(r) = -G\frac{m_{com}m}{r}}$.

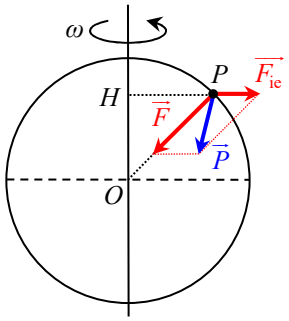
B6. S'il n'y a aucune autre force que la force gravitationnelle, qui est conservative, alors l'énergie mécanique reste constante.

B7. $E_{m0} = E_{mf} \Leftrightarrow \frac{1}{2}m_{Ph}v_0^2 - G\frac{m_{com}m_{Ph}}{r_{larg}} = \frac{1}{2}m_{Ph}v_f^2 - G\frac{m_{com}m_{Ph}}{r_{com}}$ d'où $\boxed{v_f = \sqrt{v_0^2 + 2Gm_{com}\left(\frac{1}{r_{com}} - \frac{1}{r_{larg}}\right)}}$. AN $\boxed{v_f = 1{,}1\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}$. Cela correspond bien à la valeur précédente avec deux chiffres significatifs.

C1. En réalité ce n'est pas la masse de Philae qui change (elle reste de 98 kg en tout lieu), c'est son poids qui est beaucoup plus faible sur la comète : il est égal à celui qu'aurait une masse de 1,7 g à la surface de la Terre. Vérification avec les valeurs numériques fournies : $F = G\frac{m_{com}m_{Ph}}{r_{com}^2} = 2{,}0\cdot10^{-2}$ N ce qui correspond bien au poids d'une masse d'environ 2 g sur Terre. L'écart sur le deuxième chiffre vient peut-être de notre approximation d'une comète sphérique, ou bien de ce qui suit (**C4**).

C2. Pour appliquer le PFD dans le référentiel $\mathcal{R}_{com}$ non galiléen, il faut ajouter à la force gravitationnelle la force d'inertie d'entraînement. Elle est couramment appelée « force centrifuge » dans le cas d'une rotation du référentiel. En revanche, il n'y a pas de force d'inertie de Coriolis à l'équilibre.

C3.



Le poids, qui est la somme de la force gravitationnelle et de la force d'inertie d'entraînement, est donc plus faible que la seule force gravitationnelle, et sa direction est légèrement décalée par rapport au centre de la comète.

C4. Dans le plan équatorial : $P = F - F_{ie} = G\frac{m_{com}m_{Ph}}{r_{com}^2} - m_{Ph}r_{com}\omega_{com}^2$ (forces directement opposées) soit $P = G\frac{m_{com}m_{Ph}}{r_{com}^2} - m_{Ph}r_{com}\frac{4\pi^2}{T_{com}^2}$. La variation relative est alors $\Delta = \frac{P-F}{F} = -\frac{F_{ie}}{F}$ soit $\boxed{\Delta = -\frac{4\pi^2 r_{com}^3}{Gm_{com}T_{com}^2}}$. AN $\boxed{\Delta = -0{,}17}$ c'est-à-dire une diminution de 17 %.

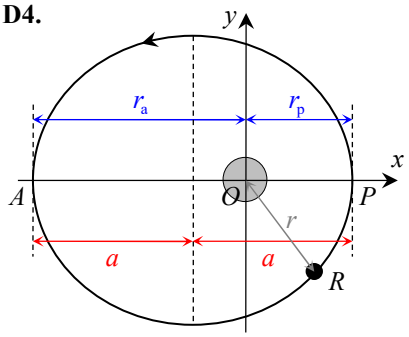
L'influence de la rotation de l'astre sur le poids est donc beaucoup plus grande que sur la Terre (–0,0035 environ). Cette diminution de 17 % permet justement de passer de la valeur $2{,}0\cdot10^{-2}$ N (question **C1**) à $1{,}7\cdot10^{-2}$ N, poids d'une masse de 1,7 g.

D1. En prenant l'origine au centre du cercle : $\boxed{\vec{v} = r\dot{\theta}\,\vec{e_\theta}}$ et $\boxed{\vec{a} = -r\dot{\theta}^2\,\vec{e_r} + r\ddot{\theta}\,\vec{e_\theta}}$ puisque r = cte (et z = cte = 0).

D2. PFD pour Rosetta dans le référentiel cométocentrique, supposé galiléen : $m_{Ros}\vec{a} = m_{Ros}\vec{g}_{com}$. Projection sur $\vec{e_r}$: $-G\frac{m_{com}m_{Ros}}{r_1^2} = -m_{Ros}r_1\dot{\theta}^2 = -m_{Ros}\frac{v_1^2}{r_1}$ d'où $\boxed{v_1 = \sqrt{\frac{Gm_{com}}{r_1}}}$. AN $\boxed{v_1 = 0{,}15\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}$.

D3. La période de ce mouvement circulaire uniforme est $\boxed{T_1 = \frac{2\pi r_1}{v_1}}$ soit $\boxed{T_1 = \frac{2\pi r_1^{3/2}}{\sqrt{Gm_{com}}}}$. AN $\boxed{T_1 = 1{,}3\cdot10^6\text{ s} = 15\text{ j}}$.

D4.



D5. L'énergie mécanique d'une sonde en mouvement elliptique a pour expression générale : $E_m = -G\frac{m_{com}m_{sonde}}{2a}$ où a est le demi-grand axe. Or $r_a + r_p = 2a$, donc $\boxed{E_m = -G\frac{m_{com}m_{sonde}}{r_a + r_p}}$.

D6. En P, l'énergie cinétique de la sonde est : $E_c = E_m - E_p$ soit $\frac{1}{2}m_{sonde}v_p^2 = -G\frac{m_{com}m_{sonde}}{r_a + r_p} + G\frac{m_{com}m_{sonde}}{r_p} = G\frac{m_{com}m_{sonde}}{r_a + r_p}\frac{r_a}{r_p}$ d'où $\boxed{v_p = \sqrt{\frac{2Gm_{com}}{r_a + r_p}\frac{r_a}{r_p}}}$.

AN $\boxed{v_p = 0{,}30\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}$.

D7. Sur l'orbite circulaire de rayon r_p, la vitesse de la sonde deviendra $v'_\text{p} = \sqrt{\dfrac{Gm_\text{com}}{r_\text{p}}} = 0,26 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. La variation de vitesse est donc $\boxed{\Delta v = v'_\text{p} - v_\text{p} = -0,04 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}$ (les propulseurs doivent ralentir la sonde).

E1. Le flux thermique décrit est radial, il pénètre de l'extérieur vers le cœur, donc $\boxed{\overrightarrow{j_\text{com}} = -j_\text{com}\overrightarrow{e_r}}$ en coordonnées sphériques.

E2. Le flux moyen sortant est : $\Phi_\text{com} = \iint_S \overrightarrow{j_\text{com}}\cdot\overrightarrow{n_\text{ext}}\,\text{d}s = \iint_S \left(-j_\text{com}\overrightarrow{e_r}\right)\cdot\overrightarrow{e_r}\,\text{d}s$ soit $\boxed{\Phi_\text{com} = -j_\text{com}4\pi r_\text{com}^2}$. AN $\boxed{\Phi_\text{com} = -1,2 \text{ GW}}$.

Le signe – pour un flux sortant indique que l'énergie est en fait reçue effectivement par la comète.

E3. Appliquons le premier principe à la masse de glace sublimée pendant Δt (sous pression constante) : $\Delta H = -Q_\text{sortant}$ soit $n_\text{gl}L_\text{sub} = -\Phi_\text{com}\Delta t$ (attention, L_sub est molaire) avec $n_\text{gl} = \dfrac{m_\text{gl}}{M_{\text{H}_2\text{O}}}$, d'où on tire $\boxed{m_\text{gl} = -\dfrac{M_{\text{H}_2\text{O}}\Phi_\text{com}\Delta t}{L_\text{sub}}}$. AN $\boxed{m_\text{gl} = 420 \text{ kg}}$.

E4. La valeur prévue par Philippe Lamy au périhélie est d'environ 300 kg. La valeur calculée ci-dessus est donc du bon ordre de grandeur mais surestimée : peut-être qu'une partie de l'énergie reçue du Soleil sert aussi à réchauffer la croûte de la comète.

F1. Le signe – correspond au fait que le flux thermique est orienté vers les températures décroissantes, donc en sens contraire du gradient de température.

F2. Effectuons un bilan d'énergie, en régime stationnaire, entre deux instants t et $t+\Delta t$, pour un système constitué d'une portion de croûte comprise entre deux sphères de rayons quelconques r et r'. Puisqu'il n'y a pas de source interne, les seules causes de variation de l'énergie de ce système sont les flux thermiques sur les deux surfaces ; en notant $\Phi(r)$ le flux *sortant* d'une sphère de rayon r : $0 = +\Phi(r)\Delta t - \Phi(r')\Delta t$, d'où $\boxed{\Phi(r) = \Phi(r')}$, c'est-à-dire que le flux est le même pour tout r.

F3. Condition aux limites en r_com : $\Phi(r_\text{com}) = \Phi_\text{com}$, donc $\Phi(r) = \Phi_\text{com} = \text{cte}$ pour tout r. On relie ce flux et le vecteur densité $\vec{j} = j(r)\overrightarrow{e_r}$ (donc sortant) pour un rayon quelconque : $\Phi_\text{com} = j(r)4\pi r^2$. Et on exprime $j(r)$ avec la loi de Fourier : $\Phi_\text{com} = -\lambda\dfrac{\text{d}T}{\text{d}r}4\pi r^2$ d'où $\boxed{\text{d}T = -\dfrac{\Phi_\text{com}}{\lambda 4\pi r^2}\text{d}r}$.

F4. On intègre entre r_com et r quelconque : $\displaystyle\int_{T_0}^{T(r)}\text{d}T = -\frac{\Phi_\text{com}}{4\pi\lambda}\int_{r_\text{com}}^{r}\frac{\text{d}r}{r^2}$ d'où $\boxed{T(r) = T_0 + \dfrac{\Phi_\text{com}}{4\pi\lambda}\left(\dfrac{1}{r} - \dfrac{1}{r_\text{com}}\right)}$.

F5. Sur la face interne de la croûte : $T(r_\text{com}-e) = T_1 = T_0 + \dfrac{\Phi_\text{com}}{4\pi\lambda}\left(\dfrac{1}{r_\text{com}-e} - \dfrac{1}{r_\text{com}}\right) = T_0 + \dfrac{\Phi_\text{com}}{4\pi\lambda}\dfrac{e}{(r_\text{com}-e)r_\text{com}} \approx T_0 + \dfrac{\Phi_\text{com}e}{4\pi\lambda r_\text{com}^2}$ d'où $\boxed{e = \dfrac{4\pi\lambda r_\text{com}^2(T_1 - T_0)}{\Phi_\text{com}}}$. AN $\boxed{e = 52 \text{ cm}}$.

¤ **Problème 2** (CCINP PC 2021)

Q10. La norme de ce vecteur est la puissance par unité de surface transférée dans une certaine direction, son unité SI est donc le watt par mètre carré ($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$).

Q11. Loi de Fourier : $\overrightarrow{j_\text{th}} = -\lambda\overrightarrow{\text{grad}}(T)$. En cylindriques (expression donnée), et pour T ne dépendant que de ρ, $\overrightarrow{j_\text{th}} = -\lambda\dfrac{\text{d}T}{\text{d}\rho}\overrightarrow{u_\rho}$.

Le signe *moins* traduit le fait que le transfert thermique s'effectue spontanément des zones plus chaudes vers les zones plus froides.

Q12. Appliquons le premier principe comme indiqué : $0 = \delta Q_{\text{entrant},\,\rho} + \delta Q_{\text{entrant},\,\rho+\text{d}\rho}$

$\Leftrightarrow 0 = \displaystyle\iint_{S(\rho)}\overrightarrow{j_\text{th}}(\rho)\cdot\overrightarrow{u_\rho}\,\text{d}s\,\text{d}t + \iint_{S(\rho+\text{d}\rho)}\overrightarrow{j_\text{th}}(\rho+\text{d}\rho)\cdot\left(-\overrightarrow{u_\rho}\right)\text{d}s\,\text{d}t = j_\text{th}(\rho)2\pi\ell\rho\,\text{d}t - j_\text{th}(\rho+\text{d}\rho)2\pi\ell\times(\rho+\text{d}\rho)\,\text{d}t$ d'où en divisant par $2\pi\ell\,\text{d}\rho\,\text{d}t$: $\dfrac{\text{d}\left[\rho j_\text{th}(\rho)\right]}{\text{d}\rho} = 0$ et finalement avec la loi de Fourier : $\boxed{\dfrac{\text{d}}{\text{d}\rho}\left[\rho\dfrac{\text{d}T}{\text{d}\rho}\right] = 0}$. On intègre : $\rho\dfrac{\text{d}T}{\text{d}\rho} = A = \text{cte}$ soit $\dfrac{\text{d}T}{\text{d}\rho} = \dfrac{A}{\rho}$, puis $T(\rho) = A\ln\rho + B$. Conditions aux limites : $T(R_1) = A\ln R_1 + B = T_1$ et $T(R_2) = A\ln R_2 + B = T_2$ d'où $A = \dfrac{T_1 - T_2}{\ln(R_1/R_2)}$ et $B = T_1 - A\ln R_1$ ce qui donne bien $\boxed{T(\rho) = \dfrac{T_1 - T_2}{\ln(R_1/R_2)}\ln\dfrac{\rho}{R_1} + T_1}$.

Q13. La résistance thermique est définie par : $\boxed{R_\text{th} = \dfrac{T_1 - T_2}{\Phi_{\text{th}(1\to2)}}}$. Or $\Phi_{\text{th}(1\to2)} = j_\text{th}(\rho)2\pi\ell\rho = -\lambda\dfrac{\text{d}T}{\text{d}\rho}2\pi\ell\rho = -2\pi\lambda\ell\times A$ (indépendant de ρ), donc $\boxed{R_\text{th} = \dfrac{1}{2\pi\lambda\ell}\ln\dfrac{R_2}{R_1}}$.

Q14. Le manchot de masse $m = 30$ kg étant assimilé à un cylindre de hauteur $\ell = 1,2$ m et de rayon R, et sa masse volumique à celle de l'eau $\rho_\text{e} = 1,00\cdot10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, on peut écrire : $m = \rho_\text{e}\pi R^2\ell$ d'où $\boxed{R = \sqrt{\dfrac{m}{\rho_\text{e}\pi\ell}}}$. AN $\boxed{R = 9 \text{ cm}}$, proche de la valeur proposée (10 cm).

Q15. Bilan d'énergie (premier principe) pour le manchot dans son ensemble, entre t et $t + \text{d}t$ en régime stationnaire : $0 = -\delta Q_\text{perdu} + \delta Q_\text{«source »} = -\Phi_\text{th}\,\text{d}t + \mathcal{P}_\text{m}\,\text{d}t$ d'où $\boxed{\Phi_\text{th} = \mathcal{P}_\text{m}}$.

Q16. Les différentes couches sont traversées successivement par le même courant thermique : ce sont des résistances en série. La résistance globale est donc : $R_{\text{th},1} = R_{\text{th,g}} + R_{\text{th,a}} + R_{\text{th,p}}$ soit $\boxed{R_{\text{th},1} = \frac{1}{2\pi\ell}\left(\frac{1}{\lambda_\text{g}}\ln\left(1+\frac{e_\text{g}}{R}\right)+\frac{1}{\lambda_\text{a}}\ln\left(1+\frac{e_\text{a}}{R+e_\text{g}}\right)+\frac{1}{\lambda_\text{p}}\ln\left(1+\frac{e_\text{p}}{R+e_\text{g}+e_\text{a}}\right)\right)}$.

AN $\boxed{R_{\text{th},1} = 1{,}1\ \text{K}\cdot\text{W}^{-1}}$.

Q17. $R_{\text{th,cc}} = \dfrac{T_\text{p}-T_\text{e}}{\Phi_{\text{th(p}\to\text{e)}}}$ avec $\Phi_{\text{th(p}\to\text{e)}} = \iint_S \overrightarrow{j_{\text{th,cc}}}\cdot\overrightarrow{u_\rho}\,\text{d}s = \iint_S h(T_\text{p}-T_\text{e})\overrightarrow{u_\rho}\cdot\overrightarrow{u_\rho}\,\text{d}s = h(T_\text{p}-T_\text{e})S$ d'où $\boxed{R_{\text{th,cc}} = \frac{1}{hS}}$.

Q18. Loi de Stefan pour l'émission d'un corps noir : $\varphi = \sigma T^4$. Ici le manchot émet un flux surfacique $\varphi_{\text{émis}} = \sigma T_\text{p}^4$ et reçoit $\varphi_{\text{reçu}} = \sigma T_\text{e}^4$, donc $\varphi_\text{r} = \sigma\left(T_\text{p}^4 - T_\text{e}^4\right)$. Or une différence très faible de température peut être considérée comme une différentielle : $T_\text{p} - T_\text{e} \approx \text{d}T$. Alors φ_r aussi : $\varphi_\text{r} \approx \text{d}(\sigma T^4) = \sigma 4T^3\,\text{d}T$, soit $\boxed{\varphi_\text{r} = 4\sigma T_\text{e}^3(T_\text{p}-T_\text{e})}$.

Alors de même qu'en **Q17** (j_th et φ_r ayant la même dimension), $\Phi_\text{r} = \varphi_\text{r}S = 4\sigma T_\text{e}^3(T_\text{p}-T_\text{e})S$ d'où $\boxed{R_\text{r} = \frac{1}{4\sigma T_\text{e}^3 S}}$.

Q19. Ces deux transferts ont lieu simultanément entre les mêmes systèmes à T_p et T_e : les résistances correspondantes sont en parallèle. Donc $\dfrac{1}{R_{\text{th},2}} = \dfrac{1}{R_{\text{th,cc}}} + \dfrac{1}{R_\text{r}} = hS + 4\sigma T_\text{e}^3 S$ d'où $\boxed{R_{\text{th},2} = \frac{1}{\left(h+4\sigma T_\text{e}^3\right)S}}$. AN $\boxed{R_{\text{th},2} = 0{,}033\ \text{K}\cdot\text{W}^{-1}}$ (avec $R+e_\text{g}+e_\text{a}+e_\text{p}=15\,\text{cm}$).

Q20. Cette résistance constitue une couche supplémentaire traversée par le même courant thermique que les couches inférieures : $R_{\text{th},1}$ et $R_{\text{th},2}$ sont en série et $\boxed{R_{\text{th,tot}} = R_{\text{th},1} + R_{\text{th},2}}$. D'après les questions précédentes : $\mathcal{P}_\text{m} = \Phi_\text{th} = \dfrac{T_\text{i}-T_\text{e}}{R_{\text{th,tot}}}$ soit $\boxed{\mathcal{P}_\text{m} = \frac{T_\text{i}-T_\text{e}}{R_{\text{th},1}+R_{\text{th},2}}}$.

AN $\boxed{\mathcal{P}_\text{m} = 50\ \text{W}}$, qui est bien la valeur attendue.

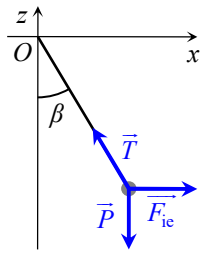
Q21. Pour un manchot isolé, la puissance réelle est du même ordre de grandeur mais nettement plus grande (85 W) que la valeur calculée avec notre modèle (50 W). On a notamment négligé les transferts par les surfaces supérieure (la tête) et inférieure (les pieds, transfert thermique vers le sol), qui doivent être compensés par un métabolisme plus important.
Un rassemblement de manchots diminue fortement la surface de contact de chacun avec la température extérieure : cette surface est réduite de près de la moitié pour un manchot sur le bord, et ce contact est même pratiquement supprimé (sauf tête et pieds) pour un manchot à l'intérieur du groupe : son métabolisme sert alors surtout à réchauffer les autres. Et quand l'effectif du groupe augmente, la proportion des manchots à l'intérieur augmente par rapport à celle des manchots sur les bords.

¤ **Problème 3** (E3A MP 2017)

Q1. Le seul référentiel pertinent est le référentiel de la voiture : d'une part, les obstacles à éviter (pare-brise et conducteur) sont fixes dans ce référentiel ; d'autre part, le mouvement de M dans ce référentiel est simple à étudier (mouvement circulaire autour du point fixe O).

Q2. La réponse diffère selon la phase du mouvement. Lorsque la voiture se déplace à vitesse constante, son référentiel est galiléen car il est en translation rectiligne uniforme par rapport au référentiel terrestre. Lorsque la voiture freine, la translation n'est plus uniforme donc le référentiel de la voiture n'est plus galiléen.

Q3. Les forces appliquées à M sont : le poids $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{e_z}$; la tension du fil $\vec{T} = -T\dfrac{\overrightarrow{OM}}{\ell}$; et quand la voiture freine, la force d'inertie d'entraînement $\overrightarrow{F_\text{ie}} = -m\vec{a}_\text{e}(M) = -m\vec{a}$ (pas de force de Coriolis à l'équilibre).



PFD à l'équilibre : $\vec{P}+\vec{T}+\overrightarrow{F_\text{ie}} = \vec{0}$. Projection sur $\vec{e_x}$: $-T\sin\beta_\text{éq} + ma_0 = 0$. Sur $\vec{e_z}$: $-mg + T\cos\beta_\text{éq} = 0$. On élimine T en divisant membre à membre : $\tan\beta_\text{éq} = \dfrac{a_0}{g}$ d'où $\boxed{\beta_\text{éq} = \arctan\dfrac{a_0}{g}}\left(\approx \dfrac{a_0}{g}\text{ pour de petits angles}\right)$.

(Autre possibilité : la projection sur le vecteur orthoradial $\vec{e_\beta}$ donne $-mg\sin\beta_\text{éq} + ma_0\cos\beta_\text{éq} = 0$.)

Q4. Hors équilibre : $\vec{P}+\vec{T}+\overrightarrow{F_\text{ie}} = m\vec{a}$. Le mouvement étant circulaire de centre O, on utilise maintenant une base polaire. Projection sur le vecteur orthoradial $\overrightarrow{u_\beta}$: $-mg\sin\beta + ma_0\cos\beta = m\ell\ddot{\beta} \Leftrightarrow \boxed{\ddot{\beta} + \dfrac{g}{\ell}\sin\beta = \dfrac{a_0}{\ell}\cos\beta}$.

Q5. Pour $\beta \ll 1$, on peut écrire à l'ordre 1 : $\ddot{\beta} + \dfrac{g}{\ell}\beta = \dfrac{a_0}{\ell}$. Solution : $\beta(t) = \dfrac{a_0}{g} + A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$ avec $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{g}{\ell}}$.

Conditions initiales : $\beta(0) = \dfrac{a_0}{g} + A = 0$ et $\dot{\beta}(0) = B\omega_0 = 0$, d'où $\boxed{\beta(t) = \dfrac{a_0}{g}\left[1-\cos(\omega_0 t)\right] = \beta_\text{éq}\left[1-\cos(\omega_0 t)\right]}$.

Q6. Il faut que β reste inférieur à α, donc que sa valeur maximale $2\beta_\text{éq}$ soit inférieure à α, d'où $\boxed{a_0 < \dfrac{\alpha}{2}g = a_1}$. AN $\boxed{a_1 = 1{,}3\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}$.

C'est une valeur faible (pour un freinage habituel), donc la collision est très probable.