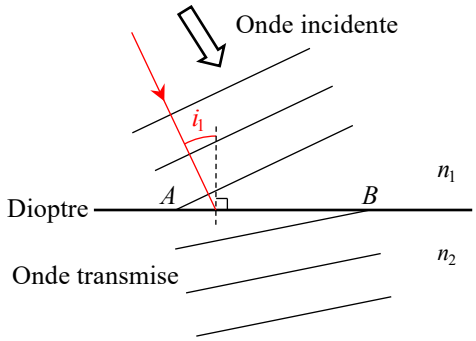
Exercices du chapitre Op1

Chemins optiques et surfaces d'onde

1. Lois de Snell–Descartes et surfaces d'onde

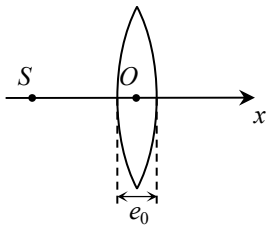
Une onde lumineuse monochromatique plane se propageant dans un milieu d'indice n_1 vient frapper un dioptre plan (interface avec un milieu d'indice n_2) sous une incidence i_1. La transmission (réfraction) à l'interface donne naissance à une autre onde plane, dont on veut déterminer la direction de propagation à partir d'arguments ondulatoires. Sur la figure ci-dessous on a représenté quelques surfaces d'onde de l'onde incidente et de l'onde transmise.



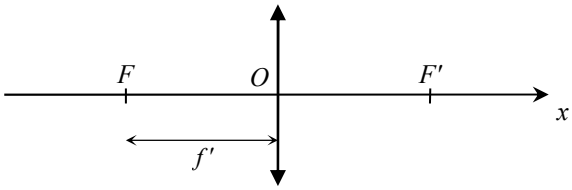
En considérant les rayons passant par les points A et B de la figure, et en utilisant le théorème de Malus, établir la loi de Snell–Descartes pour la réfraction.

2. Chemins optiques à travers une lentille mince

Une source ponctuelle S est placée devant une lentille mince convergente de distance focale f', sur son axe optique (Ox).



On a mesuré l'épaisseur maximale e_0 de la lentille sur l'axe optique, mais on ne connaît pas sa forme exacte : pour faire des constructions on utilisera donc la schématisation habituelle de l'optique géométrique (lentille « infiniment mince »). L'indice du verre de la lentille est n, celui de l'air est n_a.



On cherche à déterminer le chemin optique entre S et un point quelconque situé dans l'espace image (abscisse $x > 0$).

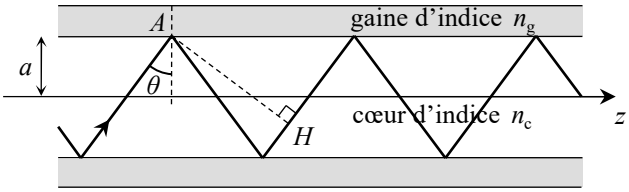
a) On place S au foyer objet principal F. Quel est le rayon allant de S jusqu'à un point M situé sur l'axe optique ? En déduire le chemin optique (SM).

b) Toujours avec S en F, on prend maintenant un point N de coordonnées $(x, y, 0)$, donc hors de l'axe. Tracer le rayon passant par N. Pourquoi ne peut-on pas faire un calcul géométrique du chemin optique (SN) ? Tracer alors la surface d'onde contenant N, puis en déduire (SN).

c) On place maintenant S à la distance $3f'$ avant la lentille. Déterminer de même (SM) puis (SN).

3. Modes d'une fibre optique à saut d'indice

Une fibre optique à saut d'indice est modélisée par un cylindre de révolution d'axe (Oz), constitué d'un cœur en polyméthacrylate de méthyle, de rayon a (de l'ordre de 8 à 50 µm) et d'indice $n_c = 1,49$, entouré d'une couche cylindrique de polymère fluoré, la gaine, d'indice $n_g = 1,40$. Un rayon lumineux, de longueur d'onde dans le vide λ_0, se propage dans le cœur de la fibre par réflexions totales successives. On note θ l'angle d'incidence.



a) Rappeler la condition sur l'angle θ pour que le rayon se propage dans la fibre.

b) Calculer le chemin optique (AH) entre les points A et H de la figure, en fonction de n_c, a et θ.

c) Pour qu'il y ait propagation de l'énergie, l'onde doit être en phase aux points A et H. Quelle peut être alors la valeur de (AH) ? En déduire une nouvelle condition sur l'angle θ.

d) Chaque valeur possible de θ correspond à un mode de propagation. Calculer le nombre de modes pour $a = 25$ µm et $\lambda_0 = 0,50$ µm.

Spectre et cohérence temporelle

4. Raie spectrale

Une raie spectrale d'une lampe à vapeur de cadmium a pour caractéristiques : longueur d'onde moyenne $\lambda_{0m} = 643,8$ nm et largeur en longueur d'onde $\Delta\lambda_0 = 1,3$ nm.

a) Quelle est sa couleur ?

b) Calculer la longueur de cohérence ℓ_c, le temps de cohérence τ_c et le nombre moyen d'oscillations par train d'ondes.

5. Effet Doppler et élargissement spectral

Dans une vapeur monoatomique (de masse molaire M et de température T), les atomes, excités par une décharge électrique, émettent une lumière qui serait supposée parfaitement monochromatique (fréquence f_0) s'ils étaient immobiles. Mais à cause de l'effet Doppler, l'onde perçue par un détecteur fixe comporte une certaine bande de fréquences autour de f_0. La densité spectrale de puissance lumineuse reçue par le détecteur est de la forme :

$$p_f(f) = K \exp\left[-\left(\frac{f - f_0}{\Delta f}\right)^2\right] \text{ avec } \Delta f = f_0\sqrt{\frac{2RT}{Mc^2}}\,.$$

a) Trace l'allure du graphe de cette densité spectrale, et donner une interprétation simple de Δf.

b) Calculer $\dfrac{\Delta f}{f_0}$ pour la raie verte du mercure, de fréquence $f_0 = 549$ THz, avec $c = 3,0\cdot10^8$ m·s^{-1}, $M = 201$ g·mol^{-1}, $R = 8,314$ J·K^{-1}·mol^{-1} et $T = 1000$ K.

c) Expérimentalement, on mesure une longueur de cohérence de l'ordre de 1 cm. L'effet Doppler est-il la cause principale de sa largeur spectrale ? Quelle autre cause intervient ?

☞ *Réponses partielles*

2. a) $(SM) = n_a(f' + x) + (n - n_a)e_0$. b) *Idem.* **3.** b) $(AH) = 4n_c a\cos\theta$. **4.** a) $\ell_c = 3\cdot10^{-4}$ m.