Op1 – Corrigé des exercices 3, 4, 5

¤ Exercice 3

a) La loi de Snell–Descartes pour la réfraction s'écrit (avec r l'angle de réfraction) : $n_c \sin\theta = n_g \sin r$. Il y a réflexion totale si ce calcul n'a pas de solution pour r, c'est-à-dire s'il donne $\sin r > 1$, soit $\sin\theta > \dfrac{n_g}{n_c}$ ou $\boxed{\theta > \arcsin\dfrac{n_g}{n_c} = \theta_{lim}}$. AN $\boxed{\theta > 70{,}0° = \theta_{lim}}$.

b) En notant B le point de contact du rayon avec le bas de la gaine (juste avant H) : $(AH) = (AB) + (BH) = n_c[AB + BH]$. Or $AB = \dfrac{2a}{\cos\theta}$, et dans le triangle ABH, le côté BH est adjacent à l'angle 2θ, donc $BH = AB\cos(2\theta) = \dfrac{2a\cos(2\theta)}{\cos\theta}$.

Alors $(AH) = n_c \dfrac{2a}{\cos\theta}(1+\cos(2\theta)) = n_c \dfrac{2a}{\cos\theta} 2\cos^2\theta$ soit finalement $\boxed{(AH) = 4n_c a\cos\theta}$.

c) Le déphasage entre A et H est : $\varphi(H) - \varphi(A) = \dfrac{2\pi}{\lambda_0}(AH)$. L'onde est en phase en A et H si $\varphi(H) - \varphi(A) = 2m\pi$ avec m entier, soit $(AH) = m\lambda_0$, ce qui donne $\boxed{\cos\theta = m\dfrac{\lambda_0}{4n_c a}}$.

d) On cherche les valeurs de l'entier m telles que $\theta > \theta_{lim}$, soit $\cos\theta < \cos\theta_{lim}$: cela donne $m < \dfrac{4n_c a}{\lambda_0}\cos\theta_{lim}$. AN $m < 102$, il y a donc <u>102 modes (de 0 à 101)</u>.

¤ Exercice 4

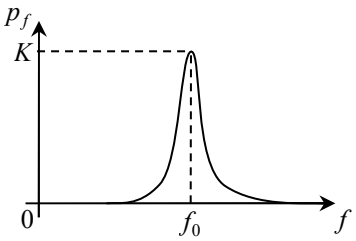
a) La longueur d'onde 643,8 nm est située dans le domaine du <u>rouge</u>.

b) $\ell_c = \dfrac{\lambda_{0m}^2}{\Delta\lambda_0}$. AN $\boxed{\ell_c = 0{,}3 \text{ mm}}$. $\tau_c = \dfrac{\ell_c}{c}$. AN $\boxed{\tau_c = 1\cdot10^{-12} \text{ s} = 1 \text{ ps}}$. $N = \dfrac{\tau_c}{T} = \dfrac{c\tau_c}{\lambda_0} = \dfrac{\ell_c}{\lambda_0} = \dfrac{\lambda_0}{\Delta\lambda_0}$. AN $\boxed{N = 500}$.

Il est inutile de donner plus d'un chiffre significatif pour toutes ces valeurs, qui sont essentiellement des ordres de grandeur.

¤ Exercice 5

a) L'allure de la fonction $p_f = \dfrac{d\mathcal{P}}{df} = K\exp\left[-\left(\dfrac{f-f_0}{\Delta f}\right)^2\right]$ est donnée ci-contre : ce type de courbe est appelé *gaussienne*. p_f est maximale en f_0, et tend vers 0 pour $|f - f_0| \gg \Delta f$.



La largeur du pic à mi-hauteur est donnée par : $\exp\left[-\left(\dfrac{f-f_0}{\Delta f}\right)^2\right] = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow f = f_0 \pm \Delta f\sqrt{\ln 2}$ donc elle vaut $2\sqrt{\ln 2}\,\Delta f \approx 1{,}7\,\Delta f$. La valeur Δf elle-même est la largeur du pic un peu plus haut (à une hauteur de 78 %).

La grandeur Δf donne donc l'ordre de grandeur de la <u>largeur spectrale</u> de la source.

b) AN $\boxed{\dfrac{\Delta f}{f_0} = 1\cdot10^{-6}}$.

c) $\ell_c = c\tau_c \sim \dfrac{c}{\Delta f_{exp}}$ donc $\dfrac{\Delta f_{exp}}{f_0} \sim \dfrac{c}{\ell_c f_0}$. AN $\boxed{\dfrac{\Delta f_{exp}}{f_0} \sim 5\cdot10^{-5}}$. La raie est donc nettement plus large que s'il n'y avait que l'effet Doppler : la cause principale de l'élargissement spectral est ici le <u>raccourcissement des trains d'ondes</u> par les <u>collisions entre les atomes</u>, dont la fréquence est liée notamment à la pression dans la vapeur.