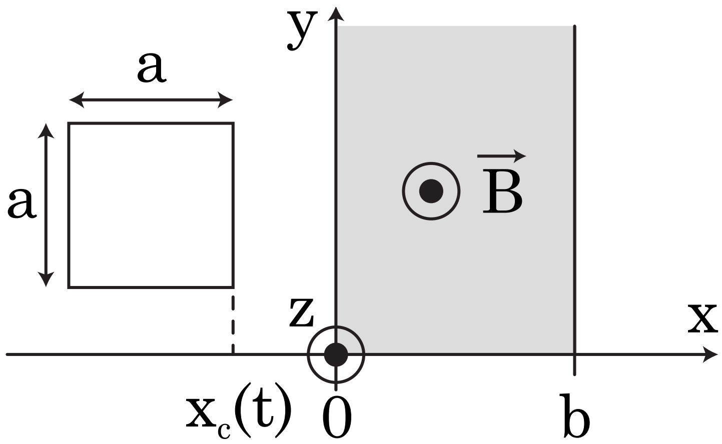
Oral de Physique – Type CCP

19 juin 2024

Exercice 1 : Freinage d'un mobile en translation (CCP)

On étudie un système de freinage par induction pour une voiture. Ainsi, comme le cadre est accroché sur la carcasse de la voiture, on ne considérera pas le poids.

On considère une spire conductrice carrée de côté a, de masse m et de résistance R, en translation rectiligne selon l'axe (Ox). Le champ magnétique est non nul uniquement dans une zone de l'espace de taille $b > a$, où il est uniforme et stationnaire, égal à $B\overrightarrow{e_z}$. On lance le cadre avec une vitesse $v_0\overrightarrow{e_x}$, il pénètre dans la zone de champ à $t = 0$ ($x_c(0) = 0$).



1 - Expliquer qualitativement ce qu'il va se produire pour les cas suivants :

(a) $x_c < 0$
(b) $0 < x_c < a$
(c) $a < x_c < b$
(d) $b < x_c < b + a$
(e) $b + a < x_c$

2 - On se place dans le cas (b). Exprimer la force électromotrice induite dans le circuit.

3 - En déduire la force de Laplace qui s'exerce sur le cadre pendant cette phase.

4 - Déterminer l'expression de la vitesse au cours du temps, puis l'abscisse $x_c(t)$.

5 - Donner enfin la date t_1 à laquelle l'intégralité du cadre est entrée dans la zone de champ. Est-ce toujours possible ?

6 - Ce système a-t-il un intérêt pour les voitures ? Expliquer.

Correction exercice 1 :

1 - (a) $x_c < 0$: Il n'y a pas de champ magnétique, aucun effet d'induction n'est observé.

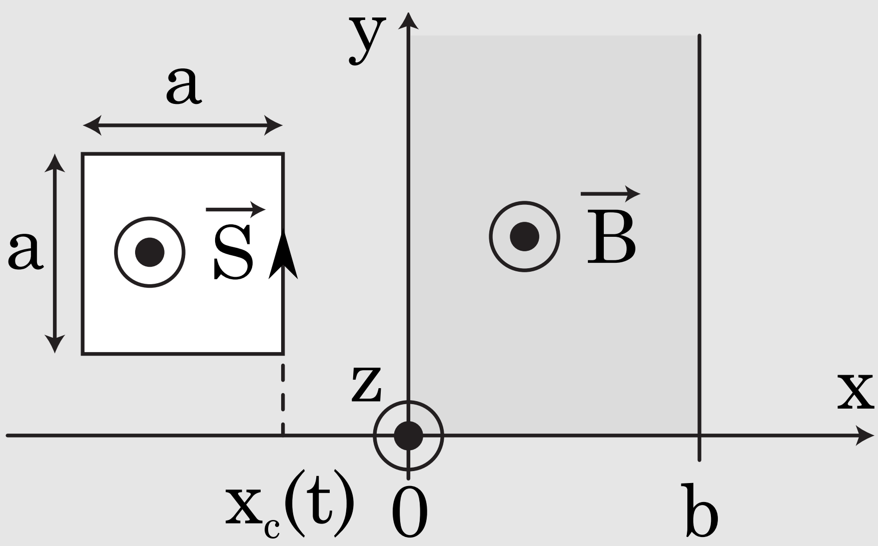
(b) $0 < x_c < a$: Le cadre pénètre dans la zone de champ magnétique non nul. Quand x_c augmente, le flux à travers le cadre augmente (en valeur absolue). On va donc observer une f.é.m. induite, un courant dans le cadre et des forces de Laplace. On s'attend à un effet de freinage (Loi de Lenz), l'énergie mécanique étant dissipée par effet Joule par la résistance du cadre.

(c) $a < x_c < b$: Le cadre se déplace dans une zone de champ uniforme. Le flux est maximal (en valeur absolue) et ne varie pas. Aucun effet d'induction n'est observé.

(d) $b < x_c < b + a$: Le cadre sort de la zone de champ magnétique non nul. Quand x_c augmente, le flux à travers le cadre diminue (en valeur absolue). On va donc observer une f.é.m. induite, un courant dans le cadre et des forces de Laplace. On s'attend à un effet de freinage (Loi de Lenz), l'énergie mécanique étant dissipée par effet Joule par la résistance du cadre.

(e) $b + a < x_c$: Il n'y a pas de champ magnétique, aucun effet d'induction n'est observé.

2 - Avant toute chose, on oriente la surface du cadre et donc le conducteur. L'orientation est choisie comme sur le schéma suivant ($\vec{S} = S\vec{e_z}$) :



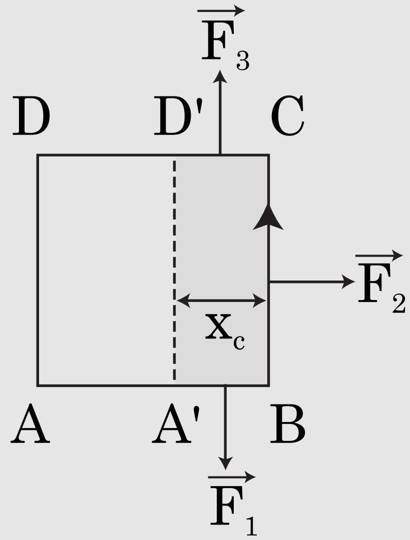
Le flux du champ magnétique à travers le cadre se calcule aisément, la surface de champ non nul étant un rectangle de côtés a et x_c et le champ étant uniforme sur cette surface : $\varphi = \vec{B}.ax_c\vec{e_z} = Bax_c$.

On en déduit la f.é.m. induite : $e = -\dfrac{d\varphi}{dt} = \boxed{-Bav = e}$ avec $v = \dfrac{dx_c}{dt}$.

3 -

On exprime la force de Laplace :

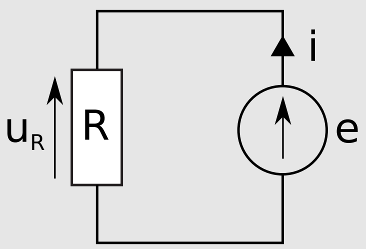
$$\overrightarrow{F_L} = \int_{ABCDA} d\overrightarrow{F_L} = \int_{ABCDA} id\ell \wedge \overrightarrow{B}$$



Cette intégrale se découpe de la manière suivante :

$$\overrightarrow{F_L} = \underbrace{\int_{AA'} id\ell \wedge \overrightarrow{B}}_{0} + \underbrace{\int_{A'B} id\ell \wedge \overrightarrow{B}}_{1} + \underbrace{\int_{BC} id\ell \wedge \overrightarrow{B}}_{2} + \underbrace{\int_{CD'} id\ell \wedge \overrightarrow{B}}_{3} + \underbrace{\int_{D'D} id\ell \wedge \overrightarrow{B}}_{4} + \underbrace{\int_{DA} id\ell \wedge \overrightarrow{B}}_{5}$$

Parmi tous ces termes, trois sont nuls car le champ au niveau du fil conducteur est nul : 0, 4 et 5. Pour calculer les autres termes, il faut exprimer le courant i. En présence de la f.é.m induite, le cadre est équivalent au circuit électrique suivant :



On a :

$$\left\{ \begin{array}{lcll} e & = & u_R & \text{(loi des mailles)} \\ u_R & = & Ri & \text{(loi d'Ohm)} \end{array} \right. \Rightarrow \quad i = \frac{e}{R} = -\frac{Ba}{R}v$$

Remarque : $i < 0$ *si* $v > 0$ *et* $B > 0$

D'où :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} 1 : \ \overrightarrow{F_1} & = & \displaystyle\int_{A'B} -\frac{Ba}{R}vd\ell\overrightarrow{e_x} \wedge B\overrightarrow{e_z} = +\frac{B^2a}{R}vx_c\overrightarrow{e_y} \\ 2 : \ \overrightarrow{F_2} & = & \displaystyle\int_{BC} -\frac{Ba}{R}vd\ell\overrightarrow{e_y} \wedge B\overrightarrow{e_z} = -\frac{B^2a^2}{R}v\overrightarrow{e_x} \\ 3 : \ \overrightarrow{F_3} & = & \displaystyle\int_{CD'} -\frac{Ba}{R}vd\ell(-\overrightarrow{e_x}) \wedge B\overrightarrow{e_z} = -\frac{B^2a}{R}vx_c\overrightarrow{e_y} \end{array} \right.$$

Finalement les forces $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F_3}$ se compensent et $\boxed{\overrightarrow{F_L} = -\frac{B^2a^2}{R}\vec{v}}$ avec $\vec{v} = v\overrightarrow{e_x}$. C'est bien une force de freinage (opposée à la vitesse) et ce quel que soit le sens du champ magnétique.

Remarque : La force de freinage est d'autant plus grande que la résistance du conducteur est petite. Cela est cohérent avec le fait que dans un isolant, on n'observe pas d'effet d'induction. Il faut un matériau conducteur et même le meilleur conducteur possible pour observer un freinage important.

4 - **Système :** Le cadre de masse m

Référentiel : Le laboratoire, supposé galiléen

Bilan des forces : $\overrightarrow{F_L}$

Remarque : On considère ici que le cadre n'est soumis qu'à la force de freinage. En pratique, cela peut être un cadre qui glisse sans frottement sur un sol horizontal par exemple. dans ce cas, le poids est compensé par la réaction du sol et la résultante des forces est bien égale à la force de freinage de Laplace seule.

Loi de la quantité de mouvement : $m\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{B^2a^2}{R}\vec{v} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{1}{\tau}\vec{v} = \vec{0}$ avec $\tau = \frac{mR}{B^2a^2}$.

La solution de cette équation différentielle linéaire homogène du premier ordre est parfaitement connue : $\vec{v} = v_0 e^{-t/\tau}\overrightarrow{e_x}$ (on a utilisé la condition initiale : $\vec{v}(0) = \vec{v_0}$).

On intègre pour avoir la position : $\vec{r}(t) = x_c(t)\overrightarrow{e_x} = (-\tau v_0 e^{-t/\tau} + x_0)\overrightarrow{e_x}$, soit $x_c(t) = x_0 - \tau v_0 e^{-t/\tau}$ et à $t = 0$, $x_c(0) = 0$, donc : $x_0 - \tau v_0 = 0$ et $x_0 = v_0\tau$.

Finalement : $\boxed{x_c(t) = v_0\tau(1 - e^{-t/\tau})}$

Remarque : La distance d'arrêt est finie mais le temps mis pour s'arrêter est infini !

5 - Le cadre est entièrement dans le champ lorsque $x_c = a$. À $t = t_1$, on a donc : $a = v_0\tau(1 - e^{-t_1/\tau}) \quad \Leftrightarrow \quad e^{-t/\tau} = 1 - \frac{a}{v_0\tau}$. Ce n'est possible que si $1 - \frac{a}{v_0\tau} > 0 \quad \Leftrightarrow$ $\boxed{\frac{mv_0R}{B^2a^3} > 1}$.

Dans ce cas, $\boxed{t_1 = \tau \ln\left(\frac{v_0\tau}{v_0\tau - a}\right)}$

6 - Ce système peut être utilisé pour freiner une voiture. Comme on l'a vu, en pratique une telle force est surtout efficace au début du freinage. Après, le freinage s'amortit. D'autre part, on peut imaginer récupérer l'énergie (en la stockant par exemple dans une batterie ou un condensateur) plutôt que de la dissiper par effet Joule.