Quinzaine 1 du 15/09 au 26/09

N.B. : tout n'a pas été revu forcément, veuillez vous référer aussi à votre cours de première année, bien sûr.

Révision 1 : Révision analyse asymptotique
Comparaison des suites : relation de domination, de négligeabilité, d'équivalence (définition à partir du quotient). Notations.
Croissance comparée de $\ln^\beta(n)$, n^α et $\mathrm{e}^{\gamma n}$.
Liens entre les relations de comparaison. Opérations sur les équivalents.
Conservation du signe et de la limite par équivalent.

Comparaison des fonctions : adaptation aux fonctions des définitions et résultats en un point ou à l'infini.

Développement limité de f au voisinage de a point ou extrémité d'un intervalle I. Cas où f est définie sur $I \setminus \{a\}$.

Unicité, troncature d'un développement limité.
Forme normalisée $f(a+h) \underset{h\to 0}{=} h^p(a_0 + a_1 h + \cdots + a_n h^n + \mathrm{o}(h^n))$ et intérêt pour prévoir l'ordre d'un développement limité.
Équivalence $f(a+h) \underset{h\to 0}{\sim} a_0 h^p$, et signe.
Opérations sur les développements limités : combinaison linéaire, produit, quotient.
Développement limité d'une composée sur des exemples.
Primitivation d'un développement limité.
Formule de Taylor-Young.
Développement à tout ordre au voisinage de 0 de

$$x \mapsto \frac{1}{1-x}, \exp, \sin, \cos, x \mapsto (1+x)^\alpha, x \mapsto \ln(1+x), x \mapsto \operatorname{Arctan} x$$

Développement de tan à l'ordre 3.

Application à l'étude locale d'une fonction (prolongement par continuité, dérivabilité d'un prolongement par continuité, tangente, position relative de la courbe et de la tangente, extremum) ; exemple de $\dfrac{1}{\operatorname{sh}(x)} - \dfrac{1}{x}$ en 0 ou $\dfrac{1}{\sin(x)} - \dfrac{1}{x}$ (*).
Application à l'étude des asymptotes, à la recherche d'équivalent pour les fonctions et les suites.
Exemple de développement limité d'une réciproque : $x \mapsto x \operatorname{ch} x$ en 0.
Développement limité de la fonction tan par utilisation de la formule $\tan' = 1 + \tan^2$ (*).
Développement de $x \mapsto (1+x)^\alpha$ dans les cas $\alpha = -\frac{1}{2}$ (*)(écriture des coefficients à l'aide d'un coefficient de Newton) puis $\alpha = \frac{1}{2}$ par intégration.
Application aux développement de Arcsin et Arccos en 0.

Chapitre 1 : *Compléments sur les séries numériques*
Formule de Stirling : équivalent de $n!$. Preuve complète pour mise en valeur des méthodes.
Comparaison géométrique : critère de d'Alembert (*). Exemples.

Théorème spécial des séries alternées, majoration et signe du reste et de la somme (ou critère de Leibniz).
Exemple avec les séries de Riemann alternées.
Utilisation de la majoration du reste pour déterminer une valeur approchée de la somme.

Questions de cours :

- Les énoncés des définitions, des théorèmes.
- Les démonstrations marquées par (*).
- Les méthodes usuelles sur des exemples.