Problème 1 : Une histoire de pistons

1) Compression d'un gaz parfait monoatomique

1. (a) monotherme réversible = isotherme réversible.
   (b) $T_i = T_0$ (équilibre thermique) ; $V_i = \frac{RT_0}{P_0}$
   (c) $P_f = P_0 + \frac{Mg}{s}$ (équilibre mécanique) ; $T_f = T_0$ (équilibre thermique) ; $V_f = \frac{RT_0}{P_0+\frac{Mg}{s}}$
   (d) $\Delta U = C_V \Delta T = 0$; $W = -\int P\mathrm{d}V$ (réversible), soit $W = -RT_0 \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = RT_0 \ln\left(1 + \frac{Mg}{P_0 s}\right)$; $Q = -W = -RT_0 \ln\left(1 + \frac{Mg}{P_0 s}\right)$ (PP).
2. Si on ajoute brutalement toute la masse, la transformation ne peut plus être considérée réversible. En revanche, elle devient monobare (au début de la transformation toute la masse est déjà présente sur le piston).
   (a) monotherme monobare.
   (b) $T_i = T_0$ (équilibre thermique) ; $V_i = \frac{RT_0}{P_0}$
   (c) $P_f = P_0 + \frac{Mg}{s}$ (équilibre mécanique) ; $T_f = T_0$ (équilibre thermique) ; $V_f = \frac{RT_0}{P_0+\frac{Mg}{s}}$
   (d) $\Delta U = C_V \Delta T = 0$; $W = -\int P_{ext}\mathrm{d}V$, soit $W = -\left(P_0 + \frac{Mg}{s}\right)\int \mathrm{d}V$, ou encore $W = -\left(P_0 + \frac{Mg}{s}\right).(V_f - V_i) = -RT_0\left(P_0 + \frac{Mg}{s}\right).\left(\frac{1}{P_0+\frac{Mg}{s}} - \frac{1}{P_0}\right) = \frac{RT_0}{P_0}\frac{Mg}{s}$; $Q = -W = -\frac{RT_0}{P_0}\frac{Mg}{s}$ (PP).
   La variation d'énergie interne est identique dans les deux situations, alors que ce n'est pas le cas pour W et Q (ce ne sont pas des fonctions d'état).
3. (a) Transformation monobare et adiabatique (irréversible).
   (b) $T_i = T_0$ (équilibre thermique) ; $V_i = \frac{RT_0}{P_0}$
   (c) $P_f = P_0 + \frac{Mg}{s}$ (équilibre mécanique) ; T_f et V_f ne sont pas calculables explicitement à cette étape (1 équation et 2 inconnues).
   (d) $Q = 0$ ici car la transformation est adiabatique. $\Delta U = C_V \Delta T = W = -\left(P_0 + \frac{Mg}{s}\right).(V_f - V_i)$ soit $T_f = T_0 - \left(P_0 + \frac{Mg}{s}\right).\frac{RT_f}{C_V P_0 + C_V \frac{Mg}{s}} - \frac{RT_0}{C_V P_0}$, dont on peut extraire T_f, puis V_f à l'aide de l'équation d'état des GP.
   Ici les trois grandeurs énergétiques sont différentes du cas 1 car l'état final est différent, la variation d'énergie interne n'a aucune raison d'être nulle.

2) Chauffage d'un gaz parfait dans une enceinte fermée par un piston

1. $\mathcal{P} = Ri^2(t) = \frac{E^2}{R}$ (effet Joule + loi des mailles), soit $\mathcal{E} = \mathcal{P}\Delta t = \frac{E^2}{R}\Delta t$. $\Delta\mathcal{E} = Q$ (PP).
2. (a) Il y a ici 6 inconnues : P_{f1}, V_{f1}, T_{f1} dans le compartiment 1 (celui dans lequel il y a le conducteur ohmique) et P_{f2}, V_{f2}, T_{f2} dans le compartiment 2. Il faudra donc trouver **6 équations** pour espérer résoudre le problème.
   (b) Équilibre mécanique : $P_{f1} = P_{f2}$. On a également $V_{f1} + V_{f2} = 2V_0$ (*2 équations*).
   (c) $\Delta U_{tot} = W + Q$, avec $Q = \frac{E^2}{R}\Delta t$ et $W = 0$ (parois externes fixes). $\Delta U_{tot} = \Delta U_1 + \Delta U_2 = C_V\left[(T_{f_1} - T_0) + (T_{f2} - T_0)\right] = C_V\left[T_{f_1} + T_{f2}\right] = \frac{E^2}{R}\Delta t$ (*3 équations*).
   (d) On peut utiliser la loi de Laplace dans le compartiment de droite : $P_{f2}V_{f2}^{\gamma} = P_0 V_0^{\gamma}$ (*4 équations*).
3. Il manque ici 2 équations qui sont les équations d'état du GP dans chaque compartiment : $P_{f1}V_{f1} = nRT_{f1}$ et $P_{f2}V_{f2} = nRT_{f2}$ (*6 équations*).

$$(S) \quad \begin{cases} P_{f1} = P_{f2} \\ V_{f1} + V_{f2} = 2V_0 \\ T_{f1} + T_{f2} = \frac{E^2}{RC_V}\Delta t \\ P_{f2}V_{f2}^{\gamma} = P_0 V_0^{\gamma} \\ P_{f1}V_{f1} = nRT_{f1} \\ P_{f2}V_{f2} = nRT_{f2} \end{cases}$$

On commence en injectant les 2 dernières équations dans la 3ème : $P_{f1}V_{f1} + P_{f2}V_{f2} = \frac{E^2}{nRR_{elec}C_V}\Delta t$, puis en utilisant les équations 1 et 2 : $P_{f1}.2V_0 = \frac{E^2}{nRR_{elec}C_V}\Delta t$, soit $P_{f1} = P_{f2} = \frac{P_0 E^2}{2T_0 R_{elec} C_V}\Delta t$. Connaissant P_{f2}, on trouve $V_{f2} = V_0\left(\frac{P_0}{P_{f2}}\right)^{1/\gamma} = V_0\left(\frac{2T_0 R_{elec} C_V}{E^2 \Delta t}\right)^{1/\gamma}$, et $T_{f2} = \frac{P_{f2}V_{f2}}{nR}$.

À l'aide de V_{f2} et de l'équation 2, on trouve $V_{f1} = 2V_0 - V_{f2}$ et $T_{f1} = \frac{P_{f1}V_{f1}}{nR}$.

Problème 2 : Chauffe-eau (d'après CCINP)

3) Chauffe-eau électrique

1. $Q = \Delta H = mc_e\Delta T = \rho_e V c_e(T_{e2} - T_{e1}) = 41,8$ MJ
2. $\Delta t = \dfrac{Q}{P} \approx 5,8$ h

4) Chauffe-eau thermodynamique

3. $W > 0$, $Q_f > 0$ et $Q_c < 0$.
4. Source froide : air environnant ; source chaude : fluide frigorigène
5. Isotherme : température du système est constante ; adiabatique : transfert thermique nul.
6. Sens du cycle : trigo

7. $\Delta U_{cycle} = 0 = W + Q_f + Q_c$
8. $\Delta S_{cycle} = 0 = \dfrac{Q_f}{T_f} + \dfrac{Q_c}{T_c}$
9. $\eta = -\dfrac{Q_c}{W}$
10. On trouve $COP_{max} = \dfrac{T_c}{T_c - T_f}$
11. $COP_{max} = 5,8$
12. Sources d'irréversibilités en pratique + peu probable que l'on ait un cycle de Carnot en pratique.
13. L'expression du COP fait apparaître qu'il est d'autant plus grand que le dénominateur est petit, donc que la température T_f est grande, d'où l'intérêt de le placer dans une pièce pas trop froide.
14. $\mathrm{d}U_{cycle} = 0 = \delta W + \delta Q_c + \delta Q_f$
15. $\mathrm{d}S_{cycle} = 0 = \dfrac{\delta Q_c}{T_c} + \dfrac{\delta Q_f}{T_f} = \dfrac{\delta Q_c}{T_e(t)} + \dfrac{\delta Q_f}{T_a}$
16. $\delta Q_c = -m_e c_e \mathrm{d}T_e$ (δQ_c est reçu par le fluide de la part de l'eau)
17. Deuxième principe : $\delta Q_f = -\dfrac{T_a}{T_e(t)}\delta Q_c = m_e c_e T_a \dfrac{\mathrm{d}T_e}{T_e(t)}$.

    Le premier principe fournit alors : $\delta W = -\delta Q_c - \delta Q_f = m_e c_e \mathrm{d}T_e - m_e c_e T_a \dfrac{\mathrm{d}T_e}{T_e(t)} = m_e c_e \mathrm{d}T_e \left(1 - \dfrac{T_a}{T_e(t)}\right)$
18. On intègre de $T_e = T_{e1}$ à $T_e = T_{e2}$: $W = m_e c_e \left(T_{e2} - T_{e1} - T_a \ln\left(\dfrac{T_{e2}}{T_{e1}}\right)\right)$.
19. Si cette énergie avait été fournie par un chauffe-eau électrique, elle aurait été directement transformée en énergie thermique, donc : $\Delta T = \dfrac{W}{\rho_e V c_e} \approx 5,1$ K. Le chauffe-eau thermodynamique est beaucoup plus efficace.