

Tout résultat d'un calcul devra présenter le bon nombre de chiffres significatifs. La notation tiendra largement compte du soin apporté à la rédaction. Encadrer les résultats. Les trois problèmes sont à réaliser sur des copies différentes.

Problème 1 : Thermodynamique dans un réacteur à eau pressurisée (d'après CCINP)

Les réacteurs nucléaires à eau pressurisée (REP) exploitent l'énergie libérée par la fission de noyaux d'uranium 235 provoquée par des flux de neutrons pour chauffer l'eau d'un premier circuit appelé circuit primaire. Ce dernier va transférer son énergie thermique, via un échangeur appelé générateur de vapeur, à un deuxième circuit : le circuit secondaire. L'eau du secondaire subit un cycle thermodynamique qui consiste en une vaporisation au niveau de la source chaude, une détente de la vapeur dans une turbine (reliée à un alternateur qui va produire de l'électricité), une condensation de la vapeur sortant à basse pression de la turbine et une compression de l'eau condensée afin de ramener cette eau à la pression initiale.

Ce problème a pour objectif d'étudier des aspects thermodynamiques du circuit secondaire et ce, systématiquement, **en régime permanent**.

Données :

Pression de vapeur saturante (bar) 1 bar = 10 ⁵ Pa	enthalpies massiques (kJ.kg ⁻¹)		entropies massiques (kJ.K ⁻¹ .kg ⁻¹)	
	à l'état de liquide saturant : h'	à l'état de vapeur saturante : h''	à l'état de liquide saturant : s'	à l'état de vapeur saturante : s''
0,05	137,8	2 561,6	0,4763	8,3960
10	762,6	2 776,2	2,1382	6,5828
70	1 267,4	2 773,5	3,1219	5,8162

Tableau 1

On rappelle que l'enthalpie massique h d'un mélange diphasique de titre massique en vapeur x est donnée par la relation : $h = x.h'' + (1-x).h'$, où h'' et h' sont respectivement les enthalpies massiques à l'état de vapeur saturante et à l'état de liquide saturant. Par ailleurs, l'entropie massique s d'un mélange diphasique de titre x est donnée par la relation : $s = x.s'' + (1-x).s'$, où s'' et s' sont respectivement les entropies massiques à l'état de vapeur saturante et à l'état de liquide saturant.

1) Etude thermodynamique du circuit secondaire simplifié

Le circuit secondaire est constitué du générateur de vapeur (G.V.), d'une turbine (T) reliée à un alternateur, d'un condenseur (C) et d'une pompe d'alimentation secondaire (P), comme précisé en figure 1.

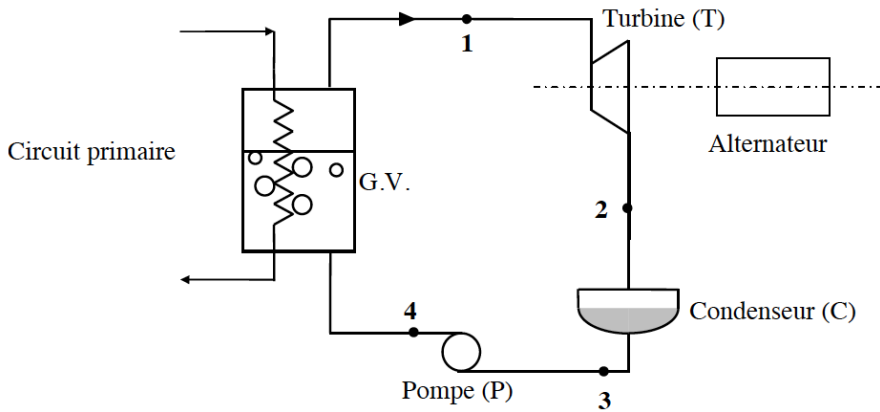


Figure 1 : circuit secondaire simplifié

Pour l'ensemble du problème, nous négligerons les frottements ainsi que les variations d'énergie cinétique et d'énergie potentielle du fluide secondaire. L'expression du premier principe pour une masse $m = 1$ kg de fluide en écoulement au travers d'une machine est : $\Delta h = w_i + q_e$, où Δh représente la différence $h_s - h_e$ entre les enthalpies massiques (en kJ.kg⁻¹) du fluide à la sortie h_s et à l'entrée h_e de la machine, w_i le travail massique indiqué, c'est-à-dire le travail massique (en

kJ.kg^{-1}) échangé entre une masse $m = 1 \text{ kg}$ de fluide et les parois mobiles de la machine, q_e le transfert thermique entre le kilogramme de fluide et la machine (en kJ.kg^{-1}). **Dans le condenseur et le générateur de vapeur il n'y a pas de pièce mobile.**

a) Questions préliminaires

1. Sur un diagramme de Clapeyron (figure 2) que vous reproduirez, préciser la position du point critique, les parties courbes de rosée et d'ébullition. Indiquer également les domaines du liquide, du mélange diphasique et de la vapeur surchauffée. Mentionner où se trouve le liquide saturant et la vapeur saturante.

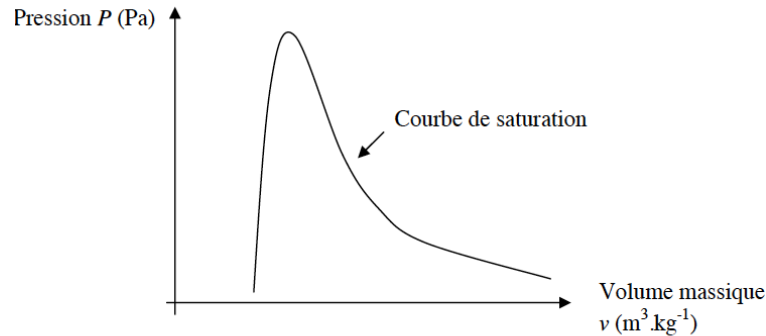


Figure 2 : diagramme de Clapeyron

2. Sur le diagramme de Clapeyron de la figure 3, l'allure de l'isotherme correspondant à la température $T = 306 \text{ K}$ a été représentée. Justifier l'allure de cette isotherme pour chaque domaine. On pourra, dans le domaine de la vapeur surchauffée, se référer au modèle du gaz parfait. Tracer l'allure de l'isotherme correspondant à la température $T = 559 \text{ K}$ sur un diagramme de Clapeyron que vous reproduirez et où apparaît l'allure de l'isotherme correspondant à la température $T = 306 \text{ K}$.

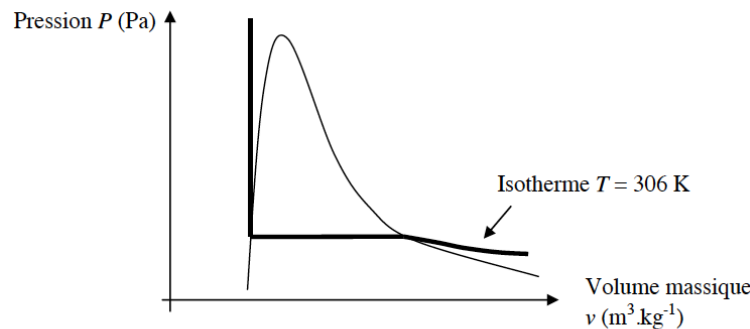


Figure 3 : isotherme dans le diagramme de Clapeyron

3. Démontrer qu'une transformation adiabatique réversible est une transformation isentropique.
4. En considérant que l'eau liquide dans une pompe est incompressible et de volume massique $v = 10^{-3} \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}$, calculer le travail massique indiqué w_{iP} échangé par l'eau circulant dans une pompe, en considérant la transformation adiabatique réversible et une augmentation de pression de $\Delta P = 70 \text{ bar}$. On rappelle que la variation élémentaire de l'enthalpie massique dh du fluide peut s'écrire : $dh = T.ds + v.dP$.

Ce travail peut être considéré comme négligeable devant les autres échanges énergétiques ; **dans toute la suite du problème, le travail indiqué échangé par un liquide sera systématiquement considéré comme nul.**

En déduire alors, que l'enthalpie massique du liquide reste constante lors de son passage dans une pompe.

b) Etude du cycle thermodynamique simplifié

Le fluide secondaire subit le cycle thermodynamique suivant :

- 1 $\rightarrow$ 2 : détente adiabatique réversible dans la turbine,
- 2 $\rightarrow$ 3 : liquéfaction isobare totale dans le condenseur,
- 3 $\rightarrow$ 4 : compression adiabatique réversible dans la pompe d'alimentation secondaire,
- 4 $\rightarrow$ 1 : échauffement puis vaporisation isobare dans le générateur de vapeur saturante.

Le tableau suivant précise l'état thermodynamique du fluide secondaire en certains points du cycle :

Point	Pression (bar) $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$	Tempé- rature (K)	Etat du fluide secondaire	Enthalpie massique (kJ.kg ⁻¹)	Entropie massique (kJ.K ⁻¹ .kg ⁻¹)
1	70	559	Vapeur saturante	2 773,5	5,8162
2	0,05	306	Mélange diphasique		
3	0,05		Liquide saturant	137,8	0,4763
4	70		Liquide sous-saturé		

Tableau 2

- Tracer dans un diagramme de Clapeyron l'allure du cycle thermodynamique subi par le fluide secondaire. Y placer notamment les points 1, 2, 3 et 4.
- Calculer, en sortie de turbine, le titre x_2 et l'enthalpie massique h_2 du fluide. En déduire le travail massique indiqué w_{iT} échangé par le fluide dans la turbine. On rappelle que le titre correspond à la fraction massique de la vapeur dans le mélange liquide-vapeur.
Une vapeur humide est d'autant plus corrosive pour les pales de la turbine que son titre est faible, que pensez-vous de la détente étudiée ?
- Déterminer la température T_3 et la valeur du titre x_3 du fluide en sortie du condenseur.
Calculer la chaleur massique q_{eC} échangée par le fluide avec le condenseur.
- Calculer la chaleur massique q_{eGV} échangée par le fluide dans le générateur de vapeur.
- Calculer le rendement de ce cycle thermodynamique η_{cycle} puis celui de Carnot η_{Carnot} en utilisant les mêmes sources chaude et froide. D'où provient la différence de rendement entre ces cycles ?

Problème 2 : Gobelets magiques (d'après CCINPP)

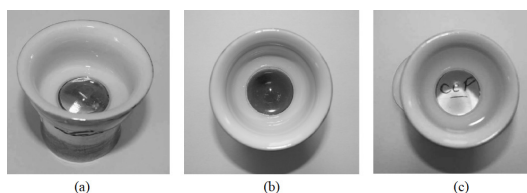


FIGURE 1 –

Il existe de petits gobelets amusants (figure 1(a)) possédant la propriété suivante :

- en l'absence de liquide, le fond du gobelet est constitué d'une lentille sphérique qui ne laisse rien apparaître (figure 1(b)) ;
- en présence de liquide, une image nette apparaît (figure 1(c)).

L'objet de ce problème est de proposer une modélisation simple de ce phénomène optique. Les conditions de l'optique de Gauss seront supposées satisfaites tout au long du problème. Les figures ne sont pas à l'échelle. Les valeurs numériques considérées dans ce problème sont réalistes.

L'approximation des lentilles minces n'est, en revanche, pas vraiment justifiée dans le contexte.

2) Visibilité d'un objet situé dans le plan focal objet

Sur un banc d'optique (figure 2) sont alignés un objet plan BB' , coupant l'axe optique en un point A et une lentille mince convergente $L1$ située au point S . B et B' sont symétriques l'un de l'autre par rapport à l'axe optique. La figure représente le foyer principal objet F , confondu avec A , ainsi que le foyer principal image F' . L'œil d'un observateur est placé en un point O de l'axe optique. La pupille de l'œil est représentée comme un disque centré en O , de diamètre PP' . Le bord de la lentille est un cercle, assimilable à un diaphragme DD' . Le diamètre de l'objet BB' est identique à celui du diaphragme DD' .

Données : $SA = -12 \text{ mm}$, $SO = 200 \text{ mm}$, $BB' = DD' = 20 \text{ mm}$, $PP' = 6 \text{ mm}$.

- Rappeler les hypothèses de l'approximation de Gauss en optique géométrique.
- Reproduire soigneusement la figure 2. Construire graphiquement l'allure de deux rayons issus de B et traversant la lentille.
Faire de même avec deux rayons issus de B' . Réaliser un tracé de taille suffisante, de l'ordre de la moitié de la largeur de la feuille.

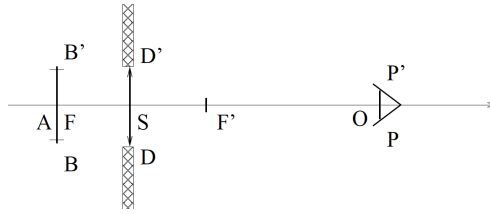


FIGURE 2 – montage de la lentille L1 (échelle non respectée).

3. Lorsque l'objet est situé dans le plan focal objet de la lentille, l'image se forme à l'infini et seule une fraction minime des rayons issus de l'objet est captée par la pupille de l'œil PP'. Il s'agit d'estimer cette fraction. Soit un point E, défini par :
 - E appartient au plan de l'objet BB' ;
 - le rayon issu de E, passant par le bord inférieur D du diaphragme, est réfracté en un rayon DP' passant par le bord supérieur P' de la pupille de l'œil.
 De même, le point E', symétrique de E par-rapport à l'axe optique, est défini par les propriétés suivantes :
 - E' appartient au plan de l'objet BB' ;
 - le rayon issu de E', passant par le bord supérieur D' du diaphragme, est réfracté en un rayon D'P passant par le bord inférieur P de la pupille de l'œil.
 Reproduire soigneusement la figure 2. Placer les points E et E', obtenus à l'aide du tracé des rayons PD'E' et P'DE. Pour plus de clarté, on tracera une figure distincte de celle de la question précédente.
4. À l'aide du schéma précédent, déduire l'expression de la distance EE' en fonction des distances SF, SO, DD' et PP'. Calculer numériquement EE'. Puis donner la fraction d'aire, définie par le rapport $\tau_1 = (EE'/BB')^2$, de l'objet visible par l'œil placé au point O.

3) Visibilité d'un objet situé entre le plan focal et la lentille

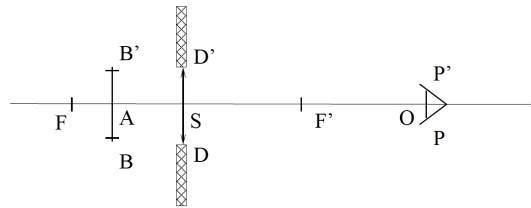


FIGURE 3 – montage de la lentille L2 (échelle non respectée).

La figure 3 représente un montage analogue à celui de la figure 2. La lentille L1 a été remplacée par une lentille L2 moins convergente. L'objet BB' coupe l'axe en un point A distinct du foyer principal objet F. La distance SA est encore égale à -12 mm, tandis que la distance focale $f' = \overline{SF'}$ de la lentille L2 est désormais de 36 mm (figure 3).

La formule de conjugaison d'une lentille convergente, de distance focale f' située en S, entre un point objet A_1 de l'axe et son image A_2 est rappelée :

$$\frac{1}{\overline{SA_2}} - \frac{1}{\overline{SA_1}} = \frac{1}{f'}$$

1. Déterminer par le calcul la position de l'image $B_2B'_2$ de l'objet BB' .
Calculer le grandissement $\overline{B_2B'_2}/\overline{BB'}$ et la taille de l'image $B_2B'_2$.
L'image est-elle réelle ou virtuelle ?
2. Calculer la distance entre l'œil et le plan image $B_2B'_2$.
En déduire que le diaphragme DD' masque une partie de l'image $B_2B'_2$ à l'observateur dont l'œil est situé en O.
Estimer, dans l'approximation où les points O, P et P' sont confondus, la fraction surfacique τ_2 de l'image $B_2B'_2$ visible par l'œil de l'observateur situé en O.

4) Distance focale de lentilles minces accolées

Le modèle proposé pour décrire la situation représentée sur la figure 1(b) (absence de liquide) est celui d'une lentille mince plan-convexe de rayon de courbure R (figure 4(a)). La lentille est constituée de verre d'indice n_2 entourée d'air d'indice n_1 . Le modèle proposé pour décrire la situation représentée sur la figure 1(c) (présence de liquide) est la succession d'un dioptre

plan entre un milieu d'indice n_1 et d'indice n_2 , d'un dioptre sphérique de rayon de courbure R entre un milieu d'indice n_2 et un milieu d'indice n_3 , puis d'un second dioptre plan entre le milieu d'indice n_3 et le milieu d'indice n_1 (figure 4(b)).

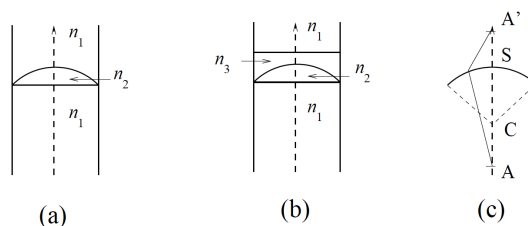


FIGURE 4 –

1. On donne la formule de conjugaison correspondant à la succession de dioptres représentés sur la figure 4(a) :

$$n_1 \left(\frac{1}{\overline{SA'}} - \frac{1}{\overline{SA}} \right) = \frac{n_2 - n_1}{\overline{CS}}$$

où $\overline{CS}$ représente la distance algébrique entre le centre de courbure et le sommet du dioptre sphérique, représenté sur la figure 4(c).

Reconnaître la distance focale f'_1 de la lentille convexe dans l'expression ci-dessus et calculer sa valeur numérique.

Données : $n_1 = 1,00$, $n_2 = 1,50$, $R = 6,0$ mm.

2. On donne la formule de conjugaison correspondant à la succession de dioptres représentés sur la figure 4(b) :

$$n_1 \left(\frac{1}{\overline{SA'}} - \frac{1}{\overline{SA}} \right) = \frac{n_2 - n_3}{\overline{CS}}$$

où $\overline{CS}$ représente la distance algébrique entre le centre de courbure et le sommet du dioptre sphérique, représenté sur la figure 4(c).

Reconnaître la distance focale f'_2 de la lentille convexe dans l'expression ci-dessus et calculer sa valeur numérique.

Données : $n_1 = 1,00$, $n_2 = 1,50$, $n_3 = 1,33$, $R = 6,0$ mm.

3. L'objet à observer est situé à une distance de 12 mm sous la lentille (voir schéma de la vue en coupe du gobelet sur la figure 5).

Pourquoi ne voit-on rien en l'absence de liquide ?

Pourquoi l'image devient-elle visible lorsque l'on remplit le verre ?

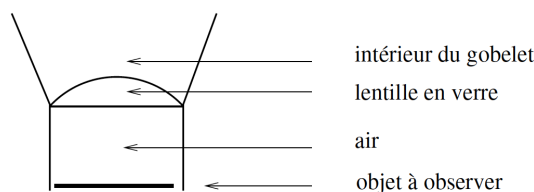


FIGURE 5 –

Problème 3 : Autour de l'arc-en-ciel (d'après CCINP)

1) Théorie géométrique de l'arc en ciel

Lorsque le soleil éclaire les gouttes d'eau, on peut observer dans certaines conditions un arc-en-ciel.

On considère une goutte d'eau sphérique, de diamètre D et d'indice de réfraction n . Les trajets des rayons lumineux sont représentés sur la figure 6.

Soit un rayon lumineux incident, arrivant avec un angle d'incidence i (qui n'est pas nécessairement petit) sur la goutte. On note r l'angle de réfraction associé à l'angle d'incidence i .

L'indice de l'air vaut $n_{\text{air}} = 1$.

On considère un rayon sortant de la goutte d'eau après une seule réflexion à l'intérieur de la goutte et deux réfractions à l'entrée et à la sortie de la goutte (figure 6) : ce rayon est à l'origine de l'arc-en-ciel principal.

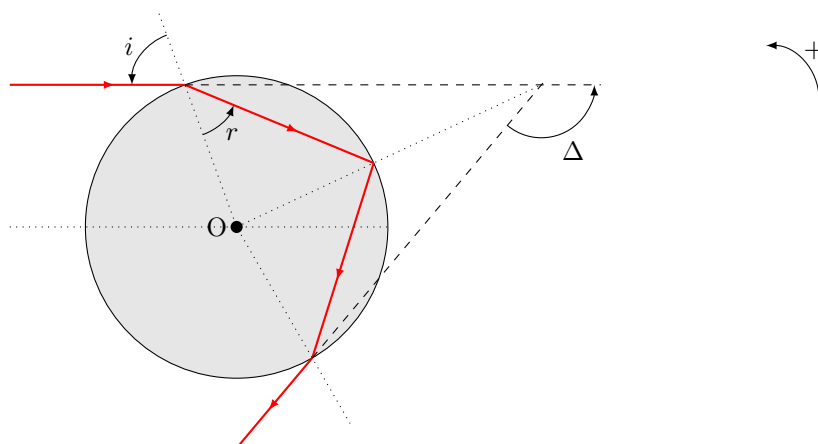


FIGURE 6 – Cas d'une réflexion et de deux réfractions.

1. Rappeler les lois de Descartes de la réfraction et donner la relation entre l'angle d'incidence i et l'angle de réfraction r .
2. La déviation est l'angle dont il faut tourner le rayon incident pour l'amener sur le rayon émergent ; afin d'avoir une valeur positive, on considère ici son opposé, l'angle orienté Δ (figure 6). Montrer que : $\Delta = \pi - 4r + 2i$.
Exprimer l'angle Δ en fonction de n et de $x = \sin(i)$.
3. Montrer que $\Delta(x)$ passe par un extremum lorsque x a pour valeur :

$$x_m = \sin(i_m) = \sqrt{\frac{4 - n^2}{3}}$$

Donnée : $\frac{d}{du} \arcsin(u) = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}}$

4. Justifier à l'aide de la figure 7 que l'on observe une accumulation de lumière dans la direction $\Delta_m = \Delta(x_m)$.

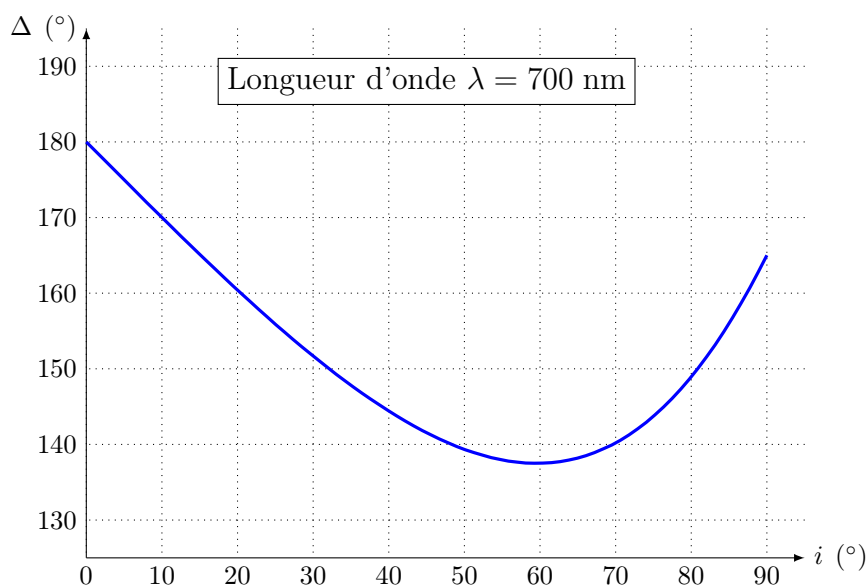


FIGURE 7 – Déviation en fonction de l'angle d'incidence.

5. Calculer x_m et Δ_m (en degrés) dans le cas de l'eau, pour le violet ($\lambda = 400$ nm, $n = 1,343$) et le rouge ($\lambda = 700$ nm, $n = 1,330$).
6. Sur un schéma faisant apparaître les rayons incidents, parallèles, le rideau de pluie et l'œil de l'observateur, tracer les rayons émergents rouge et bleu dans la direction Δ_m . L'observateur observe-t-il le rouge à l'intérieur ou à l'extérieur de l'arc ?

2) Théorie ondulatoire de l'arc en ciel

1. Cette question a pour but de rappeler certaines conditions d'observation des interférences lumineuses.

Deux sources lumineuses ponctuelles S_1 et S_2 émettent deux ondes électromagnétiques monochromatiques de pulsations respectives ω_1 et ω_2 .

Ces deux ondes se propagent dans un milieu d'indice n et interfèrent en un point P après avoir parcouru les distances $x_1 = S_1P$ et $x_2 = S_2P$. On modélise les amplitudes des ondes en P par les grandeurs scalaires :

$$s_1(P, t) = a_1 \cos(\omega_1 t - k_1 x_1 + \varphi_1)$$

$$s_2(P, t) = a_2 \cos(\omega_2 t - k_2 x_2 + \varphi_2)$$

avec $k_i = n_i \frac{\omega}{c}$ ($i = 1$ ou 2), a_1 , a_2 , φ_1 et φ_2 constantes. c est la célérité de la lumière dans le vide.

- Donner un ordre de grandeur de ω_1 et ω_2 pour la lumière visible.
- L'intensité lumineuse $I(P)$ observée à l'œil nu en P est proportionnelle à la valeur moyenne du carré de l'amplitude reçue en P , soit : $I(P) = K \langle s^2(P, t) \rangle_\tau$. Sur quelle durée τ cette valeur moyenne est-elle calculée ?
- Calculer l'intensité $I(P)$ et montrer qu'elle s'écrit :

$$I(P) = I_1 + I_2 + I_{12}(P)$$

à quelle(s) condition(s) le terme $I_{12}(P)$ est-il non nul ?

$$\text{Donnée :} \quad \cos a \cos b = \frac{1}{2} (\cos(a+b) + \cos(a-b))$$

- On suppose dans la suite que $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ et $\varphi_1 = \varphi_2$. Montrer que l'intensité en P s'écrit :

$$I(P) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \delta(P)\right)$$

où λ est la longueur d'onde dans le vide. La grandeur $\delta(P)$ sera exprimée en fonction de l'indice n du milieu, de x_1 et de x_2 .

Il est possible (photo 8) dans un arc-en-ciel d'observer, outre les arcs décrits par l'optique géométrique, un phénomène d'interférences responsable d'arcs dits « surnuméraires ».

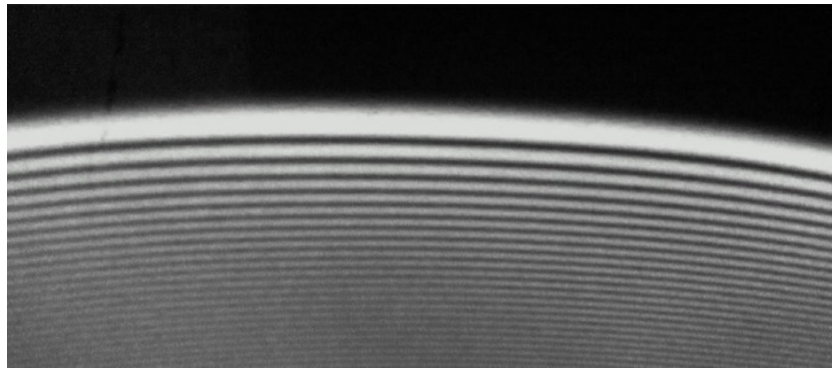


FIGURE 8 – Franges d'interférences obtenues en lumière monochromatique avec une goutte d'eau.

- Représenter la courbe $I(P)$ en fonction de $\delta(P)$. En observant la photo 8, que peut-on dire de I_1 et I_2 ?

On considère (figure 9) deux rayons d'incidences i_1 et i_2 , voisins du rayon d'incidence i_m (en pointillés) sur une goutte d'eau, se réfléchissant une seule fois à l'intérieur de la goutte d'eau et émergeant dans des directions parallèles.

- Où ces rayons interfèrent-ils ?
- On admet que la différence de marche en un point P du champ d'interférences s'écrit :

$$\delta(P) = D(\cos(i_2) - \cos(i_1)) - 2Dn(\cos(r_2) - \cos(r_1))$$

Exprimer la condition permettant d'observer des interférences constructives. L'écart angulaire entre les franges est-il plus grand pour les petites ou les grosses gouttes ? Justifier qualitativement.

- Les rayons incidents d'angles d'incidence $i_1 = 50,13^\circ$ et $i_2 = 67,98^\circ$ donnent pour une radiation rouge ($\lambda = 700$ nm, $n = 1,330$) des rayons émergents parallèles. Quel diamètre de goutte permettra d'observer la frange claire d'ordre -2 dans la direction des rayons émergents ?

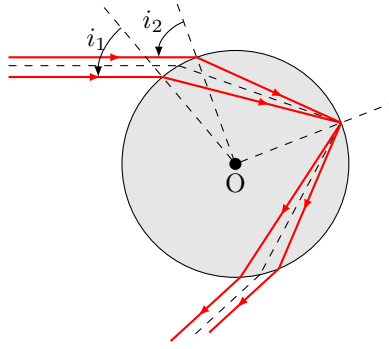


FIGURE 9 – Rayons responsables des interférences.

FIN DE L'ÉNONCÉ